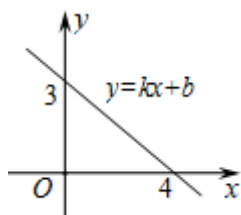


2020-2021学年上海市徐汇区八年级（下）期末数学试卷

试题数：26，满分：100

-
- 1.（单选题，2分）一次函数 $y=-2x+1$ 的图象经过（ ）
- A.一、二、三象限 B.二、三、四象限 C.一、三、四象限 D.一、二、四象限
- 2.（单选题，2分）下列方程，有实数解的是（ ）
- A. $\sqrt{x-2}+1=0$ B. $\frac{x}{x-2}=\frac{2}{x-2}$ C. $(x+2)^4-1=0$ D. $\sqrt{x-4}+\sqrt{x-3}=0$
- 3.（单选题，2分）如果 $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{MN}$ ，那么下列结论中正确的是（ ）
- A. $|\overrightarrow{EN}|=|\overrightarrow{FM}|$ B. $\overrightarrow{EM}$ 与 $\overrightarrow{FN}$ 是相等向量
- C. $\overrightarrow{EN}$ 与 $\overrightarrow{MF}$ 是相反向量 D. $\overrightarrow{EN}$ 与 $\overrightarrow{MF}$ 是平行向量
- 4.（单选题，2分）下列语句所描述的事件中，是不可能事件的是（ ）
- A.锄禾日当午 B.大漠孤烟直 C.手可摘星辰 D.黄河入海流
- 5.（单选题，2分）下列图形中是中心对称但不是轴对称的图形是（ ）
- A.菱形 B.矩形 C.等腰梯形 D.平行四边形
- 6.（单选题，2分）已知四边形 ABCD 中， $AB \parallel CD$ ， $AC=BD$ ，下列判断中正确的是（ ）
- A.如果 $BC=AD$ ，那么四边形 ABCD 是等腰梯形
- B.如果 $AD \parallel BC$ ，那么四边形 ABCD 是菱形
- C.如果 AC 平分 BD，那么四边形 ABCD 是矩形
- D.如果 $AC \perp BD$ ，那么四边形 ABCD 是正方形
- 7.（填空题，2分）将直线 $y=-x-2$ 沿 y 轴方向向上平移 3 个单位，所得新图象的函数表达式是__.
- 8.（填空题，2分）已知一次函数 $y=mx+1$ ($m \neq 0$)，若 y 的值随 x 的增大而增大，则 m 的取值范围是__.
- 9.（填空题，2分）方程 $\frac{1}{2}x^3+4=0$ 的解是__.
- 10.（填空题，2分）方程 $\sqrt{2-x}=3$ 的解是__.

11. (填空题, 2 分) 已知一次函数 $y=kx+b$ (k 、 b 为常数) 的图象如图所示, 那么关于 x 的不等式 $kx+b>0$ 的解集是__.



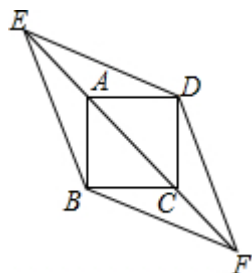
12. (填空题, 2 分) 如果关于 x 是方程 $x^2-x+m=0$ 有两个相等的实数根, 那么 m 的值等于__.

13. (填空题, 2 分) 一个凸 n 边形的内角和是 540° , 则 $n=$ __.

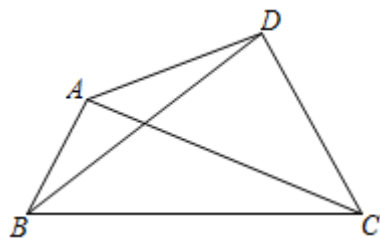
14. (填空题, 2 分) 用换元法解方程 $\frac{x-1}{x^2} + \frac{2x^2}{x-1} = 3$ 时, 如果设 $\frac{x-1}{x^2} = y$ 时, 则原方程可以化成关于 y 的整式方程是__.

15. (填空题, 2 分) 我们古代《四元玉鉴》中记载“二果问价”问题, 其内容如下: “九百九十九文钱, 甜果苦果共买千, 甜果九个十一文, 苦果七个四文钱, 试问甜苦果几个, 又问各该几个钱?” 如果设买甜果 x 个, 买苦果 y 个, 那么列出的关于 x , y 的二元一次方程组是__.

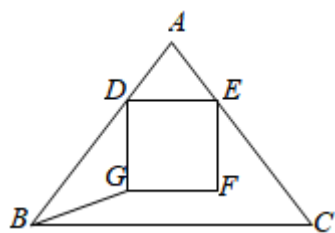
16. (填空题, 2 分) 已知边长为 4 的正方形 $ABCD$, 点 E 、 F 分别在 CA 、 AC 的延长线上, 且 $\angle BED = \angle BFD = 45^\circ$, 那么四边形 $EBFD$ 的面积是__.



17. (填空题, 2 分) 我们把联结四边形对边中点的线段称为“中对线”. 凸四边形 $ABCD$ 的对角线 $AC=BD=12$, 且这两条对角线的夹角为 60° , 那么该四边形较长的“中对线”的长度为__.



18. (填空题, 2 分) 已知等边 $\triangle ABC$ 的边长为 6, D 是边 AB 上一点, $DE \parallel BC$ 交边 AC 于点 E , 以 DE 为一边在 $\triangle ABC$ 形内构造矩形 $DEFG$. 且 $DG = \frac{1}{2} DE$. 设 $AD = x$, $BG = y$, 则 y 关于 x 的函数关系式是 ____ (无需写出定义域).



19. (问答题, 6 分) 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 - 5xy - 6y^2 = 0 \\ x^2 - 4xy + 4y^2 = 1 \end{cases}$$

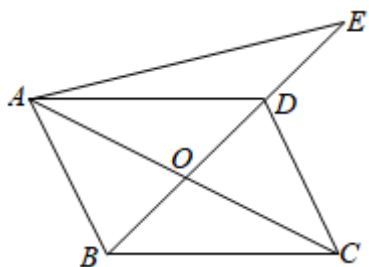
20. (问答题, 6 分) 如图, 平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O . 点 E 在对角线 BD 的延长线上, 且 $DE = OD$.

(1) 图中与 $\overrightarrow{OB}$ 相等的向量是 ____;

(2) 计算: $\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA}$;

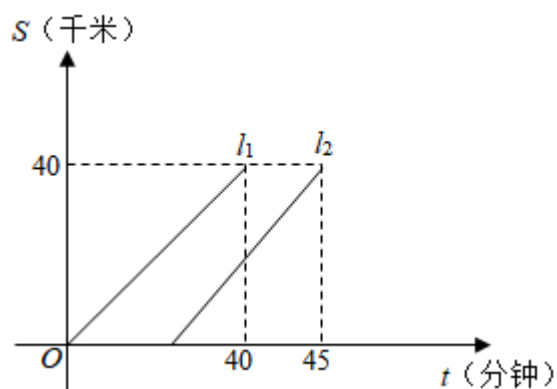
(3) 在图中求作 $\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{CO}$.

(保留作图痕迹, 不要求写作法, 请指出哪个向量是所求作的向量)



21. (问答题, 7 分) 小明和小杰从同一地点去青浦郊野公园, 小明坐公交车去, 小杰因为有事晚出发, 乘出租车以 1.6 千米/分钟的平均速度沿路追赶. 图中 l_1 , l_2 分别表示公交车与出租车行驶的路程 s (千米) 与时间 t (分钟) 的函数关系. 象解决下列问题:

- (1) 小明早到了 ___ 分钟, 公交车的平均速度为 ___ 千米/分钟;
- (2) 小杰路上花费的时间是 ___ 分钟, 比小明晚出发 ___ 分钟;
- (3) 求出租车行驶过程中 s 与 t 的函数关系式, 并写出定义域.



22. (问答题, 7 分) 小杰和小明玩扑克牌游戏, 各出一张牌比输赢. 游戏的规则是: 谁的牌数字大谁赢, 同样大就平: A 遇 2 就输, 遇其他牌 (除 A 外) 都赢. 目前小杰手中 A、K、J, 小明手中有 2、Q、J.

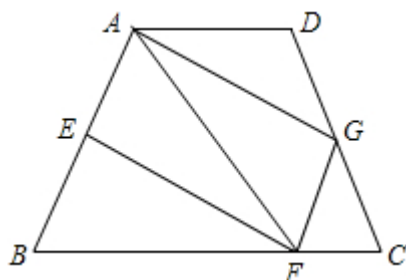
- (1) 求出小明抽到的牌恰好是“2”的概率;
- (2) 小杰、小明两人谁获胜的机会大? 画出树状图, 通过计算说明理由.

23. (问答题, 8 分) 为响应国家号召, 全体公民接种疫苗, 提高对“新冠”病毒的免疫功能. 现某大型社区有 6000 人需要接种疫苗, 为了尽快完成该项任务, 防疫部门除固定接种点外还增加了一辆流动疫苗接种车, 实际每日接种人数比原计划多了 250 人, 结果提前了 2 天完成全部接种任务. 求原计划每天接种人数是多少?

24. (问答题, 9 分) 如图, 已知梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, E 、 G 分别是 AB 、 CD 的中点, 点 F 在边 BC 上, 且 $BF = \frac{1}{2}(AD + BC)$.

(1) 求证: 四边形 $AEFG$ 是平行四边形;

(2) 若四边形 $AEFG$ 是矩形, 求证: AG 平分 $\angle FAD$.

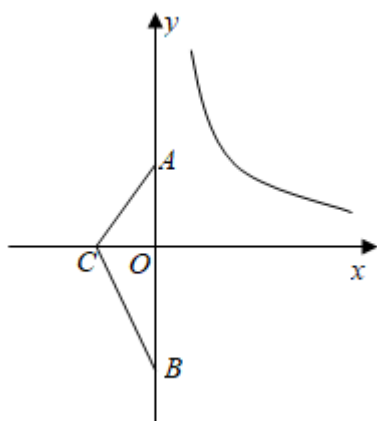


25. (问答题, 9 分) 已知, 如图, 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y = -2x - 4$ 与 x 轴交于点 C , 与 y 轴交于点 B , 点 A 为 y 轴正半轴上的一点, 将 $\triangle ABC$ 绕着顶点 B 旋转后, 点 C 的对应点 C' 落在 y 轴上, 点 A 的对应点 A' 恰好落在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象上.

(1) 求 $\triangle BOC$ 的面积;

(2) 如果 k 的值为 6 (即反比例函数为 $y = \frac{6}{x}$), 求点 A' 的坐标;

(3) 如果四边形 $ACBA'$ 是梯形, 求 k 的值.



26. (问答题, 12 分) 已知: 正方形 $ABCD$ 的边长为 8, 点 E 是 BC 边的中点, 点 F 是边 AB 上的动点, 联结 DE 、 EF .

(1) 如图 1, 如果 $BF=2$, 求证: $EF \perp DE$;

(2) 如图 2, 如果 $BF=3$, 求证: $\angle DEF=3\angle CDE$;

(3) 联结 DF , 设 DF 的中点为 G , 四边形 $AFEG$ 是否可能为菱形? 请说明理

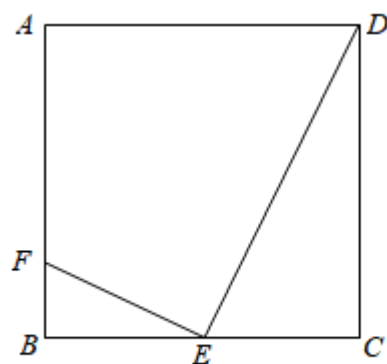


图 1

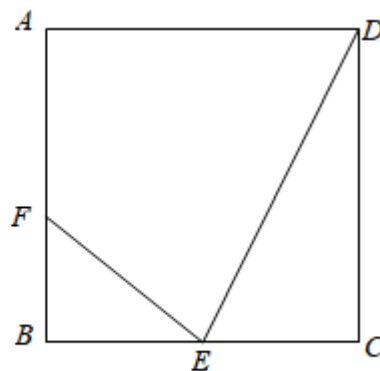


图 2

由.

2020-2021学年上海市徐汇区八年级（下）期末数学试卷

参考答案与试题解析

试题数：26，满分：100

1.（单选题，2分）一次函数 $y=-2x+1$ 的图象经过（ ）

- A.一、二、三象限
- B.二、三、四象限
- C.一、三、四象限
- D.一、二、四象限

【正确答案】：D

【解析】：根据题目中的函数解析式和一次函数的性质，即可得到图象经过的象限.

【解答】：解： $\because k=-2<0$,

$\therefore$ 一次函数的图象经过第二四象限，

$\because b=1>0$,

$\therefore$ 一次函数 $y=-2x+1$ 的图象与 y 轴正半轴相交，经过第一象限，

$\therefore$ 一次函数 $y=-2x+1$ 的图象经过第一二四象限，

故选：D.

【点评】：本题考查一次函数的性质，对一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$)， $k>0$ 时，函数图象经过第一三象限， $k<0$ 时，函数图象经过第二四象限， $b>0$ 时，函数图象与 y 轴正半轴相交， $b<0$ 时，函数图象与 y 轴负半轴相交.

2.（单选题，2分）下列方程，有实数解的是（ ）

A. $\sqrt{x-2}+1=0$

B. $\frac{x}{x-2}=\frac{2}{x-2}$

C. $(x+2)^4-1=0$

D. $\sqrt{x-4}+\sqrt{x-3}=0$

【正确答案】：C

【解析】：先移项，再根据算术平方根的非负性即可判断 A；方程两边都乘以 $x-2$ ，求出 $x=2$ ，再进行检验，即可判断 B；移项后开四次方，即可判断 C；根据算术平方根的非负性得出 $x-$

$4=0$ 且 $x-3=0$ ，即可判断 D.

【解答】：解：A. $\because \sqrt{x-2}+1=0$,

$$\therefore \sqrt{x-2}=-1,$$

$\because \sqrt{x-2}$ 是非负数，

$\therefore$ 原方程无实数解，故本选项不符合题意；

$$\text{B. } \frac{x}{x-2} = \frac{2}{x-2},$$

方程两边都乘以 $x-2$ ，得 $x=2$ ，

检验：当 $x=2$ 时， $x-2=0$ ，所以 $x=2$ 是增根，

即原方程无实数解，故本选项不符合题意；

$$\text{C. } \because (x+2)^4-1=0,$$

$$\therefore (x+2)^4=1,$$

$$\therefore x+2=\pm\sqrt[4]{1},$$

$\therefore x_1=-2+1=-1$ ， $x_2=-2-1=-3$ ，即方程有实数解，故本选项符合题意；

$$\text{D. } \because \sqrt{x-4}+\sqrt{x-3}=0,$$

$$\therefore x-4=0 \text{ 且 } x-3=0,$$

$\therefore x$ 不存在，

即原方程无实数解，故本选项不符合题意；

故选：C.

【点评】：本题考查了解无理方程，算术平方根，四次方根，解分式方程等知识点，能把无理方程转化成有理方程和把分式方程转化成整式方程是解此题的关键.

3. (单选题, 2 分) 如果 $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{MN}$ ，那么下列结论中正确的是 ()

$$\text{A. } |\overrightarrow{EN}| = |\overrightarrow{FM}|$$

$\text{B. } \overrightarrow{EM}$ 与 $\overrightarrow{FN}$ 是相等向量

$\text{C. } \overrightarrow{EN}$ 与 $\overrightarrow{MF}$ 是相反向量

$\text{D. } \overrightarrow{EN}$ 与 $\overrightarrow{MF}$ 是平行向量

【正确答案】：B

【解析】：根据已知条件可以判定四边形 EMNF 是平行四边形，结合平行四边形的性质和相等向量、平行向量的定义作出判断.

【解答】：解：∵ $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{MN}$ ，

∴ $|\overrightarrow{EF}| = |\overrightarrow{MN}|$ ， $EF \parallel MN$ ．

∴ 四边形 EMNF 是平行四边形．

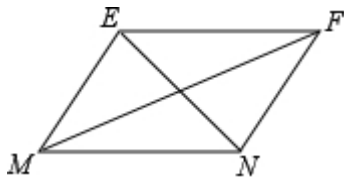
A、当平行四边形 EMNF 是矩形时，该结论才成立，故不符合题意．

B、由四边形 EMNF 是平行四边形得到： $EM = FN$ ，且 $EM \parallel FN$ ，则 $\overrightarrow{EM}$ 与 $\overrightarrow{FN}$ 是相等向量，故符合题意．

C、如图所示， $\overrightarrow{EN}$ 与 $\overrightarrow{MF}$ 不是相反向量，故不符合题意．

D、如图所示， $\overrightarrow{EN}$ 与 $\overrightarrow{MF}$ 不是平行向量，故不符合题意．

故选：B．



【点评】：本题主要考查了平面向量，解题的关键是根据题意判定四边形 EMNF 是平行四边形．

4.（单选题，2 分）下列语句所描述的事件中，是不可能事件的是（ ）

A. 锄禾日当午

B. 大漠孤烟直

C. 手可摘星辰

D. 黄河入海流

【正确答案】：C

【解析】：根据事件发生的可能性大小判断相应事件的类型即可．

【解答】：解：A、锄禾日当午是随机事件，故选项错误，不符合题意；

B、大漠孤烟直是随机事件，故选项错误，不符合题意；

C、手可摘星辰是不可能事件，故选项正确，符合题意；

D、黄河入海流是必然事件，故选项错误，不符合题意；

故选：C．

【点评】：此题主要考查了必然事件，不可能事件，随机事件的概念．理解概念是解决这类基础题的主要方法．必然事件指在一定条件下，一定发生的事件；不可能事件是指在一定条件下，一定不发生的事件；不确定事件即随机事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件．

5. (单选题, 2 分) 下列图形中是中心对称但不是轴对称的图形是 ()

- A. 菱形
- B. 矩形
- C. 等腰梯形
- D. 平行四边形

【正确答案】： D

【解析】： 根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】： 解： A. 菱形既是轴对称图形，又是中心对称图形，故此选项不合题意；

B. 矩形既是轴对称图形，又是中心对称图形，故此选项不合题意；

C. 等腰梯形是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项不合题意；

D. 平行四边形不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项符合题意；

故选： D.

【点评】： 此题主要考查了中心对称图形与轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180° 度后与原图重合.

6. (单选题, 2 分) 已知四边形 ABCD 中， $AB \parallel CD$ ， $AC=BD$ ， 下列判断中正确的是 ()

- A. 如果 $BC=AD$ ， 那么四边形 ABCD 是等腰梯形
- B. 如果 $AD \parallel BC$ ， 那么四边形 ABCD 是菱形
- C. 如果 AC 平分 BD， 那么四边形 ABCD 是矩形
- D. 如果 $AC \perp BD$ ， 那么四边形 ABCD 是正方形

【正确答案】： C

【解析】： 根据正方形、等腰梯形、矩形和菱形的判定定理进行判断即可.

【解答】： 解： A. 如果 $BC=AD$ ， 那么四边形 ABCD 可能是等腰梯形，也可能是矩形，错误；

B. 如果 $AD \parallel BC$ ， 那么四边形 ABCD 是矩形，错误；

C. 如果 AC 平分 BD， 那么四边形 ABCD 是矩形，正确；

D. 如果 $AC \perp BD$ ， 那么四边形 ABCD 不一定是正方形，错误；

故选： C.

【点评】： 此题考查等腰梯形的判定，关键是根据正方形、等腰梯形、矩形和菱形的判定定理解答.

7. (填空题, 2 分) 将直线 $y=-x-2$ 沿 y 轴方向向上平移 3 个单位, 所得新图象的函数表达式是 ____.

【正确答案】: [1] $y=-x+1$

【解析】: 根据“上加下减”的原则进行解答即可.

【解答】: 解: 由“上加下减”的原则可知, 将直线 $y=-x-2$ 沿 y 轴方向向上平移 3 个单位所得函数的解析式为 $y=-x-2+3$, 即 $y=-x+1$.

故答案为: $y=-x+1$.

【点评】: 本题考查的是一次函数的图象与几何变换, 熟知“上加下减”的原则是解答此题的关键.

8. (填空题, 2 分) 已知一次函数 $y=mx+1$ ($m \neq 0$), 若 y 的值随 x 的增大而增大, 则 m 的取值范围是 ____.

【正确答案】: [1] $m > 0$

【解析】: 根据一次函数图象与系数的关系可判断 $m > 0$.

【解答】: 解: $\because$ 一次函数 $y=mx+1$ ($m \neq 0$) 中, y 的值随 x 的增大而增大, $\therefore m > 0$,

故答案是: $m > 0$.

【点评】: 本题主要考查一次函数的性质, 掌握一次函数的增减性是解题的关键, 即在 $y=kx+b$ 中, 当 $k > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大, 当 $k < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小.

9. (填空题, 2 分) 方程 $\frac{1}{2}x^3+4=0$ 的解是 ____.

【正确答案】: [1] $x=-2$

【解析】: 方程整理后, 利用立方根定义求出解即可.

【解答】: 解: 方程整理得: $x^3=-8$,

开立方得: $x=-2$.

故答案为: $x=-2$.

【点评】: 此题考查了立方根, 熟练掌握立方根的定义是解本题的关键.

10. (填空题, 2 分) 方程 $\sqrt{2-x}=3$ 的解是 ____.

【正确答案】: [1] $x=-7$

【解析】：两边平方得出 $2-x=9$ ，求出方程的解，再进行检验即可．

【解答】：解： $\sqrt{2-x}=3$ ，

两边平方，得 $2-x=9$ ，

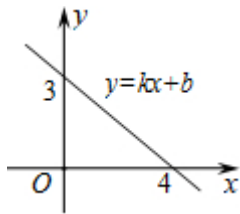
解得： $x=-7$ ，

经检验 $x=-7$ 是原方程的解，

故答案为： $x=-7$ ．

【点评】：本题考查了解无理方程，能把无理方程转化成有理方程是解此题的关键．

11.（填空题，2分）已知一次函数 $y=kx+b$ （ k 、 b 为常数）的图象如图所示，那么关于 x 的不等式 $kx+b>0$ 的解集是__．



【正确答案】： [1] $x<4$

【解析】：从图象上得到函数的增减性及与 x 轴的交点的横坐标，即能求得不等式 $kx+b>0$ 的解集．

【解答】：解：函数 $y=kx+b$ 的图象经过点 $(4, 0)$ ，并且函数值 y 随 x 的增大而减小，所以当 $x<4$ 时，函数值大于 0，即关于 x 的不等式 $kx+b>0$ 的解集是 $x<4$ ．

故答案为： $x<4$

【点评】：此题主要考查了一次函数与一元一次不等式的关系：从函数的角度看，就是寻求使一次函数 $y=kx+b$ 的值大于（或小于）0 的自变量 x 的取值范围；从函数图象的角度看，就是确定直线 $y=kx+b$ 在 x 轴上（或下）方部分所有的点的横坐标所构成的集合．

12.（填空题，2分）如果关于 x 是方程 $x^2-x+m=0$ 有两个相等的实数根，那么 m 的值等于__．

【正确答案】： [1] $\frac{1}{4}$

【解析】：一元二次方程有两个相等的实根，即根的判别式 $\Delta=b^2-4ac=0$ ，即可求 m 值．

【解答】：解： $\because$ 方程 $x^2-x+m=0$ 有两个相等的实数根，

$\therefore \Delta=b^2-4ac=(-1)^2-4m=0$ ，

解得 $m = \frac{1}{4}$,

故答案为: $\frac{1}{4}$.

【点评】: 此题主要考查的是一元二次方程的根判别式, 当 $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时, 方程有两个相等的实根, 当 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时, 方程有两个不相等的实根, 当 $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时, 方程无实数根.

13. (填空题, 2 分) 一个凸 n 边形的内角和是 540° , 则 $n = \underline{\quad}$.

【正确答案】: [1]5

【解析】: 已知凸边形的内角和为 540° , 故根据多边形内角和的公式易求解.

【解答】: 解: 根据题意得,

$$(n-2) \cdot 180^\circ = 540^\circ,$$

解得 $n = 5$,

故答案为: 5.

【点评】: 本题考查的是多边形的内角与外角, 熟记多边形的内角和公式是解题的关键.

14. (填空题, 2 分) 用换元法解方程 $\frac{x-1}{x^2} + \frac{2x^2}{x-1} = 3$ 时, 如果设 $\frac{x-1}{x^2} = y$ 时, 则原方程可以化成关于 y 的整式方程是 $\underline{\quad}$.

【正确答案】: [1] $y^2 - 3y + 2 = 0$

【解析】: 根据题意, 设 $\frac{x-1}{x^2} = y$, 只需将 y 替换原式中 $\frac{x-1}{x^2}$ 即可

【解答】: 解:

设 $\frac{x-1}{x^2} = y$, 则原式有 $y + \frac{2}{y} = 3$, 整理得 $y^2 - 3y + 2 = 0$

故答案为: $y^2 - 3y + 2 = 0$

【点评】: 此题主要考查换元法解分式方程, 当分式方程比较复杂时, 通常采用换元法使分式方程简化.

15. (填空题, 2 分) 我们古代《四元玉鉴》中记载“二果问价”问题, 其内容如下: “九百九十九文钱, 甜果苦果共买千, 甜果九个十一文, 苦果七个四文钱, 试问甜苦果几个, 又问各该几个钱?”如果设买甜果 x 个, 买苦果 y 个, 那么列出的关于 x, y 的二元一次方程组是 $\underline{\quad}$.

【正确答案】: [1]
$$\begin{cases} x + y = 1000 \\ \frac{11}{9}x + \frac{4}{7}y = 999 \end{cases}$$

【解析】：由甜果苦果共买千可得出 $x+y=1000$ ，利用总价=单价 $\times$ 数量可得出 $\frac{11}{9}x+\frac{4}{7}y=999$ ，联立两方程组成方程组即可得出结论。

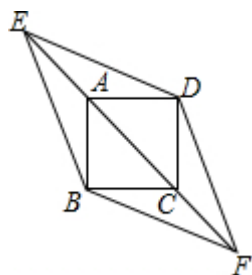
【解答】：解： $\because$ 甜果苦果共买千，
 $\therefore x+y=1000$ ；
 $\because$ 甜果九个十一文，苦果七个四文钱，且购买两种果共花费九百九十九文钱，
 $\therefore \frac{11}{9}x+\frac{4}{7}y=999$ 。

联立两方程组成方程组 $\begin{cases} x+y=1000 \\ \frac{11}{9}x+\frac{4}{7}y=999 \end{cases}$ 。

故答案为： $\begin{cases} x+y=1000 \\ \frac{11}{9}x+\frac{4}{7}y=999 \end{cases}$ 。

【点评】：本题考查了由实际问题抽象出二元一次方程组，找准等量关系，正确列出二元一次方程组是解题的关键。

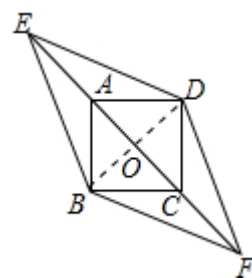
16.（填空题，2分）已知边长为4的正方形ABCD，点E、F分别在CA、AC的延长线上，且 $\angle BED=\angle BFD=45^\circ$ ，那么四边形EBFD的面积是__。



【正确答案】：[1] $16+16\sqrt{2}$

【解析】：连接BD交AC于O，首先证明四边形EBFD是菱形，根据菱形的面积等于对角线乘积的一半即可解决问题。

【解答】：解：如图连接BD交AC于O。



$\because$ 四边形ABCD是正方形，
 $\therefore AB=BC=CD=AD=4$ ， $\angle CAD=\angle CAB=45^\circ$ ，

$$\therefore \angle EAD = \angle EAB = 135^\circ,$$

在 $\triangle EAB$ 和 $\triangle EAD$ 中,

$$\begin{cases} EA = EA \\ \angle EAB = \angle EAD, \\ AB = AD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle EAB \cong \triangle EAD,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle AED = 22.5^\circ, EB = ED,$$

$$\therefore \angle ADE = 180^\circ - \angle EAD - \angle AED = 22.5^\circ,$$

$$\therefore \angle AED = \angle ADE = 22.5^\circ,$$

$$\therefore AE = AD = 4,$$

同理证明 $\angle DFC = 22.5^\circ$, $FD = FB$,

$$\therefore \angle DEF = \angle DFE,$$

$$\therefore DE = DF,$$

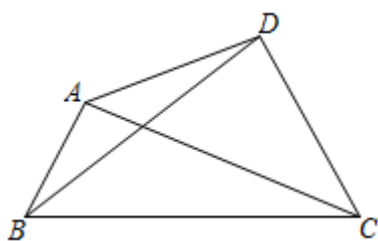
$$\therefore ED = EB = FB = FD,$$

$$\therefore \text{四边形 } EBFD \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot EF = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} (4\sqrt{2} + 8) = 16 + 16\sqrt{2}.$$

故答案为 $16 + 16\sqrt{2}$.

【点评】：本题考查菱形的判定和性质、正方形的性质、全等三角形的判定和性质等知识，解题的关键是发现四边形 $EBFD$ 是菱形，记住菱形的面积等于对角线乘积的一半．属于中考常考题型．

17. (填空题, 2 分) 我们把联结四边形对边中点的线段称为“中对线”. 凸四边形 $ABCD$ 的对角线 $AC = BD = 12$, 且这两条对角线的夹角为 60° , 那么该四边形较长的“中对线”的长度为 ____.



【正确答案】： $[1]6\sqrt{3}$

【解析】：连接 EF 、 FG 、 GH 、 HE ，根据三角形中位线定理得到 $EF \parallel BD$, $EF = 6$, $GH \parallel BD$, $GH = 6$, $EH \parallel AC$, $EH = 6$, 证明四边形 $EFGH$ 为菱形，根据菱形的性质和勾股定理计算，得到答案.

【解答】：解：设四边形 $ABCD$ 的“中对线”交于点 O ，连接 EF 、 FG 、 GH 、 HE ，
 $\therefore E, F$ 分别为 AB, AD 的中点，

$$\therefore EF \parallel BD, EF = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \times 12 = 6,$$

同理可得: $GH \parallel BD, GH = 6, EH \parallel AC, EH = 6,$

$\therefore$ 四边形 EFGH 为菱形, $\angle EFG = 60^\circ,$

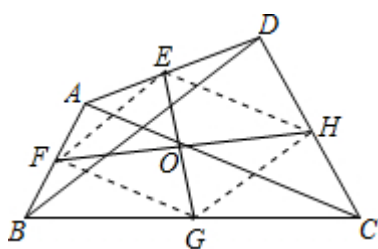
$$\therefore \angle EFO = 30^\circ,$$

$$\therefore OE = \frac{1}{2}EF = 3,$$

$$\text{在 Rt}\triangle OEF \text{ 中, } OF = \sqrt{EF^2 - OE^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3},$$

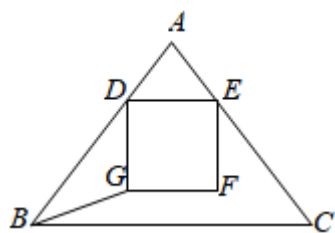
$$\therefore FH = 6\sqrt{3}, \text{ 即该四边形较长的“中对线”的长度为 } 6\sqrt{3},$$

故答案为: $6\sqrt{3}.$



【点评】: 本题考查的三角形中位线定理、菱形的判定定理和性质定理, 根据三角形中位线定理和菱形的判定定理证明四边形 EFGH 为菱形是解题的关键.

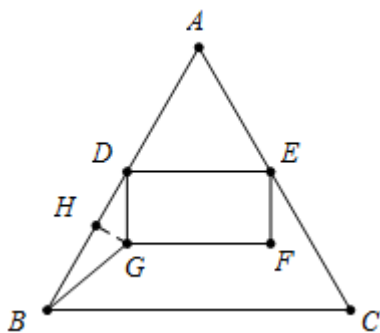
18. (填空题, 2 分) 已知等边 $\triangle ABC$ 的边长为 6, D 是边 AB 上一点, $DE \parallel BC$ 交边 AC 于点 E, 以 DE 为一边在 $\triangle ABC$ 形内构造矩形 DEFG. 且 $DG = \frac{1}{2}DE$. 设 $AD = x$, $BG = y$, 则 y 关于 x 的函数关系式是 ____ (无需写出定义域).



【正确答案】: [1] $y = \frac{\sqrt{(15+2\sqrt{3})x^2 - (48+12\sqrt{3})x + 144}}{2}$

【解析】: 过点 G 作 $GH \perp AB$ 于 H, 分别在 $\text{Rt}\triangle DHG$ 和 $\text{Rt}\triangle BGH$ 中表示出各线段长, 进而表示出 y 的值.

【解答】：解：如图



过点 G 作 $GH \perp AB$ 于 H,

$\because \triangle ABC$ 为等边三角形,

$\therefore \angle A = 60^\circ$,

$\because DE \parallel BC$,

$\therefore \triangle ADE$ 为等边三角形,

$\therefore DE = AD = x$,

$\because DG = \frac{1}{2} DE$,

$\therefore DG = \frac{1}{2} x$,

在 $\text{Rt}\triangle DGH$ 中

$\angle GDH = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$,

$\therefore GH = \frac{1}{4} x$, $DH = \frac{\sqrt{3}}{4} x$,

在 $\text{Rt}\triangle BHG$ 中,

$BG = y$, $BH = 6 - x - \frac{\sqrt{3}}{4} x$,

$\therefore y^2 = \left(\frac{1}{4} x\right)^2 + \left(6 - x - \frac{\sqrt{3}}{4} x\right)^2$

$\therefore y = \frac{\sqrt{(15+2\sqrt{3})x^2 - (48+12\sqrt{3})x + 144}}{2}$.

故答案为: $y = \frac{\sqrt{(15+2\sqrt{3})x^2 - (48+12\sqrt{3})x + 144}}{2}$.

【点评】：本题主要考查了等边三角形的性质、矩形的性质、勾股定理等知识，利用勾股定理和构造直角三角形是解题点关键.

19. (问答题, 6 分) 解方程组: $\begin{cases} x^2 - 5xy - 6y^2 = 0 \\ x^2 - 4xy + 4y^2 = 1 \end{cases}$.

【正确答案】：

【解析】：将每个方程因式分解，降次化为两个一次方程，解出重新组合的方程组即可得到答案.

【解答】：解： $x^2-5xy-6y^2=0$ 可化为 $(x-6y)(x+y)=0$,

$\therefore x-6y=0$ 或 $x+y=0$,

$x^2-4xy+4y^2=1$ 可化为 $(x-2y+1)(x-2y-1)=0$,

$\therefore x-2y+1=0$ 或 $x-2y-1=0$,

原方程组相当于以下四个方程组： $\begin{cases} x-6y=0 \\ x-2y+1=0 \end{cases}$ ①， $\begin{cases} x-6y=0 \\ x-2y-1=0 \end{cases}$ ②，

$\begin{cases} x+y=0 \\ x-2y+1=0 \end{cases}$ ③， $\begin{cases} x+y=0 \\ x-2y-1=0 \end{cases}$ ④，

解 ① ② ③ ④ 分别得： $\begin{cases} x=-\frac{3}{2} \\ y=-\frac{1}{4} \end{cases}$ ， $\begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ y=\frac{1}{4} \end{cases}$ ， $\begin{cases} x=-\frac{1}{3} \\ y=\frac{1}{3} \end{cases}$ ， $\begin{cases} x=\frac{1}{3} \\ y=-\frac{1}{3} \end{cases}$ ，

$\therefore$ 原方程组的解为： $\begin{cases} x=-\frac{3}{2} \\ y=-\frac{1}{4} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ y=\frac{1}{4} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-\frac{1}{3} \\ y=\frac{1}{3} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=\frac{1}{3} \\ y=-\frac{1}{3} \end{cases}$ 。

【点评】：本题考查解二元二次方程组，将每个二次方程因式分解，降次化为两个一次方程是解题的关键.

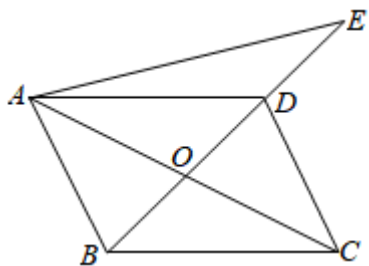
20. (问答题, 6 分) 如图, 平行四边形 ABCD 的对角线 AC、BD 相交于点 O. 点 E 在对角线 BD 的延长线上, 且 $DE=OD$.

(1) 图中与 $\overrightarrow{OB}$ 相等的向量是 ___;

(2) 计算: $\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA}$;

(3) 在图中求作 $\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{CO}$.

(保留作图痕迹, 不要求写作法, 请指出哪个向量是所求作的向量)



【正确答案】： $\overrightarrow{DO}$ ， $\overrightarrow{ED}$

【解析】：（1）证明 $OD=OD=DE$ ，可得结论.

（2）连接 CE ，利用三角形法则求解即可.

（3）如图，延长 CA 到 T ，使得 $AT=OA$ ，连接 TE . $\overrightarrow{TE}$ 即为所求.

【解答】：解：（1） $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore OB=OD$ ，

$\because DE=OD$ ，

$\therefore OB=OD=DE$ ，

$\therefore$ 与 $\overrightarrow{OB}$ 相等的向量为 $\overrightarrow{DO}$ ， $\overrightarrow{ED}$.

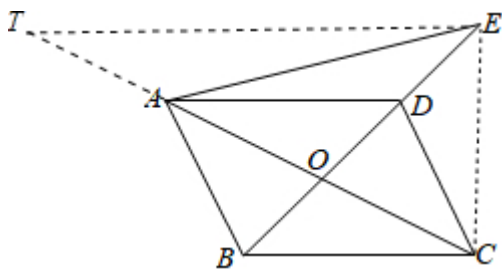
故答案为： $\overrightarrow{DO}$ ， $\overrightarrow{ED}$.

（2）连接 EC .

$\because \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BE} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CE}$.

$\therefore \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CE}$.

（3）如图，延长 CA 到 T ，使得 $AT=OA$ ，连接 TE . $\overrightarrow{TE}$ 即为所求.



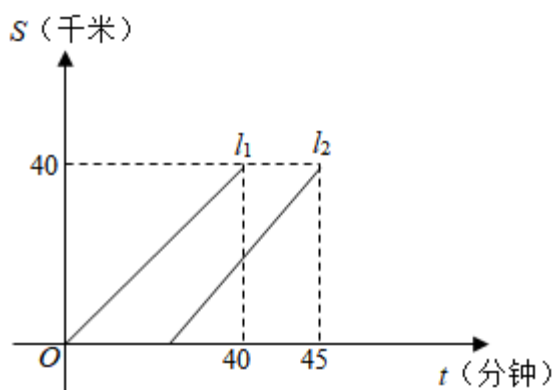
【点评】：本题考查作图-复杂作图，平行四边形的性质，平面向量，三角形法则等知识，解题的关键是熟练掌握三角形法则解决问题，属于中考常考题型.

21.（问答题，7分）小明和小杰从同一地点去青浦郊野公园，小明坐公交车去，小杰因为有事晚出发，乘出租车以 1.6 千米/分钟的平均速度沿路追赶. 图中 l_1 ， l_2 分别表示公交车与图象解决下列问题：

（1）小明早到了 ___ 分钟，公交车的平均速度为 ___ 千米/分钟；

（2）小杰路上花费的时间是 ___ 分钟，比小明晚出发 ___ 分钟；

（3）求出租车行驶过程中 s 与 t 的函数关系式，并写出定义域.



【正确答案】： 5; 1; 25; 20

【解析】：（1）根据函数图象可以解答本题；
（2）根据“时间=路程÷速度”列式计算即可求解；
（3）利用待定系数法可得 l_1 和 l_2 对应的表达式.

【解答】：解：（1）根据图象可知，小明早到了： $45-40=5$ （分钟），
公交车的平均速度为： $40 \div 40=1$ （千米/分钟），
故答案为：5；1；

（2）小杰路上花费的时间是： $40 \div 1.6=25$ （分钟），
小杰比小明晚出发： $45-25=20$ （分钟），
故答案为：25；20；

（3）由公交车的平均速度为1千米/分钟，可得 l_1 对应的表达式为 $s=t$ ($0 \leq t \leq 40$)；
设 l_2 对应的表达式为 $s=kt+b$ ($k \neq 0$)，由题意得：

$$\begin{cases} 20k + b = 0 \\ 45k + b = 40 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 1.6 \\ b = -32 \end{cases},$$

$\therefore l_2$ 对应的表达式为 $s=1.6t-32$ ($20 \leq t \leq 45$) .

【点评】：本题考查一次函数的应用，解答此类问题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用数形结合的思想解答.

22.（问答题，7分）小杰和小明玩扑克牌游戏，各出一张牌比输赢. 游戏的规则是：谁的牌数字大谁赢，同样大就平：A 遇 2 就输，遇其他牌（除 A 外）都赢. 目前小杰手中 A、K、J，小明手中有 2、Q、J.

- (1) 求出小明抽到的牌恰好是“2”的概率；
- (2) 小杰、小明两人谁获胜的机会大？画出树状图，通过计算说明理由．

【正确答案】：

【解析】：（1）直接利用概率公式求解；

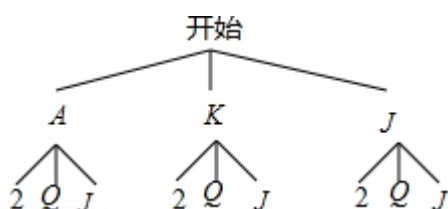
（2）画树状图展示所有 9 种等可能的结果，再找出小杰获胜的结果数和小明获胜的结果数，则可计算出小杰获胜的概率和小明获胜的概率，然后比较两个概率的大小可判断谁获胜的机会大．

【解答】：解：（1）小明抽到的牌恰好是“2”的概率= $\frac{1}{3}$ ；

（2）小杰获胜的机会大．

理由如下：

画树状图为：



共有 9 种等可能的结果，其中小杰获胜的结果数为 6，小明获胜的结果数为 2，

所以小杰获胜的概率= $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ ；小明获胜的概率= $\frac{2}{9}$ ，

而 $\frac{2}{3} > \frac{2}{9}$ ，

所以小杰获胜的机会大．

【点评】：本题考查了列表法与树状图法：利用列表法或树状图法展示所有等可能的结果 n ，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ，然后利用概率公式计算事件 A 或事件 B 的概率．

23.（问答题，8 分）为响应国家号召，全体公民接种疫苗，提高对“新冠”病毒的免疫功能．现某大型社区有 6000 人需要接种疫苗，为了尽快完成该项任务，防疫部门除固定接种点外还增加了一辆流动疫苗接种车，实际每日接种人数比原计划多了 250 人，结果提前了 2 天完成全部接种任务．求原计划每天接种人数是多少？

【正确答案】：

【解析】：设原计划每天接种人数为 x 人，则实际每日接种人数为 $(x+250)$ 人，由题意：现某大型社区有 6000 人需要接种疫苗，实际每日接种人数比原计划多了 250 人，结果提前了 2 天完成全部接种任务，列出方程，解方程即可．

【解答】：解：设原计划每天接种人数为 x 人，则实际每日接种人数为 $(x+250)$ 人，

由题意得：
$$\frac{6000}{x} - \frac{6000}{x+250} = 2,$$

解得： $x=750$ 或 $x=-1000$ （舍去），

经检验， $x=750$ 是原方程的解，且符合题意，

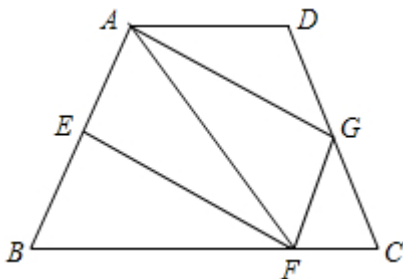
答：原计划每天接种人数为 750 人．

【点评】：本题考查了分式方程的应用以及一元二次方程的解法，解答本题的关键是读懂题意，设出未知数，找出合适的等量关系，列方程求解，注意检验．

24.（问答题，9 分）如图，已知梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， E 、 G 分别是 AB 、 CD 的中点，点 F 在边 BC 上，且 $BF = \frac{1}{2}(AD+BC)$ ．

（1）求证：四边形 $AEFG$ 是平行四边形；

（2）若四边形 $AEFG$ 是矩形，求证： AG 平分 $\angle FAD$ ．



【正确答案】：

【解析】：（1）连接 EG ，根据梯形的中位线定理得到 $EG = \frac{1}{2}(AD+BC)$ ， $EG \parallel AD \parallel BC$ ，根据题意得到 $EG=BF$ ，得到四边形 $BEGF$ 是平行四边形，根据平行四边形的性质得到 $BE=GF$ ，

$BE \parallel GF$ ，进而证明 $AE=GF$ ，根据平行四边形的判断定理证明结论；

（2）根据矩形的性质得到 $OA=OG$ ，得到 $\angle OAG=\angle OGA$ ，根据平行线的性质得到 $\angle DAG=\angle OGA$ ，根据角平分线的定义证明即可．

【解答】：证明：（1）连接 EG 交 AF 于点 O ，

$\because E、G$ 分别是 $AB、CD$ 的中点，

$\therefore EG$ 是梯形 $ABCD$ 的中位线，

$\therefore EG=\frac{1}{2}(AD+BC)$ ， $EG \parallel AD \parallel BC$ ，

$\because BF=\frac{1}{2}(AD+BC)$ ，

$\therefore EG=BF$ ，

$\therefore$ 四边形 $BEGF$ 是平行四边形，

$\therefore BE=GF$ ， $BE \parallel GF$ ，

$\because AE=BE$ ，

$\therefore AE=GF$ ，

$\therefore$ 四边形 $AEFG$ 是平行四边形；

（2） $\because$ 四边形 $AEFG$ 是矩形，

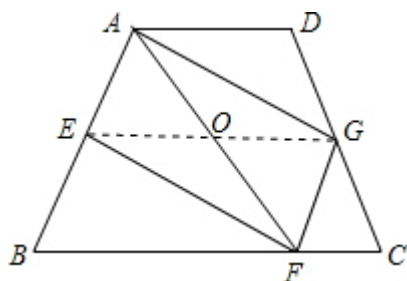
$\therefore OA=OG$ ，

$\therefore \angle OAG=\angle OGA$ ，

$\because AD \parallel EG$ ，

$\therefore \angle DAG=\angle OGA$ ，

$\therefore \angle OAG=\angle DAG$ ，即 AG 平分 $\angle FAD$ ．



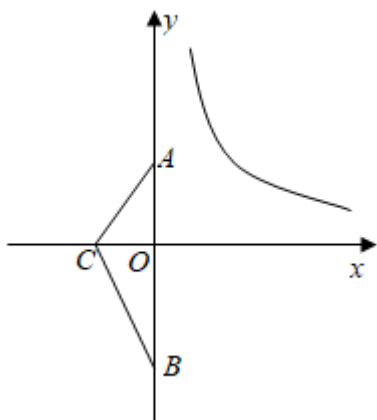
【点评】：本题考查的是梯形的中位线定理、平行四边形的判定、矩形的性质，得到 $OA=OG$ 解题的关键．

25.（问答题，9 分）已知，如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y=-2x-4$ 与 x 轴交于点 C ，与 y 轴交于点 B ，点 A 为 y 轴正半轴上的一点，将 $\triangle ABC$ 绕着顶点 B 旋转后，点 C 的对应点 C' 落在 y 轴上，点 A 的对应点 A' 恰好落在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象上．

(1) 求 $\triangle BOC$ 的面积;

(2) 如果 k 的值为 6 (即反比例函数为 $y=\frac{6}{x}$) , 求点 A' 的坐标;

(3) 如果四边形 $ACBA'$ 是梯形, 求 k 的值.



【正确答案】:

【解析】: (1) 一次函数 $y=-2x-4$ 与 x 轴交于点 C , 与 y 轴交于点 B , 求出点 B, C 坐标, 利用三角形面积公式: $\frac{1}{2}OB \times OC$

(2) 由于 BA' 和 BC 关于 y 轴对称, 其斜率是互为相反数; 求出直线 BA' 解析式, 再与曲线 $y=\frac{6}{x}$ 联立方程组, 可解出点 A' 坐标;

(3) ① 先分析四边形 $ACBA'$ 中对边 CB 与 AA' 不平行, 证明同旁内角相加不是 180 度, 即 $\angle BA'A + \angle CBA' \neq 180$ 度.

② 再分析四边形 $ACBA'$ 中对边 $CA \parallel BA'$, 由此得出. 过 A', A 分别作 BC, BC' 的垂线, 垂足分别为 M, M' , 由旋转得出 $\triangle A'M'C' \cong \triangle AMC$, 解出 A' 坐标, 代入曲线方程 $y=\frac{k}{x}$, 可得 k 值.

【解答】: 解: (1) 因为直线 $BC: y=-2x-4$,
 $\therefore B(0, -4), C(-2, 0)$,

$\therefore OC=2, OB=4$,

$\therefore$ 三角形 BOC 的面积 $=\frac{1}{2}OB \times OC = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$.

答: $\triangle BOC$ 的面积是 4;

(2) $\because$ 由旋转知, $\angle CBA = \angle C'BA'$,
 $\therefore BC, BA'$ 关于 y 轴对称, 设 BA' 与 x 轴交于点 D ,

由直线 AM, BC 的解析式组成方程组,

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 4 \\ y = -2x - 4 \end{cases},$$

解得 $M(-\frac{16}{5}, \frac{12}{5})$,

又 $A(0, 4)$, $C(-2, 0)$,

$$\text{所以 } AM = \sqrt{\frac{256}{25} + \frac{64}{25}} = \frac{8\sqrt{5}}{5}, \quad CM = \sqrt{\frac{36}{25} + \frac{144}{25}} = \frac{6\sqrt{5}}{5},$$

由旋转易得 $\triangle A'M'C' \cong \triangle AMC$,

$$\therefore A'M' = AM = \frac{8\sqrt{5}}{5}, \quad C'M' = CM = \frac{6\sqrt{5}}{5},$$

$$\text{又 } OC' = 2\sqrt{5} - 4, \text{ 所以 } OM' = OC' + C'M' = \frac{16\sqrt{5}}{5} - 4,$$

$$\therefore A'(\frac{8\sqrt{5}}{5}, \frac{16\sqrt{5}}{5} - 4),$$

又点 A' 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象上,

$$\therefore k = xy = \frac{8\sqrt{5}}{5} (\frac{16\sqrt{5}}{5} - 4) = \frac{128}{5} - \frac{32\sqrt{5}}{5}.$$

答: k 的值是 $\frac{128}{5} - \frac{32\sqrt{5}}{5}$.

【点评】: 本题考查在直角坐标系中用点斜式写出一函数的解析式; 两点距离公式; 两直线与 y 轴对称时斜率互为相反数.

26. (问答题, 12 分) 已知: 正方形 $ABCD$ 的边长为 8, 点 E 是 BC 边的中点, 点 F 是边 AB 上的动点, 联结 DE 、 EF .

(1) 如图 1, 如果 $BF=2$, 求证: $EF \perp DE$;

(2) 如图 2, 如果 $BF=3$, 求证: $\angle DEF = 3\angle CDE$;

(3) 联结 DF , 设 DF 的中点为 G , 四边形 $AFEG$ 是否可能为菱形? 请说明理

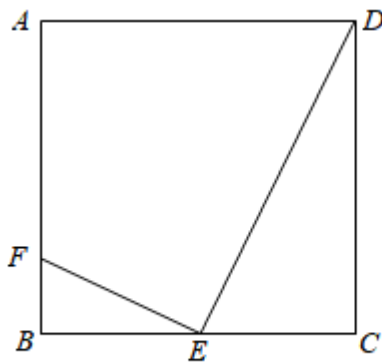


图 1

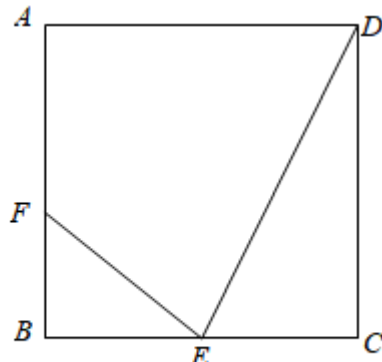


图 2

由.

【正确答案】：

【解析】：（1）证明 $\triangle FBE \sim \triangle ECD$ 可得 $\angle FEB = \angle EDC$ ，从而可得 $\angle FED = 90^\circ$ ，即可得证；

（2）过 E 作 $EH \perp AD$ 于 H，连接 AE，证明 $\angle CDE = \angle DEH = \angle AEH = \angle FEA$ 即可得到
 $\angle DEF = 3\angle CDE$ 。

（3）结论：四边形 AFEG 不可能是菱形，用反证法证明即可。

【解答】：（1）证明：如图 1 中，

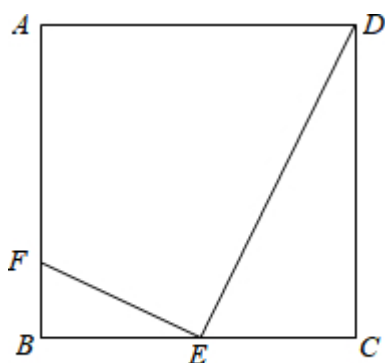


图 1

$\because$ 四边形 ABCD 是正方形，

$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = 90^\circ$ ， $AB = BC = CD = AD = 8$ ，

$\because$ 点 E 是 BC 边的中点，

$\therefore BE = CE = 4$ ，

$\because BF = 2$ ，

$$\therefore \frac{BF}{BE} = \frac{EC}{CD} ,$$

$$\therefore \frac{BF}{EC} = \frac{BE}{CD} ,$$

$\therefore \triangle FBE \sim \triangle ECD$ ，

$\therefore \angle FEB = \angle EDC$ ，

$\because \angle EDC + \angle DEC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle FEB + \angle DEC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle FED = 90^\circ$ ，

$\therefore EF \perp DE$ 。

(2) 证明：如图 2 中，过 E 作 $EH \perp AD$ 于 H，连接 AE.

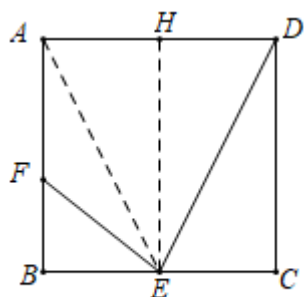


图3

$\because$ 四边形 ABCD 是正方形， $EH \perp AD$ 于 H，

$\therefore AB \parallel EH \parallel CD$ ，

$\therefore \angle CDE = \angle DEH$ ，

$\because$ E 是 BC 中点，

$\therefore AH = DH$ ，

$\therefore EH$ 垂直平分 AD，

$\therefore \angle AEH = \angle DEH$ ，

$\therefore \angle CDE = \angle DEH = \angle AEH$ ，

Rt $\triangle BEF$ 中， $BF = 3$ ， $BE = 4$ ，

$\therefore EF = \sqrt{BF^2 + BE^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ，

$\therefore AF = AB - BF = 5$ ，

$\therefore EF = AF$ ，

$\therefore \angle FAE = \angle FEA$ ，

而 $\angle FAE = \angle AEH$ ，

$\therefore \angle FEA = \angle AEH$ ，

$\therefore \angle CDE = \angle DEH = \angle AEH = \angle FEA$ ，

$\therefore \angle DEF = 3\angle CDE$.

(3) 解：结论：四边形 AFEG 不可能是菱形.

