2021-2022学年上海市徐汇中学八年级（下）期中数学试卷

试题数：25，满分：0

1.（单选题，3 分）下列命题是假命题的是（　　）

A.两条对角线互相平分的四边形是平行四边形

B.两条对角线相等的平行四边形是矩形

C.两条对角线互相垂直的平行四边形是菱形

D.两条对角线互相垂直且相等的四边形是正方形

2.（单选题，3 分）函数 $y=\frac{1}{2}x-3$ 的图象不经过（　　）

A.第一象限　B.第二象限　C.第三象限　D.第四象限

3.（单选题，3 分）下列方程中有实数解的是（　　）

A.$2x^2-x+1=0$　B.$\frac{x}{x^2-1}=\frac{1}{x^2-1}$　C.$\sqrt{2-x}+3=0$　D.$\sqrt{2-x}+x=0$

4.（单选题，3 分）某区为残疾人办实事，在一道路改造工程中，为盲人修建一条长 3000 米的盲道，在实际施工中，由于增加了施工人员，每天可以比原计划多修建 250 米，结果提前 2 天完成工程，设实际每天修建盲道 x 米，根据题意可得方程（　　）

A.$\frac{3000}{x-250}-\frac{3000}{x}=2$　B.$\frac{3000}{x+250}-\frac{3000}{x}=2$　C.$\frac{3000}{x}-\frac{3000}{x-250}=2$　D.$\frac{3000}{x}-\frac{3000}{x+250}=2$

5.（单选题，3 分）下列命题中真命题是（　　）

A.平行四边形是轴对称图形

B.方程 $\frac{x^2}{y}=2$ 是二元二次方程

C.一组对边平行，另一组对边相等的四边形是等腰梯形

D.当 $a>0$ 时，关于 x 的方程 $ax^2=1$ 有两个实数解

6.（单选题，3 分）已知在四边形 ABCD 中，AC 与 BD 相交于点 O，那么下列条件中能判定这个四边形是正方形的是（　　）

A.AC=BD AB || CD，AB=CD　B.AD || BC，∠A=∠C

C.AO=BO=CO=DO，AC⊥BD　D.AO=CO，BO=DO，AB=BC

7.（填空题，3 分）方程 $x^3+8=0$ 的根是___ .

8.（填空题，3 分）已知一次函数 y=（2m+1）x-1，且 y 的值随着 x 的值增大而减小，则 m 的取值范围是 ___ .

9.（填空题，3 分）将直线 $y=-\frac{1}{2}x-1$ 向上平移 4 个单位所得的直线表达式为___ .

10.（填空题，3 分）用换元法解方程 $\frac{x^2-3}{x}-\frac{3x}{x^2-3}=1$，如果设 $y=\frac{x^2-3}{x}$，那么原方程可以化为关于 y 的整式方程是 ___ .

11.（填空题，3 分）已知直线 y=x-1 与直线 y=|k|x+k 平行，则 k 的值等于 ___ .
12.（填空题，3 分）已知一个凸多边形的内角和是它的外角和的 3 倍，那么这个凸多边形的边数等于___ .
13.（填空题，3 分）方程（x-2）$\sqrt{x-3}$=0 的解是___ .
14.（填空题，3 分）已知菱形的面积为 120，一条对角线的长为 10，则菱形的边长为 ___ .
15.（填空题，3 分）我们把对角线与一边垂直的平行四边形叫做“优美平行四边形”．如果一个“优美平行四边形”的一组邻边长为 $2\sqrt{2}$ 和 4，那么它的最大的内角为 ___ 度.
16.（填空题，3 分）已知直线 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+1$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 A、点 B（O 为坐标原点），将△ABO 绕着点 B 逆时针旋转 60°后，点 A 恰好落在点 C 处，那么点 C 的坐标为 ___ .
17.（填空题，3 分）一次函数 y=-$\frac{4}{3}$x+4 与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 B，将线段 AB 绕 A 点逆时针旋转 90°，使 B 点落在 M 点处，则 M 的坐标为___ .
18.（填空题，3 分）直线 y=kx+2 经过点 A（2，4），且交 x 轴于点 B，在 x 轴上有一点 C，若△ABC 的面积为 12，则 C 点坐标为___ .
19.（问答题，6 分）解方程：$3-\sqrt{2x-3}=x$.

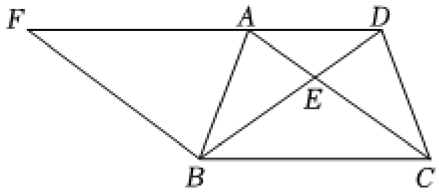
20.（问答题，6 分）解方程：$\frac{1}{x-2}+\frac{4}{4-x^2}=1$

21.（问答题，6 分）解方程组：$\begin{cases}x^2+4xy+4y^2=9(1)\\x-y=6(2)\end{cases}$.

22.（问答题，6 分）为了响应市政府节能减排的号召，某厂制作甲、乙两种环保袋．已知制成一个甲环保袋比制成一个乙环保袋需要多用 0.1 米的材料，且同样用 6 米材料制成甲环保袋的个数比制成乙环保袋的个数少 2 个．求制作每个甲环保袋用多少米材料？

23.（问答题，7 分）如图，在梯形 ABCD 中，AD || BC，AB=CD，对角线 AC、BD 交于点 E．点 F 在 DA 延长线上，且∠FBA=∠BDC，BD=BC．

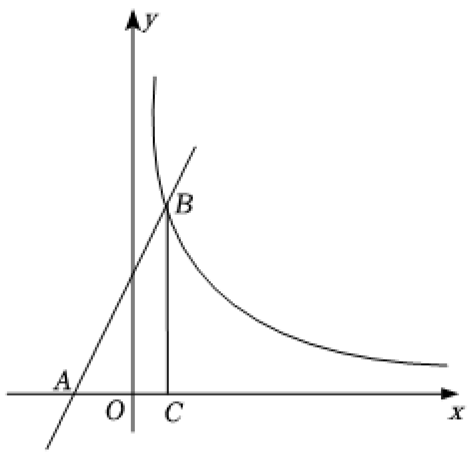
求证：四边形 AFBC 是菱形．



24.（问答题，8 分）如图，直角坐标平面中，已知点 A（-2，0），点 B 在第一象限，点 B 的纵坐标是横坐标的 6 倍，且在反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象上，作 BC⊥x 轴，垂足为点 C.

（1）求直线 AB 的表达式;

（2）如果点 E 在第一象限的反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 图象上，点 F 在直线 AB 上，使四边形 BCEF 为平行四边形，请分别求出点 E 和点 F 的坐标.



25.（问答题，10 分）已知在边长为 6 的正方形 ABCD 中，点 E 为射线 DB 上的一个动点（点 E 不与点 D、B 重合），联结 CE，将线段 CE 绕着点 C 按顺时针方向旋转 90°得线段 CF，联结 EF.

（1）如图 1，当点 E 在线段 DB 上时，求证：∠CDF=45°；

（2）如图 1，当点 E 在线段 DB 上时，设 DE=x，DF=y，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出函数定义域；

（3）在点 E 运动过程中，若点 A、E、F 恰好在一条直线上，求 DE 的长.

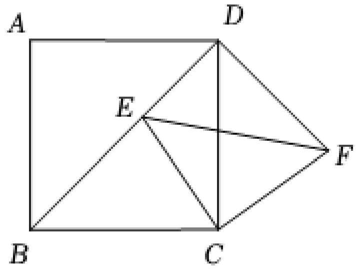
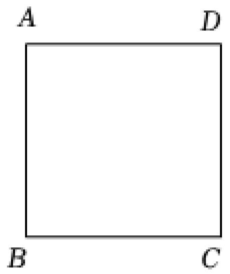
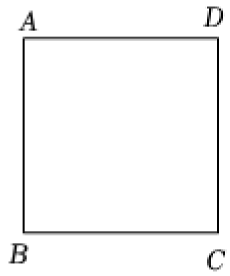


图1



备用图



备用图

2021-2022学年上海市徐汇中学八年级（下）期中数学试卷

参考答案与试题解析

试题数：25，满分：0

1.（单选题，3 分）下列命题是假命题的是（　　）

A.两条对角线互相平分的四边形是平行四边形

B.两条对角线相等的平行四边形是矩形

C.两条对角线互相垂直的平行四边形是菱形

D.两条对角线互相垂直且相等的四边形是正方形

【正确答案】：D

【解析】：根据正方形的判定定理、菱形的判定定理、矩形的判定定理、平行四边形的判定及性质解答即可.

【解答】：解：A、两条对角线互相平分的四边形是平行四边形，是真命题；

B、两条对角线相等的平行四边形是矩形，是真命题；

C、两条对角线互相垂直的平行四边形是菱形，是真命题；

D、两条对角线互相平分且垂直且相等的四边形是正方形，原命题是假命题；

故选：D.

【点评】：本题考查了命题与定理的知识，解题的关键是了解正方形的判定定理、菱形的判定定理、矩形的判定定理、平行四边形的判定及性质，难度不大.

2.（单选题，3 分）函数 $y=\frac{1}{2}x-3$ 的图象不经过（　　）

A.第一象限

B.第二象限

C.第三象限

D.第四象限

【正确答案】：B

【解析】：根据一次函数的系数，利用一次函数图象与系数的关系，可得出函数 $y=\frac{1}{2}x-3$ 的图象经过第一、三、四象限，进而可得出函数 $y=\frac{1}{2}x-3$ 的图象不经过第二象限.

【解答】：解：∵k=$\frac{1}{2}$＞0，-3＜0，

∴函数 y=$\frac{1}{2}$x-3 的图象经过第一、三、四象限，

∴函数 y=$\frac{1}{2}$x-3 的图象不经过第二象限.

故选：B.

【点评】：本题考查了一次函数图象与系数的关系，牢记“k＞0，b＜0⇔y=kx+b 的图象在一、三、四象限”是解题的关键.

3.（单选题，3 分）下列方程中有实数解的是（　　）

A.$2x^2-x+1=0$

B.$\frac{x}{x^2-1}=\frac{1}{x^2-1}$

C.$\sqrt{2-x}+3=0$

D.$\sqrt{2-x}+x=0$

【正确答案】：D

【解析】：根据一元二次方程根的判别式、解分式方程、算术平方根的定义等逐项判断.

【解答】：解：A、$2x^2-x+1=0$ 根的判别式 $\Delta=(-1)^2-4\times2\times1=-7<0$，

∴$2x^2-x+1=0$ 无实数解，故 A 不符合题意；

B、$\frac{x}{x^2-1}=\frac{1}{x^2-1}$ 去分母得 x=1，此时 $x^2-1=1^2-1=0$，

∴x=1 是原方程增根，原方程无实数解，故 B 不符合题意；

C、∵$\sqrt{2-x}\geq0$，

∴$\sqrt{2-x}+3\geq3$，即 $\sqrt{2-x}+3=0$ 无实数解，故 C 不符合题意；

D、$\sqrt{2-x}+x=0$ 可得 x=-2，

∴原方程有实数解，故 D 符合题意；

故选：D.

【点评】：本题考查解一元二次方程、分式方程、无理方程等，解题的关键是掌握解这些方程的步骤.

4.（单选题，3 分）某区为残疾人办实事，在一道路改造工程中，为盲人修建一条长 3000 米的盲道，在实际施工中，由于增加了施工人员，每天可以比原计划多修建 250 米，结果提前 2 天完成工程，设实际每天修建盲道 x 米，根据题意可得方程（　　）

A.$\frac{3000}{x-250}$-$\frac{3000}{x}$=2

B. $\frac{3000}{x+250}$ - $\frac{3000}{x}$ =2

C. $\frac{3000}{x}$ - $\frac{3000}{x-250}$ =2

D. $\frac{3000}{x}$ - $\frac{3000}{x+250}$ =2

【正确答案】：A

【解析】：直接利用每天修建的盲道比原计划多 250 米，结果提前 2 天完成工程，得出方程即可.

【解答】：解：设实际每天修建盲道 x 米，根据题意可得：$\frac{3000}{x-250}$ - $\frac{3000}{x}$ =2，

解得：x_1=-500（不合题意舍去），x_2=750，

经检验 x=750 是原方程的根，

答：实际每天修建盲道 750 米.

故选：A.

【点评】：此题主要考查了分式方程的应用，正确得出等量关系是解题关键.

5.（单选题，3 分）下列命题中真命题是（　　）

A.平行四边形是轴对称图形

B.方程 $\frac{x^2}{y}=2$ 是二元二次方程

C.一组对边平行，另一组对边相等的四边形是等腰梯形

D.当 a＞0 时，关于 x 的方程 ax^2=1 有两个实数解

【正确答案】：D

【解析】：根据平行四边形的性质、二元二次方程、等腰梯形的判定定理、一元二次方程的性质判断即可.

【解答】：解：A、平行四边形不是轴对称图形，原命题是假命题；

B、方程 $\frac{x^2}{y}=2$ 不是整式方程，原命题是假命题；

C、一组对边平行，另一组对边相等的四边形是等腰梯形或平行四边形，原命题是假命题；

D、当 a＞0 时，关于 x 的方程 ax^2=1 有两个实数解，是真命题；

故选：D.

【点评】：本题考查了命题与定理的知识，解题的关键是了解平行四边形的性质、二元二次方程、等腰梯形的判定定理、一元二次方程的性质，难度不大.

6.（单选题，3 分）已知在四边形 ABCD 中，AC 与 BD 相交于点 O，那么下列条件中能判定这个四边形是正方形的是（　　）

A.AC=BD AB || CD，AB=CD

B.AD || BC，∠A=∠C

C.AO=BO=CO=DO，AC⊥BD

D.AO=CO，BO=DO，AB=BC

【正确答案】：C

【解析】：根据正方形的判定：对角线互相垂直平分且相等的四边形是正方形进行分析从而得到最后的答案．

【解答】：解：A、不能，只能判定为矩形；

B、不能，只能判定为平行四边形；

C、能；

D、不能，只能判定为菱形．

故选：C．

【点评】：本题是考查正方形的判别方法，判别一个四边形为正方形主要根据正方形的概念，途经有两种：①先说明它是矩形，再说明有一组邻边相等；②先说明它是菱形，再说明它有一个角为直角．

7.（填空题，3 分）方程 $x^3+8=0$ 的根是___．

【正确答案】：[1]x=-2

【解析】：把方程变形为形为 $x^3=-8$，利用立方根求解即可．

【解答】：解：（法 1）方程可变形为 $x^3=-8$，

因为 $(-2)^3=-8$，

所以方程的解为 x=-2．

故答案为：x=-2

（法 2）方程可变形为 $x^3=-8$，

所以 $x=\sqrt[3]{-8}=-2$．

故答案为：x=-2

【点评】：本题考查了立方根的意义，解决本题可利用立方的办法．

8.（填空题，3 分）已知一次函数 y=（2m+1）x-1，且 y 的值随着 x 的值增大而减小，则 m 的取值范围是 ___ .

【正确答案】：[1] $m＜-\frac{1}{2}$

【解析】：根据一次函数的增减性列出不等式 2m+1＜0，通过解该不等式即可求得 m 的取值范围.

【解答】：解：由题意得，2m+1＜0，

解得，m＜-$\frac{1}{2}$.

故答案为：m＜-$\frac{1}{2}$.

【点评】：本题考查了一次函数的性质．在直线 y=kx+b（k≠0）中，当 k＞0 时，y 随 x 的增大而增大；当 k＜0 时，y 随 x 的增大而减小.

9.（填空题，3 分）将直线 y=-$\frac{1}{2}$x-1 向上平移 4 个单位所得的直线表达式为___ .

【正确答案】：[1]y=-$\frac{1}{2}$x+3

【解析】：直接利用一次函数图象平移规律进而得出答案.

【解答】：解：将直线 y=-$\frac{1}{2}$x-1 向上平移 4 个单位所得的直线表达式为：

y=-$\frac{1}{2}$x-1+4，即 y=-$\frac{1}{2}$x+3.

故答案为：y=-$\frac{1}{2}$x+3.

【点评】：本题考查的是一次函数的图象与几何变换，熟知“上加下减”的平移规律是解答此题的关键.

10.（填空题，3 分）用换元法解方程 $\frac{x^2-3}{x}-\frac{3x}{x^2-3}$=1，如果设 y=$\frac{x^2-3}{x}$，那么原方程可以化为关于 y 的整式方程是 ___ .

【正确答案】：[1]y^2-y-3=0

【解析】：换元后再化成整式方程即可.

【解答】：解：若设 y=$\frac{x^2-3}{x}$，则原方程可以化为 y-$\frac{3}{y}$=1，

即 y^2-y-3=0，

故答案为：y^2-y-3=0.

【点评】：本题考查换元法解分式方程，理解换元法的意义是解决问题的关键．

11.（填空题，3 分）已知直线 y=x-1 与直线 y=|k|x+k 平行，则 k 的值等于 ___ ．

【正确答案】：[1]k=1

【解析】：根据题意，可得|k|=1 且 k≠-1，即可求出 k．

【解答】：解：∵直线 y=x-1 与直线 y=|k|x+k 平行，

∴|k|=1 且 k≠-1，

解得 k=1．

故答案为：k=1．

【点评】：本题考查了两直线平行的位置关系，熟练掌握两直线平行与函数解析式中系数之间的关系是解题的关键．

12.（填空题，3 分）已知一个凸多边形的内角和是它的外角和的 3 倍，那么这个凸多边形的边数等于___ ．

【正确答案】：[1]8

【解析】：根据多边形的内角和定理，多边形的内角和等于（n-2）•180°，外角和等于 360°，然后列方程求解即可．

【解答】：解：设这个凸多边形的边数是 n，根据题意得

（n-2）•180°=3×360°，

解得 n=8．

故这个凸多边形的边数是 8．

故答案为：8．

【点评】：本题主要考查了多边形的内角和公式与外角和定理，根据题意列出方程是解题的关键．

13.（填空题，3 分）方程（x-2）$\sqrt{x-3}$ =0 的解是___ ．

【正确答案】：[1]x=3

【解析】：利用因式分解的方法得到 x-2=0 或 $\sqrt{x-3}$ =0，然后分别解一次方程和无理方程即可．

【解答】：解：（x-2）$\sqrt{x-3}$ =0，

x-2=0 或 $\sqrt{x-3}$ =0，

解 x-2=0 得 x=2；

由 $\sqrt{x-3}$ =0 得 x-3=0，解得 x=3，

经检验原方程的解为 x=3．

故答案为 x=3．

【点评】：本题考查了无理方程：方程中含有根式，且开方数是含有未知数的代数式，这样的方程叫做无理方程．也考查了分式方程和根的判别式．

14.（填空题，3 分）已知菱形的面积为 120，一条对角线的长为 10，则菱形的边长为 ___ ．

【正确答案】：[1]13

【解析】：根据菱形的面积求出另一条对角线的长，再由对角线互相垂直且平分，可得直角三角形，利用勾股定理可得出边长．

【解答】：解：由题意得：BD=10，

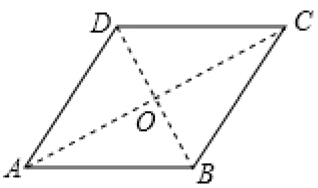
∵菱形的面积为 120= $\frac{AC\times BD}{2}$ ，

∴AC=24，

∴AO=12，OD=5，

在 Rt△AOD 中，AD= $\sqrt{AO^2+OD^2}=\sqrt{144+25}$ =13，

故答案为：13．



【点评】：本题考查菱形的性质，比较简单，关键是掌握菱形的面积等于对角线乘积的一半．

15.（填空题，3 分）我们把对角线与一边垂直的平行四边形叫做“优美平行四边形”．如果一个“优美平行四边形”的一组邻边长为 $2\sqrt{2}$ 和 4，那么它的最大的内角为 ___ 度．

【正确答案】：[1]135

【解析】：由勾股定理求出 AC=2 $\sqrt{2}$ ，得出∠B=45°，求出∠BAD=135°即可．

【解答】：解：如图所示：

在平行四边形 ABCD 中，AB⊥AC，AB=2 $\sqrt{2}$ ，BC=4 时，∠BAD 最大；

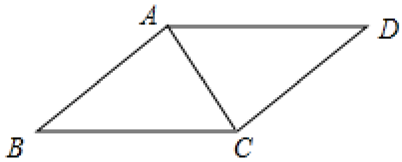
由勾股定理得：AC= $\sqrt{BC^2-AB^2}$ =2 $\sqrt{2}$ ，

∴AC=AB，

∴∠B=45°，

∴∠BAD=180°-∠B=135°.

故答案为：135.



【点评】：本题考查了平行四边形的性质、“优美平行四边形”、勾股定理、直角三角形的性质；熟练掌握“优美平行四边形”的性质，求出∠B=45°是解题的关键.

16.（填空题，3 分）已知直线 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+1$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 A、点 B（O 为坐标原点），将△ABO 绕着点 B 逆时针旋转 60°后，点 A 恰好落在点 C 处，那么点 C 的坐标为___.

【正确答案】：[1]（$\sqrt{3}$，2）

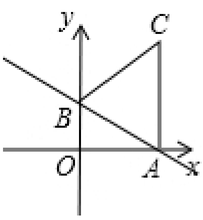
【解析】：先求出 A，B 点坐标，易证∠OAB=30°，根据旋转的性质，可得△ABC 是等边三角形，进一步得出∠CAO=90°，即可求出 C 点坐标.

【解答】：解：当 x=0 时，$y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+1$=1，

当 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+1$=0 时，得 x=$\sqrt{3}$，

∴A（$\sqrt{3}$，0），B（0，1），

如图所示：



根据勾股定理，得 AB=2，

∴∠OAB=30°，

根据旋转可知，AB=CB，∠CBA=60°，

∴△BAC 是等边三角形，

∴AC=AB=2，∠CAB=60°，

∴∠CAO=90°，

∴C（$\sqrt{3}$，2），

故答案为：（$\sqrt{3}$，2）.

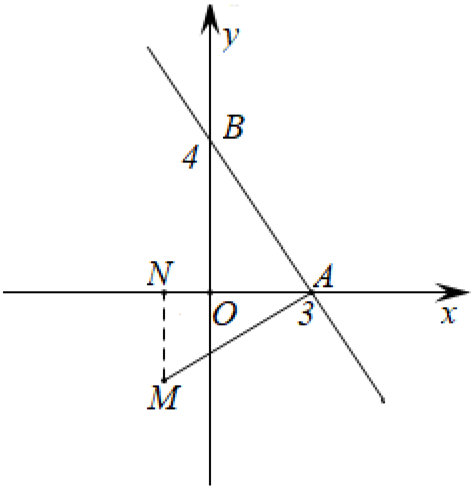
【点评】：本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，涉及旋转的性质，勾股定理，等边三角形的性质与判定等，综合性较强.

17.（填空题，3 分）一次函数 $y=-\frac{4}{3}x+4$ 与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 B，将线段 AB 绕 A 点逆时针旋转 90°，使 B 点落在 M 点处，则 M 的坐标为___ .

【正确答案】：[1]（-1，-3）

【解析】：由一次函数的性质可得点 A（3，0），点 B（0，4），可得 AO=3，BO=4，由旋转的性质可得 AB=AM，∠BAM=90°，由“AAS”可证△AOB≌△MNA，可得 MN=AO=3，BO=AN=4，即可求点 M 坐标.

【解答】：解：如图，过点 M 作 MN⊥x 轴于点 N，



∵一次函数 $y=-\frac{4}{3}x+4$ 与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 B，

∴点 A（3，0），点 B（0，4）

∴AO=3，BO=4

∵将线段 AB 绕 A 点逆时针旋转 90°，

∴AB=AM，∠BAM=90°，

∴∠BAO+∠MAN=90°，且∠BAO+∠ABO=90°，

∴∠ABO=∠MAN，且 AB=AM，∠AOB=∠MNA=90°，

∴△AOB≌△MNA（AAS）

∴MN=AO=3，BO=AN=4

∴NO=1

∴点 M 坐标（-1，-3）

故答案为：（-1，-3）

【点评】：本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，全等三角形的判定和性质，旋转的性质等知识，证明△AOB≌△MNA 是本题的关键.

18.（填空题，3 分）直线 y=kx+2 经过点 A（2，4），且交 x 轴于点 B，在 x 轴上有一点 C，若△ABC 的面积为 12，则 C 点坐标为___ .

【正确答案】：[1]（4，0）或（-8，0）

【解析】：根据待定系数法求得解析式，进而求得 B 的坐标，根据三角形面积求得 BC 的长，即可求得 C 的坐标.

【解答】：解：∵直线 y=kx+2 经过点 A（2，4），

∴4=2k+2，解得 k=1，

∴直线为 y=x+2，

令 y=0，则 x+2=0，解得 x=-2，

∴B（-2，0），

∵$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\bullet y_A=12$，

∴$BC=\frac{24}{4}=6$，

∴C（4，0）或（-8，0），

故答案为（4，0）或（-8，0）.

【点评】：本题考查了待定系数法求一次函数的解析式，一次函数图象上点的坐标特征，求得 B 的坐标是解题的关键.

19.（问答题，6 分）解方程： $3-\sqrt{2x-3}=x$.

【正确答案】：

【解析】：整理后变形为 3-x= $\sqrt{2x-3}$ ，两边平方，把无理方程转换为平时常见的方程的形式.

【解答】：解：整理得：3-x= $\sqrt{2x-3}$ ，

两边平方得：$9-6x+x^2=2x-3$，

（x-2）（x-6）=0，

解得 x=2 或 x=6.

经检验 x=2 是原方程的解.

【点评】：本题考查无理方程的求法，注意无理方程需验根.

20.（问答题，6 分）解方程：$\frac{1}{x-2}+\frac{4}{4-x^2}=1$

【正确答案】：

【解析】：分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

【解答】：解：去分母得：x+2-4=x^2-4，即 x^2-x-2=0，

分解因式得：（x-2）（x+1）=0，

解得：x=2 或 x=-1，

经检验 x=2 是增根，分式方程的解为 x=-1.

【点评】：此题考查了解分式方程，利用了转化的思想，解分式方程注意要检验.

21.（问答题，6 分）解方程组：$\begin{cases}x^2+4xy+4y^2=9(1)\\x-y=6(2)\end{cases}$.

【正确答案】：

【解析】：先降次转化成两个一次方程组，解方程组即可求解.

【解答】：解：$\begin{cases}x^2+4xy+4y^2=9(1)\\x-y=6(2)\end{cases}$，

由方程（1）可得 x+2y=-3 或 x+2y=3，

则方程组可变为$\begin{cases}x+2y=-3\\x-y=6\end{cases}$或$\begin{cases}x+2y=3\\x-y=6\end{cases}$，

解得$\begin{cases}x=3\\y=-3\end{cases}$或$\begin{cases}x=5\\y=-1\end{cases}$.

【点评】：考查了高次方程，高次方程的解法思想：通过适当的方法，把高次方程化为次数较低的方程求解．所以解高次方程一般要降次，即把它转化成二次方程或一次方程．也有的通过因式分解来解．

22.（问答题，6 分）为了响应市政府节能减排的号召，某厂制作甲、乙两种环保袋．已知制成一个甲环保袋比制成一个乙环保袋需要多用 0.1 米的材料，且同样用 6 米材料制成甲环保袋的个数比制成乙环保袋的个数少 2 个．求制作每个甲环保袋用多少米材料？

【正确答案】：

【解析】：设制作每个甲环保袋用 x 米材料，则制作每个乙环保袋用（x-0.1）米材料，根据用 6 米材料制成甲环保袋的个数比制成乙环保袋的个数少 2 个，即可得出关于 x 的分式方程，解之经检验后即可得出结论．

【解答】：解：设制作每个甲环保袋用 x 米材料，则制作每个乙环保袋用（x-0.1）米材料，

依题意得：$\frac{6}{x-0.1}-2=\frac{6}{x}$，

整理得：$10x^2-x-3=0$，

解得：$x_1=-0.5$，$x_2=0.6$，

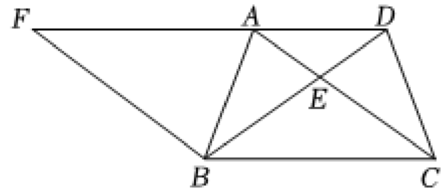
经检验，$x_1=-0.5$，$x_2=0.6$ 都是原方程的根，但 $x_1=-0.5$ 不合题意，舍去．

答：制作每个甲环保袋用 0.6 米材料．

【点评】：本题考查了分式方程的应用，找准等量关系，正确列出分式方程是解题的关键．

23.（问答题，7 分）如图，在梯形 ABCD 中，AD || BC，AB=CD，对角线 AC、BD 交于点 E．点 F 在 DA 延长线上，且∠FBA=∠BDC，BD=BC．

求证：四边形 AFBC 是菱形．



【正确答案】：

【解析】：根据梯形的性质和 SSS 可证△ABC≌△DCB，再根据全等三角形的性质和平行四边形的判定与性质，根据菱形的判定即可求解.

【解答】：证明：在梯形 ABCD 中，∵AD//BC，AB=CD，

∴AC=BD，

∵BD=BC，

∴AC=BC，

在△ABC 与△DCB 中，

$\begin{cases} AB = DC \\ AC = DB \\ CB = BC \end{cases}$，

∴△ABC≌△DCB（SSS），

∴∠CAB=∠BDC，

∵∠FBA=∠BDC，

∴∠CAB=∠FBA，

∴FB//AC，

∵FA//BC，FB//AC，

∴四边形 AFBC 是平行四边形，

又∵AC=BC，

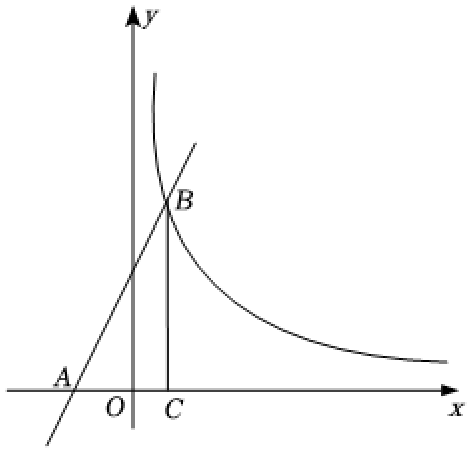
∴四边形 AFBC 是菱形.

【点评】：本题考查了菱形的判定、平行四边形的判定、等腰三角形的判定与性质、平行线的性质、全等三角形的判定与性质；熟练掌握菱形的判定是解题的关键.

24.（问答题，8 分）如图，直角坐标平面中，已知点 A（-2，0），点 B 在第一象限，点 B 的纵坐标是横坐标的 6 倍，且在反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象上，作 BC⊥x 轴，垂足为点 C.

（1）求直线 AB 的表达式；

（2）如果点 E 在第一象限的反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 图象上，点 F 在直线 AB 上，使四边形 BCEF 为平行四边形，请分别求出点 E 和点 F 的坐标.



【正确答案】：

【解析】：（1）由点 B 的纵横坐标的关系以及在双曲线上，求出点 B 坐标，最后用待定系数法，求出直线 AB 的解析式；

（2）先判断出 EF || BC，EF=BC，设点 E（m，$\frac{6}{m}$），则 F（m，2m+4），进而用 EF=BC 建立方程求解，即可求出答案.

【解答】：解：（1）∵点 B 的纵坐标是横坐标的 6 倍，且点 B 在第一象限，

∴点 B（1，6），

设直线 AB 的表达式为：y=kx+b，

分别把点 A 和点 B 坐标代入，得：$\begin{cases}0=-2k+b\\6=k+b\end{cases}$，

解得$\begin{cases}k=2\\b=4\end{cases}$，

∴直线 AB 的表达式是 y=2x+4；

（2）∵四边形 BCEF 是平行四边形，

∴EF || BC，EF=BC，

∵BC⊥x 轴，

∴设点 E（m，$\frac{6}{m}$），则 F（m，2m+4），

∴6=2m+4-$\frac{6}{x}$，

解得：m=$\frac{1+\sqrt{13}}{2}$或 m=$\frac{1-\sqrt{13}}{2}$，

经检验：m=$\frac{1+\sqrt{13}}{2}$或 m=$\frac{1-\sqrt{13}}{2}$都是方程的解，但 m=$\frac{1-\sqrt{13}}{2}$，不符合题意，舍去；

∴E$\left(\frac{\sqrt{13}+1}{2}，\sqrt{13}-1\right)$，F$\left(\frac{\sqrt{13}+1}{2}，\sqrt{13}+5\right)$．

【点评】：此题是反比例函数综合题，主要考查了待定系数法，平行四边形的性质，用方程的思想解决问题是解本题的关键.

25.（问答题，10 分）已知在边长为 6 的正方形 ABCD 中，点 E 为射线 DB 上的一个动点（点 E 不与点 D、B 重合），联结 CE，将线段 CE 绕着点 C 按顺时针方向旋转 90°得线段 CF，联结 EF.

（1）如图 1，当点 E 在线段 DB 上时，求证：∠CDF=45°；

（2）如图 1，当点 E 在线段 DB 上时，设 DE=x，DF=y，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出函数定义域；

（3）在点 E 运动过程中，若点 A、E、F 恰好在一条直线上，求 DE 的长.

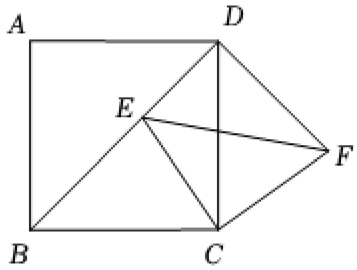
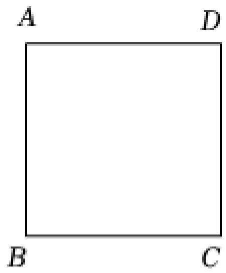
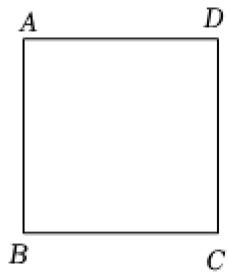


图1



备用图



备用图

【正确答案】：

【解析】：（1）利用 SAS 证明△FDC≌△EBC，得∠CDF=∠CBD=45°；

（2）首先利用勾股定理得 BD 的长，由（1）知∵FDC≌△EBC，得 DF=BE=y，可得答案；

（3）连接 AE，AC 交 BD 于点 O，分点 E 在线段 DB 上或点 E 在线段 DB 延长线上，由∠BAE=180-∠AEB-∠ABE=67.5°=∠AEB，知 AB=BE=6，从而解决问题.

【解答】：（1）证明：∵四边形 ABCD 是正方形，

∴BC=CD，∠ABC=∠BCD=90°，BD 平分∠ABC，

$\therefore \angle ABO=\angle DBC=\frac{1}{2}\angle ABC=45°$，

由题意得 EC=FC，∠ECF=90°，

∴∠BCD-∠ECD=∠ECF-∠ECD，

即∠BCE=∠FCD，

∴△FDC≌△EBC（SAS），

∴∠CDF=∠CBD=45°；

（2）解：∵∠BCD=90°，BC=CD=6，

$\therefore BD=\sqrt{BC^2+CD^2}=6\sqrt{2}$，

∵△FDC≌△EBC，

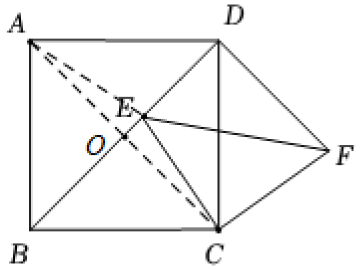
∴DF=BE=y，

∵DE=x，

$\therefore y=6\sqrt{2}-x$，

函数定义域为 $0<x<6\sqrt{2}$；

（3）解：连接 AE，AC 交 BD 于点 O，



∵四边形 ABCD 是正方形，

∴BD 垂直平分 AC，

∴AE=EC∴∠AEB=∠CEB，

∵EC=FC，∠ECF=90°，

∴△ECF 是等腰直角三角形，

∴∠CEF=45°，

①当点 E 在线段 DB 上时，

∵点 A、E、F 在一条直线上，

∴∠AEB= $\frac{180-\angle CEF}{2}=67.5°$，

又∵∠ABE=45°，

∴∠BAE=180-∠AEB-∠ABE=67.5°=∠AEB，

∴AB=BE=6，

$\therefore DE=6\sqrt{2}-6$；

②当点 E 在线段 DB 延长线上时，

∵点 A、E、F 在一条直线上，

∴$\angle AEB=\frac{1}{2}\angle AEC=22.5°$，

又∵$\angle ABE=45°$，

∴$\angle EAB=\angle ABO-\angle AEB=22.5°=\angle AEB$，

∴AB=BE=6，

∴$DE=6\sqrt{2}+6$．

综上：DE=6$\sqrt{2}$-6 或 6$\sqrt{2}$+6．

【点评】：本题是四边形综合题，主要考查了正方形的性质，等腰直角三角形的性质，全等三角形的判定与性质，等腰三角形的判定等知识，利用分类讨论思想是解决问题（3）的关键．