2023-2024 徐汇区部分学校初二数学试题卷期中

（时长：100 分钟）

一、选择题（本大题共 6 题，每小题 4 分，共 24 分）

1. 下列函数中，一次函数是（　　）

A. $y=\frac{1}{x}+1$　　B. $y=2x$　　C. $y=x^2+2$　　D. $y=kx+b$

2. 下列说法正确的是（　　）

A. $\frac{x^2+3x+2}{5}=1$是分式方程

B. $x^2-2x=0$是二项方程

C. $\frac{\sqrt{2}}{x}+\sqrt{5}=1$是无理方程

D. $\begin{cases}x^2-x=5\\3y=12\end{cases}$是二元二次方程组

3. 下列方程，有实数解的是（　　）

A. $\sqrt{x-2}+1=0$

B. $\sqrt{x+\frac{4}{x}}-3=0$

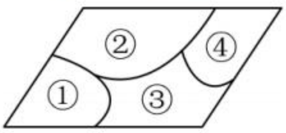
C. $x+\frac{1}{x-1}=2$

D. $2\sqrt{x-5}+\sqrt{x+1}=0$

4. 下列图形中，是中心对称图形但不一定是轴对称图形的是（　　）

A. 矩形　　B. 菱形　　C. 平行四边形　　D. 等腰三角形

5. 小敏不慎将一块平行四边形玻璃打碎成如图的四块，为了能在商店配到一块与原来相同的平行四边形玻璃，他带了两块碎玻璃，其编号应该是（　　）



A. ①，②　　B. ①，④　　C. ③，④　　D. ②，③

6. 在四边形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，下列选项中，不能判定四边形 $ABCD$ 为矩形的是（　　）

A. $AD=BC$ 且 $AC=BD$

B. $AD=BC$ 且 $\angle A=\angle B$

C. $AB=CD$ 且 $\angle A=\angle C$

D. $AB=CD$ 且 $\angle A=\angle B$

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 4 分，共 48 分）

7. 直线 $y=-2x-\sqrt{5}$ 在 y 轴上的截距是______.

8. 若一次函数 $y=(3-m)x+m$ 的函数值 y 随 x 的值增大而减小，则 m 的取值范围是______.

9. 无理方程（x+4）$\cdot\sqrt{x+3}$ =0 的解是______.

10. 用换元法解方程 $\dfrac{y}{y^2-3}+\dfrac{y^2-3}{y}=3$ 时，如果设 $x=\dfrac{y}{y^2-3}$，那么原方程可化为关于 x 的整式方程为______.

11. 若关于 x 的方程 $a\left(x+1\right)=2x$ 没有实数根，则 $a=$______.

12. 一个多边形的每一个外角都等于 $40°$，则这个多边形的内角和为________°.

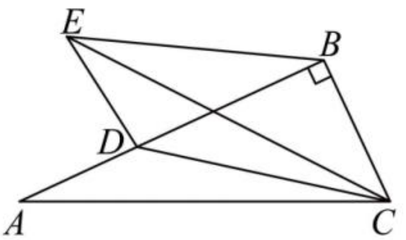
13. 若函数 $y=\left(2m-1\right)x+1-m$ 的图像不经过第四象限，那么 m 的取值范围是______.

14. 一次函数 $y=kx+b\left(k<0\right)$ 的图像经过点 $\left(-1,3\right)$，那么关于 x 的一元一次不等式 $kx-3+b>0$ 的解集是______.

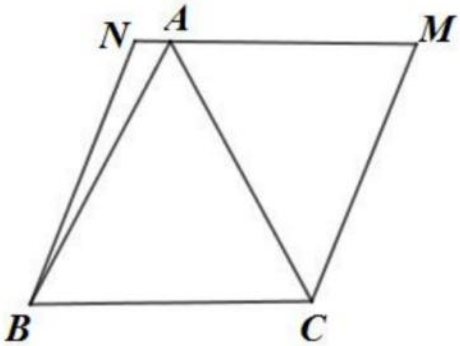
15. 已知菱形的边长为 13cm，一条对角线长为 10cm，那么这个菱形的面积等于______ cm^2.

16. 在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC 、BD 相交于点 O，$\angle AOD=120°$，$AC+AB=15$ 厘米，则对角线 $BD=$______厘米.

17. 如图，在$\vartriangle ABC$ 中，$\angle ABC=90°$，点 D 在 AB 边上，将$\vartriangle ACD$ 沿直线 CD 翻折后，点 A 落在点 E 处，如果四边形 $BCDE$ 是平行四边形，那么 $\angle ADC=$________.



18. 对于任意三角形，如果存在一个菱形，使得这个菱形的一条边与三角形的一条边重合，且三角形的这条边所对的顶点在菱形的这条边的对边上，那么称这个菱形为该三角形的“最优覆盖菱形”．问题：如图，在$\vartriangle ABC$ 中，$AB=AC$，$BC=4$，且$\vartriangle ABC$ 的面积为 m，如果$\vartriangle ABC$ 存在“最优覆盖菱形”为菱形 $BCMN$，那么 m 的取值范围是_______.



三、解答题（第 19—22 题，每小题 10 分；第 23、24 题，每小题 12 分；第 25 题 14 分，共 78 分）

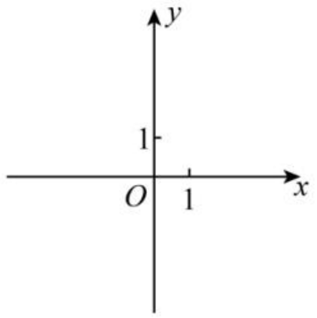
19. 解方程：$\dfrac{4}{x^2-4}+\dfrac{1}{2-x}=1$.

20. 解方程组：$\begin{cases} x^2+6xy+9y^2=4 \\ x-3y=8 \end{cases}$

21. 在平面直角坐标系 xOy 中（如图），已知直线 $y=-\dfrac{1}{2}x+2$ 分别与 x 轴、y 轴交于点 A、B，一个正比例函数的图象与这直线交于点 C，点 C 的横坐标是 1.

（1）求正比例函数的解析式；

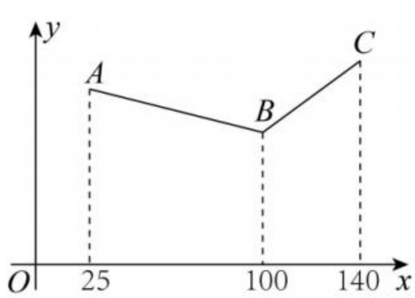
（2）将正比例函数的图象向上或向下平移，交直线 $y=-\dfrac{1}{2}x+2$ 于点 D，设平移后函数图象的截距为 b，如果交点 D 始终落在线段 AB 上，求 b 的取值范围.



22. 某款轿车每行驶 100 千米的耗油量 y 升与其行驶速度 x 千米/小时之间的函数关系图像如图所示，其中线段 AB 的表达式为 $y=-\dfrac{1}{25}x+13\left(25\le x\le 100\right)$，点 C 的坐标为（140，14），即行驶速度为 140 千米/小时时该轿车每行驶 100 千米的耗油量是 14 升.

（1）求线段 BC 的表达式；

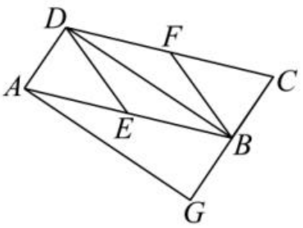
（2）如果从甲地到乙地全程为 260 千米，其中有 60 千米限速 50 千米/小时的省道和 200 千米限速 120 千米/小时的高速公路，那么在不考虑其他因素的情况下，这款轿车从甲地行驶到乙地至少需要耗油多少升？



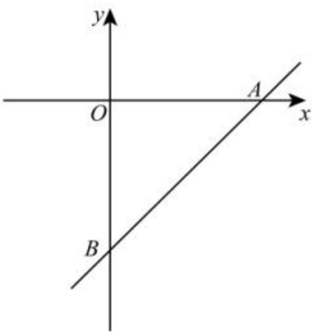
23. 已知：如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，E、F 分别为边 AB、CD 的中点，BD 是对角线，$AG//DB$ 交 CB 的延长线于 G.

（1）求证：$\triangle ADE \cong \triangle CBF$；

（2）若四边形 $BEDF$ 是菱形，求证四边形 $AGBD$ 是矩形.



24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知直线 $y=x-4$ 分别与 x 轴、y 轴交于点 A、B，直线 BC 与 x 轴交于点 $C\left(-1,0\right)$，点 D 在第四象限，$BD \perp BA$.



（1）求直线 BC 的解析式；

（2）当 $S_{\triangle ABD}=4S_{\triangle BOC}$，求点 D 的坐标；

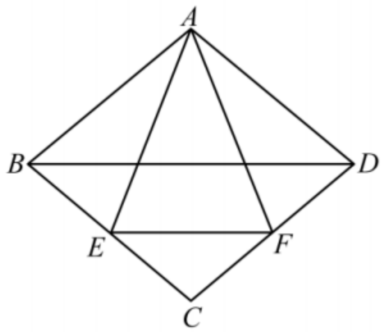
（3）在（2）的条件下，已知点 E 在 x 轴上，点 F 在直线 BC 上．如果以 C、D、F、E 为顶点的四边形是平行四边形，请直接写出线段 OE 的长．

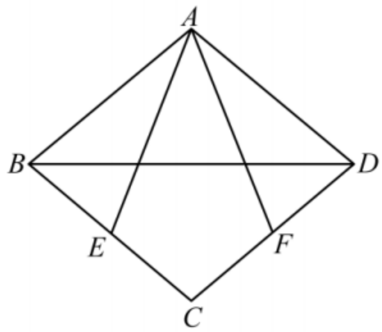
25. 已知：如图，平行四边形 $ABCD$ 中，$AB=5$，$BD=8$，点 E、F 分别在边 BC、CD 上（点 E、F 与平行四边形 $ABCD$ 的顶点不重合），$CE=CF$，$AE=AF$.

（1）求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；

（2）设 $BE=x$，$AF=y$，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出定义域；

（3）如果 $AE=5$，点 P 在直线 AF 上，$\triangle ABP$ 是以 AB 为腰的等腰三角形，那么$\triangle ABP$ 的底边长为______.（请将答案直接填写在空格内）





备用图

2023-2024 徐汇区部分学校初二数学试题卷期中（答案解析）

（时长：100 分钟）

一、选择题（本大题共 6 题，每小题 4 分，共 24 分）

1. 下列函数中，一次函数是（　　）

A. $y=\frac{1}{x}+1$　　　B. $y=2x$　　　C. $y=x^2+2$　　　D. $y=kx+b$

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了一次函数的定义，一次函数 $y=kx+b$ 的定义条件是：k、b 为常数，$k\neq 0$，自变量次数为 1.

根据一次函数的定义分别进行判断即可.

【详解】解：A. $y=\frac{1}{x}+1$ 自变量 x 的次数为 -1，不是一次函数，不符合题意；

B. $y=2x$ 是一次函数，符合题意；

C. $y=x^2+2$ 属于二次函数，不是一次函数，不符合题意；

D.当 $k=0$ 时，$y=kx+b$（k、b 是常数）是常函数，不符合题意，不符合题意.

故选 B.

2. 下列说法正确的是（　　）

A. $\frac{x^2+3x+2}{5}=1$ 是分式方程　　　B. $x^2-2x=0$ 是二项方程

C. $\frac{\sqrt{2}}{x}+\sqrt{5}=1$ 是无理方程　　　D. $\begin{cases}x^2-x=5\\3y=12\end{cases}$ 是二元二次方程组

【答案】D

【解析】

【分析】根据二项方程、分式方程、无理方程和二元二次方程组的定义逐项判断即可.

本题考查二项方程、分式方程、无理方程和二元二次方程的定义，熟知各项方程的定义是本题的关键.

【详解】解：A、$\frac{x^2+3x+2}{5}=1$ 是一元二次方程，不是分式方程，故本选项错误；

B. $x^2-2x=0$ 是一元二次方程，不是二项方程，故本选项错误；

C、$\frac{\sqrt{2}}{x}+\sqrt{5}=1$是分式方程，不是无理方程，故本选项错误；

D、$\begin{cases}x^{2}-x=5\\3y=12\end{cases}$是二元二次方程组，故此选项正确.

故选D.

3. 下列方程，有实数解的是（　　）

A. $\sqrt{x-2}+1=0$

B. $\sqrt{x+\frac{4}{x}}-3=0$

C. $x+\frac{1}{x-1}=2$

D. $2\sqrt{x-5}+\sqrt{x+1}=0$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了无理方程，呵化为一元二次方程的分式方程，一元二次方程根的判别式；把无理方程或分式方程化为一元二次方程，根据判别式判断一元二次方程根的情况以及算术平方根的非负性．对于一元二次方程$ax^{2}+bx+c=0(a\neq 0)$，若$\Delta=b^{2}-4ac>0$，则方程有两个不相等的实数根；若$\Delta=b^{2}-4ac=0$，则方程有两个相等的实数根；若$\Delta=b^{2}-4ac<0$，则方程没有实数根．据此即可求解.

【详解】解：由$\sqrt{x-2}+1=0$得：$\sqrt{x-2}=-1$，

$\because\sqrt{x-2}\geq 0$，

$\therefore$原方程无实数解，故A错误；

由$\sqrt{x+\frac{4}{x}}-3=0$得：$x+\frac{4}{x}=9$，

即：$x^{2}-9x+4=0$，

$\Delta=(-9)^{2}-4\times 4=65>0$；

$\therefore$原方程有实数解，故B正确；

由$x+\frac{1}{x-1}=2$得：$x^{2}-3x+3=0$，

$\Delta=(-3)^{2}-4\times 1\times 3=-3<0$，

$\therefore$原方程无实数解，故C错误；

$\because\sqrt{x-5}\geq 0,\sqrt{x+1}\geq 0$，又$2\sqrt{x-5}+\sqrt{x+1}=0$，

$\therefore x=5$ 且 $x=-1$（矛盾），

∴原方程无实数解，故 D 错误；

故选：B.

4. 下列图形中，是中心对称图形但不一定是轴对称图形的是（　　）

A. 矩形　　B. 菱形　　C. 平行四边形　　D. 等腰三角形

【答案】C

【解析】

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【详解】解：矩形是中心对称图形也是轴对称图形，

菱形是中心对称图形也是轴对称图形，

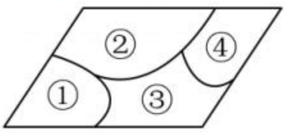
平行四边形是中心对称图形但不一定是轴对称图形，

等腰三角形是轴对称图形但不一定是中心对称图形，

故选 C.

【点睛】此题主要考查了中心对称图形与轴对称图形的概念，菱形，矩形，平行四边形和等腰三角形的性质，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合.

5. 小敏不慎将一块平行四边形玻璃打碎成如图的四块，为了能在商店配到一块与原来相同的平行四边形玻璃，他带了两块碎玻璃，其编号应该是（　　）



A. ①，②　　B. ①，④　　C. ③，④　　D. ②，③

【答案】D

【解析】

【分析】确定有关平行四边形，关键是确定平行四边形的四个顶点，由此即可解决问题.

【详解】只有②③两块角的两边互相平行，且中间部分相联，角的两边的延长线的交点就是平行四边形的顶点，

∴带②③两块碎玻璃，就可以确定平行四边形的大小.

故选 D.

【点睛】本题考查平行四边形的定义以及性质，解题的关键是理解如何确定平行四边形的四个顶点，四个

顶点的位置确定了，平行四边形的大小就确定了，属于中考常考题型．

6. 在四边形 $ABCD$ 中，$AD /\!/ BC$，下列选项中，不能判定四边形 $ABCD$ 为矩形的是（　　）

A. $AD=BC$ 且 $AC=BD$　　　　B. $AD=BC$ 且 $\angle A=\angle B$

C. $AB=CD$ 且 $\angle A=\angle C$　　　　D. $AB=CD$ 且 $\angle A=\angle B$

【答案】C

【解析】

【分析】根据矩形的判定条件逐项进行分析判断即可；

【详解】解：A、$\because AD /\!/ BC$，$AD=BC$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\because AC=BD$，

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是矩形，故选项 A 不符合题意；

B、$\because AD /\!/ BC$，$AD=BC$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\angle A+\angle B=180°$，

$\because \angle A=\angle B$，

$\therefore \angle A=\angle B=90°$，

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是矩形，故选项 B 符合题意；

C、$\because AD /\!/ BC$，

$\therefore \angle A+\angle B=\angle C+\angle D=180°$，

$\because \angle A=\angle C$，

$\therefore \angle B=\angle D$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$AB=CD$，故选项 C 不符合题意；

D、$\because AD /\!/ BC$，

$\therefore \angle A+\angle B=180°$，

$\because \angle A=\angle B$，

$\therefore \angle A=\angle B=90°$，

$\therefore AB\perp AD$，$AB\perp BC$，AB 的长为 AD、BC 间的距离，

又 $\because AB=CD$，

$\therefore CD\perp AD$，

$\therefore \angle ADC=90°$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴选项 D 不符合题意；

故选：C．

【点睛】本题主要考查了矩形的判定，准确分析判断是解题的关键．

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 4 分，共 48 分）

7. 直线 $y=-2x-\sqrt{5}$ 在 y 轴上的截距是______．

【答案】$-\sqrt{5}$

【解析】

【分析】本题考查一次函数图象与坐标轴的交点问题，根据直线与 y 轴的截距就是直线与 y 轴交点的纵坐标求解即可．

【详解】解：当 $x=0$ 时，$y=-2\times0-\sqrt{5}=-\sqrt{5}$，

∴直线 $y=-2x-\sqrt{5}$ 在 y 轴上的截距是 $-\sqrt{5}$，

故答案为：$-\sqrt{5}$．

8. 若一次函数 $y=\left(3-m\right)x+m$ 的函数值 y 随 x 的值增大而减小，则 m 的取值范围是______．

【答案】$m>3$

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的性质，解题关键在于掌握其性质．根据比例系数小于 0 时，一次函数的函数值 y 随 x 的增大而减小列出不等式求解即可．

【详解】解：∵一次函数 $y=\left(3-m\right)x+m$ 的函数值 y 随 x 的增大而减小，

∴$3-m<0$，

解得：$m>3$，

故答案为：$m>3$．

9. 无理方程（x+4）•$\sqrt{x+3}$＝0 的解是_______．

【答案】x＝－3

【解析】

【分析】根据 ab＝0，得 a＝0 或 b＝0，注意被二次根式开方数大于等于 0．

【详解】解：∵$\left(x+4\right)\cdot\sqrt{x+3}=0$

∴$x+4=0$ 或 $x+3=0$，

解得 $x=-4$，$x=-3$，

当 $x=-4$ 时，被开方数无意义；

故方程的解为 $x=-3$，

故答案为：$x=-3$．

【点睛】此题主要考查了无理方程的求解，掌握无理方程的求解方法是解题的关键．

10. 用换元法解方程 $\frac{y}{y^2-3}+\frac{y^2-3}{y}=3$ 时，如果设 $x=\frac{y}{y^2-3}$，那么原方程可化为关于 x 的整式方程为______．

【答案】$x^2-3x+1=0$

【解析】

【分析】本题考查了换元法解分式方程，正确的方程变形是解题的关键．

设 $x=\frac{y}{y^2-3}$，则 $\frac{y^2-3}{y}=\frac{1}{x}$，根据换元法整理成整式方程即可．

【详解】解：设 $x=\frac{y}{y^2-3}$，则 $\frac{y^2-3}{y}=\frac{1}{x}$，则原方程可变形为：$x+\frac{1}{x}=3$，即为 $x^2-3x+1=0$．

故答案为：$x^2-3x+1=0$．

11. 若关于 x 的方程 $a\left(x+1\right)=2x$ 没有实数根，则 $a=$______．

【答案】2

【解析】

【分析】本题主要考查了分式有意义的条件，先解关于 x 的方程得：$x=\frac{-a}{a-2}$，根据当 $a-2=0$ 时，分式无意义，求出当 $a=2$ 时，关于 x 的方程 $a\left(x+1\right)=2x$ 没有实数根．

【详解】解：由 $a\left(x+1\right)=2x$ 得：$ax+a=2x$，

解关于 x 的方程得：$x=\frac{-a}{a-2}$，

∵当 $a-2=0$ 时，分式无意义，

∴当 $a=2$ 时，关于 x 的方程 $a\left(x+1\right)=2x$ 没有实数根．

故答案为：2．

12. 一个多边形的每一个外角都等于$40°$，则这个多边形的内角和为________°.

【答案】1260

【解析】

【分析】本题主要考查了多变形的内角与外角．首先根据外角和与一个外角的度数可得多边形的边数，再根据多边形的内角和公式进行计算即可.

【详解】解：∵一个多边形的每一个外角都等于$40°$，

∴这个多边形的边数为：$360°\div 40°=9$，

∴这个多边形的内角和为：$180°\times(9-2)=1260°$，

故答案为：1260.

13. 若函数$y=(2m-1)x+1-m$的图像不经过第四象限，那么m的取值范围是______.

【答案】$\frac{1}{2}<m\le 1$

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的图象与系数的关系解一元一次不等式组，能得出关于m的不等式是解此题的关键.

根据已知条件和一次函数的性质列出不等式组求解即可.

【详解】解：∵一次函数$y=(2m-1)x+1-m$的图象不经过第四象限，

∴$\begin{cases}2m-1>0\\1-m\ge 0\end{cases}$，解得：$\frac{1}{2}<m\le 1$.

故答案为：$\frac{1}{2}<m\le 1$.

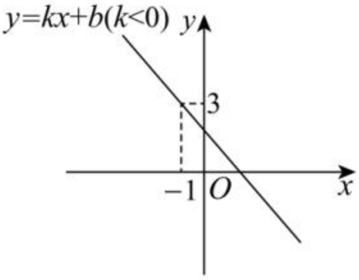
14. 一次函数$y=kx+b(k<0)$的图像经过点$(-1,3)$，那么关于x的一元一次不等式$kx-3+b>0$的解集是______.

【答案】$x<-1$

【解析】

【分析】本题主要考查了利用一次函数图像解不等式，熟练掌握一次函数的图像与性质是解题关键．根据题意画出函数的图像，根据图像得出当$x<-1$时，$y=kx+b>3$，据此即可获得答案.

【详解】解：一次函数$y=kx+b(k<0)$的图像经过点$(-1,3)$，如图所示：



由图像可知，当$x<-1$时，$y=kx+b>3$，

$\therefore$当$x<-1$时，$kx+b-3>0$，

$\therefore$一元一次不等式$kx-3+b>0$的解集是$x<-1$.

故答案为：$x<-1$.

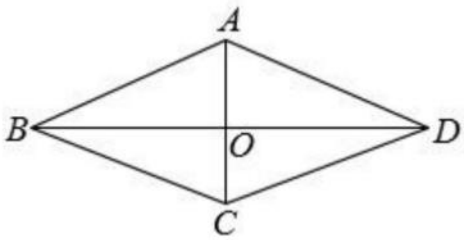
15. 已知菱形的边长为13cm，一条对角线长为10cm，那么这个菱形的面积等于_______cm^2.

【答案】120

【解析】

【分析】先根据菱形的性质求出$OA=5\mathrm{cm}$，然后利用勾股定理求出$OB=\sqrt{13^2-5^2}=12\mathrm{cm}$，再由$S_{菱形ABCD}=4S_{\triangle AOB}$求解即可.

【详解】解：在菱形$ABCD$中，$AB=13\mathrm{cm}$，$AC=10\mathrm{cm}$，



$\because$对角线互相垂直平分，

$\therefore\angle AOB=90^\circ$，$OA=5\mathrm{cm}$

$\therefore$在$Rt\triangle AOB$中，$OB=\sqrt{13^2-5^2}=12(\mathrm{cm})$，

$\therefore S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\cdot OA\cdot OB=\frac{1}{2}\times5\times12=30(\mathrm{cm}^2)$，

$\therefore S_{菱形ABCD}=4S_{\triangle AOB}=4\times30=120(\mathrm{cm}^2)$.

故答案为：120.

【点睛】本题主要考查了菱形的性质，勾股定理，熟知菱形的性质是解题的关键.

16. 在矩形$ABCD$中，对角线AC、BD相交于点O，$\angle AOD=120^\circ$，$AC+AB=15$厘米，则对角线

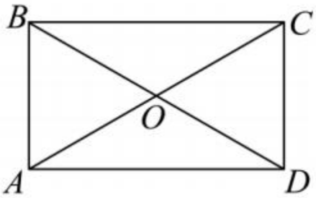
$BD=$______厘米.

【答案】10

【解析】

【分析】本题考查矩形的性质和等边三角形性质和判定，掌握矩形的性质和等边三角形性质和判定是解题关键．根据矩形性质得出 $AC=2AO=2CO$，$BD=2BO=2DO$，$AC=BD$，得出三角形 AOB 为等边三角形，推出 $AB=AO=BO$，根据 $AC+AB=15$ 厘米，求出结果即可．

【详解】解：如图：



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore AC=2AO=2CO$，$BD=2BO=2DO$，$AC=BD$，

$\therefore OA=OB$，

$\because \angle AOD=120°$

$\therefore \angle AOB=60°$，

$\therefore \triangle AOB$ 为等边三角形，

$\therefore AB=BO$，

$\therefore AC=BD=2BO=2AB$，

$\because AB+AC=15$ 厘米，

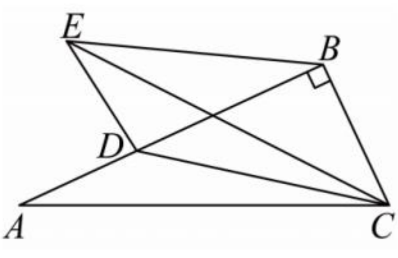
$\therefore AB+2AB=15$ 厘米，

$\therefore AB=5$ 厘米，

$\therefore BD=2AB=10$ 厘米．

故答案为：10．

17. 如图，在$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=90°$，点 D 在 AB 边上，将$\triangle ACD$沿直线CD翻折后，点 A 落在点 E 处，如果四边形 $BCDE$ 是平行四边形，那么 $\angle ADC=$__________．



【答案】135°

【解析】

【分析】延长CD到点F，根据平行四边形的性质可得出$BC//DE$，结合$\angle ABC=90°$，即可得出$\angle ADE=90°$，再根据翻折的性质即可得出$\angle ADF=\angle EDF=45°$，从而得出$\angle BDC=45°$，由$\angle ADC$、$\angle BDC$互补即可得出结论.

【详解】解：延长CD到点F，如图所示.

$\because$四边形$BCDE$是平行四边形，

$\therefore BC//DE$，

$\because \angle ABC=90°$，

$\therefore \angle BDE=90°$，

$\therefore \angle ADE=90°$.

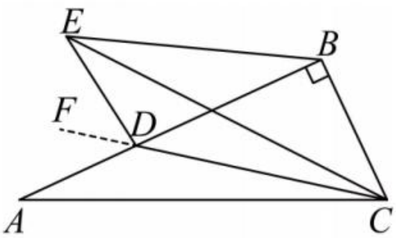
$\because$将ΔACD沿直线CD翻折后，点A落在点E处，

$\therefore \angle ADF=\angle EDF=\frac{1}{2}\angle ADE=45°$，

$\therefore \angle BDC=\angle ADF=45°$，

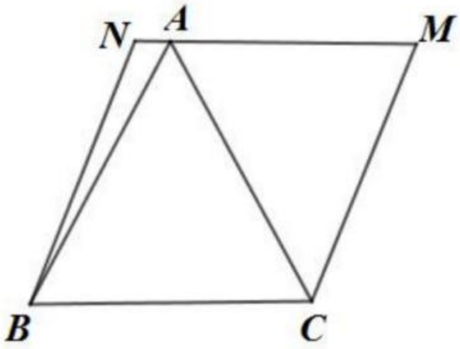
$\therefore \angle ADC=180°-\angle BDC=135°$.

故答案为：$135°$.



【点睛】本题考查了平行四边形的性质，解题的关键是求出$\angle BDC=45°$. 本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，根据平行线的性质找出相等的角是关键.

18. 对于任意三角形，如果存在一个菱形，使得这个菱形的一条边与三角形的一条边重合，且三角形的这条边所对的顶点在菱形的这条边的对边上，那么称这个菱形为该三角形的“最优覆盖菱形”. 问题：如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$BC=4$，且$\triangle ABC$的面积为m，如果$\triangle ABC$存在“最优覆盖菱形”为菱形$BCMN$，那么m的取值范围是________.



【答案】$4\sqrt{3} \le m \le 8$

【解析】

【分析】由V ABC 的面积为 m 可得V ABC 的高为 $\dfrac{m}{2}$，然后再分三角形的高取最小值和最大值两种情况求解即可.

【详解】解：∵V ABC 的面积为 m

∴V ABC 边 BC 上的高为 $\dfrac{m}{2}$

如图：当高取最小值时，V ABC 为等边三角形，A 与 M 或 N 或 MN 上一重合重合，

如图：过 A 作 $AD\perp BC$，垂足为 D

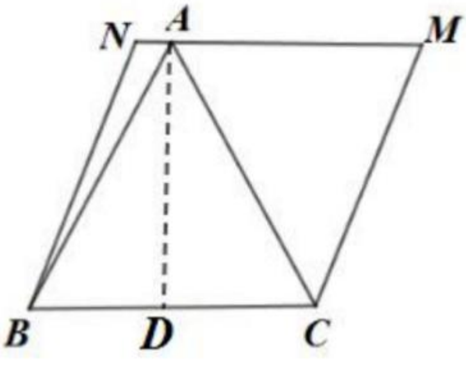
∵等边三角形 ABC,BC=4

∴$\angle ABC$=60°,BC=4，$\angle BAD$=30°

∴BD=2,

∴$AD=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$

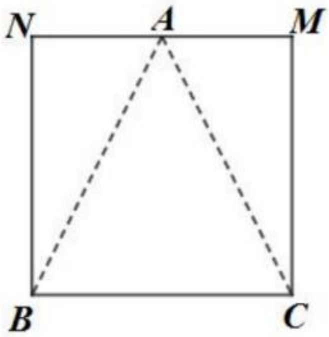
∴ $\dfrac{m}{2}=2\sqrt{3}$，即 $m=4\sqrt{3}$；



如图：当高取最大值时，菱形为正方形，

∴A 在 MN 中点，

∴ $\frac{m}{2}=4$，即 $m=8$



∴ $4\sqrt{3}\le m\le 8$．

故填：$4\sqrt{3}\le m\le 8$．

【点睛】本题主要考查了菱形的性质、正方形的性质、等边三角形的性质以及勾股定理，考查知识点较多，灵活应用相关知识成为解答本题的关键．

三、解答题（第 19—22 题，每小题 10 分；第 23、24 题，每小题 12 分；第 25 题 14 分，共 78 分）

19. 解方程：$\frac{4}{x^2-4}+\frac{1}{2-x}=1$．

【答案】$x=-3$

【解析】

【分析】本题考查解分式方程、解一元二次方程，熟练掌握分式方程的解法步骤是解答的关键，注意计算结果要检验．

【详解】解：去分母，得 $4-(x+2)=(x+2)(x-2)$，

整理，得 $2-x=(x+2)(x-2)$，

则 $(x-2)(x+3)=0$，

∴ $x-2=0$ 或 $x+3=0$，

解得 $x=2$ 或 $x=-3$，

检验：当 $x=2$ 时，$(x+2)(x-2)=0$，则 $x=2$ 是分式方程的增根；

当 $x=-3$ 时，$(x+2)(x-2)\ne 0$，则 $x=-3$ 是分式方程的解，

综上，该分式方程的解为 $x=-3$．

20. 解方程组：$\begin{cases}x^2+6xy+9y^2=4\\ x-3y=8\end{cases}$

【答案】$\begin{cases}x_1=5\\ y_1=-1\end{cases}$或$\begin{cases}x_2=3\\ y_2=-\dfrac{5}{3}\end{cases}$

【解析】

【分析】先将 x $+6xy+9y^2$ 分解因式为：$(x+3y)^2$，则 $x+3y=\pm2$，与 $x-3y=8$ 组合成两个方程组，解出即可．

【详解】解：由 x $+6xy+9y^2=4$，得 $(x+3y)^2=4$，

$\therefore x+3y=\pm2$，

∴原方程组可转化为：$\begin{cases}x+3y=2\\ x-3y=8\end{cases}$ 或$\begin{cases}x+3y=-2\\ x-3y=8\end{cases}$

解得：$\begin{cases}x_1=5\\ y_1=-1\end{cases}$或$\begin{cases}x_2=3\\ y_2=-\dfrac{5}{3}\end{cases}$

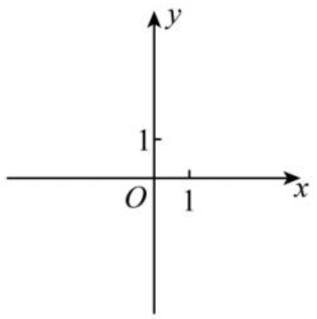
∴原方程组的解为：$\begin{cases}x_1=5\\ y_1=-1\end{cases}$或$\begin{cases}x_2=3\\ y_2=-\dfrac{5}{3}\end{cases}$．

【点睛】本题主要考查二元二次方程组的解，解题关键在于掌握运算法则，准确计算．

21. 在平面直角坐标系 xOy 中（如图），已知直线 $y=-\dfrac{1}{2}x+2$ 分别与 x 轴、y 轴交于点 A、B，一个正比例函数的图象与这直线交于点 C，点 C 的横坐标是 1．

（1）求正比例函数的解析式；

（2）将正比例函数的图象向上或向下平移，交直线 $y=-\dfrac{1}{2}x+2$ 于点 D，设平移后函数图象的截距为 b，如果交点 D 始终落在线段 AB 上，求 b 的取值范围．



【答案】（1） $y=\frac{3}{2}x$；（2） - 6≤b≤2

【解析】

【分析】（1）先求得 C 的坐标，然后根据待定系数法即可求得；

（2）求得 A、B 的坐标，把 A 的坐标代入平移后的直线解析式，求得 b 的值，根据图象即可求得符合题意的 b 的取值．

【详解】解：（1）把 $x=1$ 代入 $y=-\frac{1}{2}x+2$ 得，$y=\frac{3}{2}$，

∴C（1，$\frac{3}{2}$），

设正比例函数解析式为 $y=kx$，

把 C 的坐标代入得 $k=\frac{3}{2}$，

∴正比例函数的解析式为 $y=\frac{3}{2}x$；

（2）直线 $y=-\frac{1}{2}x+2$ 中，令 $y=0$，则 $x=4$，

∴A（4，0），B（0，2），

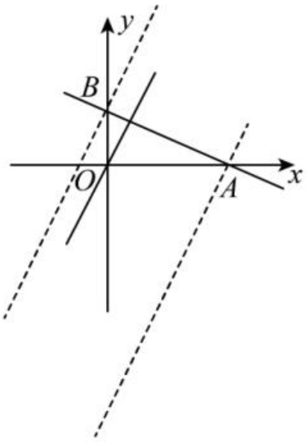
设平移后的直线解析式为 $y=\frac{3}{2}x+b$，

把 A（4，0）代入得，$\frac{3}{2}\times4+b=0$，

解得 $b=-6$，

把 B（0,2）代入得，b=2，

∴符合题意的 b 的取值范围是 $-6\leq b\leq 2$．

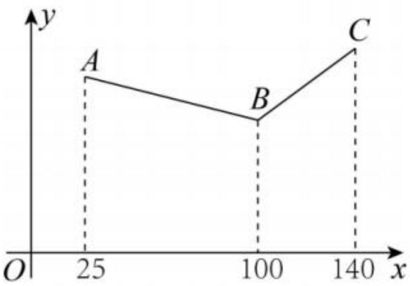


【点睛】本题考查了一次函数与正比例函数的交点，一次函数的平移，熟练掌握待定系数法，一次函数平移的规律是解题的关键.

22. 某款轿车每行驶 100 千米的耗油量 y 升与其行驶速度 x 千米/小时之间的函数关系图像如图所示，其中线段 AB 的表达式为 $y=-\frac{1}{25}x+13\left(25\le x\le 100\right)$，点 C 的坐标为（140，14），即行驶速度为 140 千米/小时时该轿车每行驶 100 千米的耗油量是 14 升.

（1）求线段 BC 的表达式；

（2）如果从甲地到乙地全程为 260 千米，其中有 60 千米限速 50 千米/小时的省道和 200 千米限速 120 千米/小时的高速公路，那么在不考虑其他因素的情况下，这款轿车从甲地行驶到乙地至少需要耗油多少升？



【答案】（1）$y=\frac{1}{8}x-\frac{7}{2}\left(100\le x\le 140\right)$；（2）24.6 升.

【解析】

【分析】（1）根据线段 AB 的表达式可得出点 B 坐标，利用待定系数法即可得线段的解析式；

（2）根据一次函数的性质可得在省道和高速公路上行驶时耗油量最小时的速度，根据解析式即可得出每行驶 100 千米的耗油量，进而可得答案.

【详解】解：（1）∵线段 AB 的表达式为 $y=-\frac{1}{25}x+13\left(25\le x\le 100\right)$，

∴当 $x=100$ 时，$y=-\frac{1}{25}\times 100+13=9$，即 B（100，9）.

令 BC 的表达式为 $y=kx+b$，

∵点 C 的坐标为（140，14），

∴ $\begin{cases}9=100k+b\\14=140k+b\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=\dfrac{1}{8}\\b=-\dfrac{7}{2}\end{cases}$，

∴线段 BC的表达式为 $y=\frac{1}{8}x-\frac{7}{2}\left(100\le x\le 140\right)$．

（2）∵在 $y=-\frac{1}{25}x+13\left(25\le x\le 100\right)$ 中，$-\frac{1}{25}<0$，

∴y 随 x 的增大而减小，

∵省道限速 50 千米/小时，

∴当 x＝50 时，耗油量最低，即 $y=-\frac{1}{25}\times 50+13=11$，

∵在 $y=\frac{1}{8}x-\frac{7}{2}\left(100\le x\le 140\right)$ 中，$\frac{1}{8}>0$，

∴y 随 x 的增大而增大，

∵高速公路限速 120 千米/小时，

∴当 x=100 时，耗油量最低，即 $y=\frac{1}{8}\times 100-\frac{7}{2}=9$，

∵有 60 千米的省道和 200 千米的高速公路，

∴从甲地行驶到乙地至少需要耗油 $11\times\frac{60}{100}+9\times\frac{200}{100}=24.6$（升）．

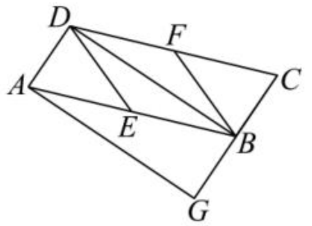
答：至少耗油 24.6 升．

【点睛】本题考查一次函数的性质及待定系数法求一次函数解析式，正确识图并熟练掌握一次函数的性质是解题关键．

23. 已知：如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，E、F 分别为边 AB、CD 的中点，BD 是对角线，$AG//DB$ 交 CB 的延长线于 G．

（1）求证：$\triangle ADE\cong\triangle CBF$；

（2）若四边形 $BEDF$ 是菱形，求证四边形 $AGBD$ 是矩形．



【答案】(1) 见详解；(2) 见详解.

【解析】

【分析】(1) 根据边角边证三角形全等即可；

(2) 先证明 $ADBG$ 是平行四边形，再证明有一个角是直角的平行四边形是矩形即可证明.

【详解】(1) ∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AB=CD$，$AD=BC$，$\angle BAD=\angle C$，$AD//BC$，

又∵E、F 分别为边 AB、CD 的中点，

∴$AE=\dfrac{1}{2}AB$，$CF=\dfrac{1}{2}CD$，

∴$AE=CF$，

∴$\triangle ADE\cong\triangle CBF$（SAS）；

(2) ∵$AD//BC$，$AG//DB$，

∴四边形 $AGBD$ 是平行四边形，

∵四边形 $BEDF$ 是菱形，

∴$BE=DE$，

∵E、F 分别为边 AB、CD 的中点，

∴$AE=BE$，

∴$BE=DE=AE$，

∴$\angle ADE=\angle EAD$，$\angle EDB=\angle EBD$，

∵$\angle EAD+\angle EDA+\angle EDB+\angle EBD=180°$，

∴$\angle EDA+\angle EDB=90°$，

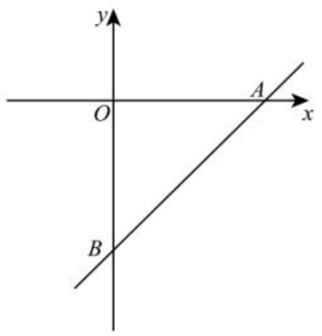
∴$\angle ADB=90°$，

∴四边形 $ADBG$ 是矩形，

【点睛】本题考查平行四边形的性质，菱形的性质，矩形的判定和性质，勾股定理等知识，解题的关键是

熟练掌握相关的定理内容.

24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知直线 $y=x-4$ 分别与 x 轴、y 轴交于点 A、B，直线 BC 与 x 轴交于点 $C(-1,0)$，点 D 在第四象限，$BD\perp BA$.



（1）求直线 BC 的解析式；

（2）当 $S_{\triangle ABD}=4S_{\triangle BOC}$，求点 D 的坐标；

（3）在（2）的条件下，已知点 E 在 x 轴上，点 F 在直线 BC 上．如果以 C、D、F、E 为顶点的四边形是平行四边形，请直接写出线段 OE 的长.

【答案】（1）$y=-4x-4$

（2）$(2,-6)$

（3）$OE=\frac{5}{2}$ 或 $\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】（1）先求出点 B 的坐标，然后设直线 BC 的解析式为 $y=kx+b$，利用待定系数法求解即可；

（2）过点 D 作 $DE\perp y$ 轴于点 E，根据 A、B、C 三点的坐标，得出 $OB=OA$，$S_{\triangle BOC}=2$，由勾股定理得到 $AB=4\sqrt{2}$，再结合 $S_{\triangle ABD}=4S_{\triangle BOC}$，求出 $BD=2\sqrt{2}$，证明 $\triangle BED$ 是等腰直角三角形，推出 $BE=DE=2$，即可得出点 D 的坐标；

（3）分三种情况讨论：①四边形 $CDFE$ 为平行四边形时，根据平行四边形的性质，得到点 Q 的纵坐标为 -6，进而得到点 Q 的坐标，再根据 $CP=DQ=\frac{3}{2}$，得到点 P 的坐标；②四边形 $CFDE$ 为平行四边形时，同①理求解；③四边形 $CDEF$ 为平行四边形时，结合平行四边形的性质，进而的得到点 P 的坐标，进而求解即可.

【小问 1 详解】

解：$\because$ 直线 $y=x-4$ 分别与 x 轴、y 轴交于点 A、B，

令 $x=0$，则 $y=-4$，

$\therefore B(0,-4)$，

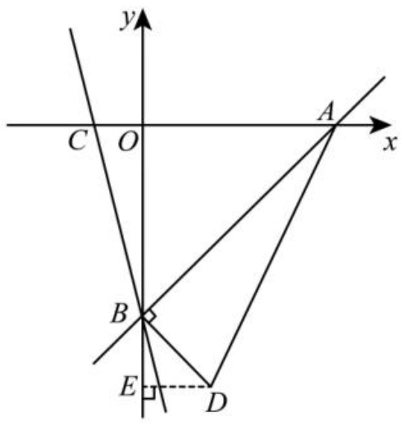
设直线 BC 的解析式为 $y=kx+b$，

$\therefore \begin{cases} b=-4 \\ -k+b=0 \end{cases}$，解得：$\begin{cases} k=-4 \\ b=-4 \end{cases}$，

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y=-4x-4$；

【小问 2 详解】

解：如图，过点 D 作 $DE\perp y$ 轴于点 E，



$\because$ 直线 $y=x-4$ 分别与 x 轴交于 A 点，

令 $y=0$，则 $x-4=0$，解得：$x=4$，

$\therefore A(4,0)$，

$\therefore OA=4$，

$\because B(0,-4)$，$C(-1,0)$，

$\therefore OB=OA=4$，$OC=1$，

$\therefore S_{\triangle BOC}=\dfrac{1}{2}OC\cdot OB=\dfrac{1}{2}\times1\times4=2$，

Q $\angle AOB=90^\circ$，

$\therefore \angle ABO=45^\circ$，$AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=4\sqrt{2}$，

$\because S_{\triangle ABD}=4S_{\triangle BOC}$，

$\therefore S_{\triangle ABD}=8$，

$\because BD \perp BA$，

$\therefore S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}BD\cdot AB=8$，

$\therefore BD=2\sqrt{2}$，

$\because \angle ABD=90^\circ$，$\angle ABO=45^\circ$，

$\therefore \angle DBE=45^\circ$，

$\because DE \perp y$ 轴，

$\therefore \triangle BED$ 是等腰直角三角形，

$\therefore BE=DE$，$BD=\sqrt{BE^2+DE^2}=\sqrt{2}BE=\sqrt{2}DE=2\sqrt{2}$，

$\therefore BE=DE=2$，

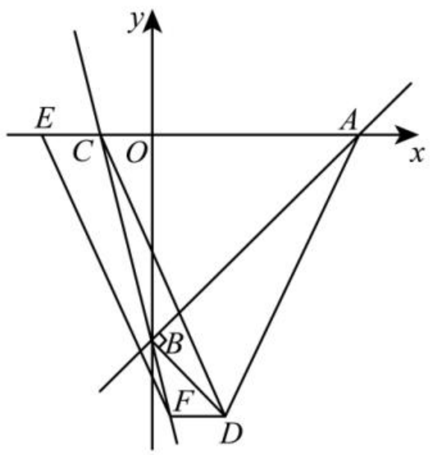
$\therefore OE=OB+BE=6$，

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(2,-6)$；

【小问 3 详解】

解：以点 $C(-1,0)$、$D(2,-6)$、E、F 为顶点的四边形是平行四边形，

①如图，四边形 $CDFE$ 为平行四边形时，



$\therefore DF \parallel CE \parallel x$ 轴，$DF=CE$，

$\therefore$ 点 F 的纵坐标为 -6，

$\because$ 点 F 在直线 BC 上，

令 $y=-6$，则 $-4x-4=-6$，解得：$x=\frac{1}{2}$，

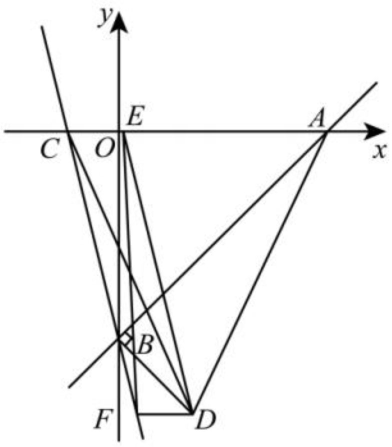
$\therefore F\left(\frac{1}{2},-6\right)$

$\therefore DF = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$,

$\therefore CE = \frac{3}{2}$,

$\therefore OE = OC + CE = 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$;

②如图，四边形$CFDE$为平行四边形时，

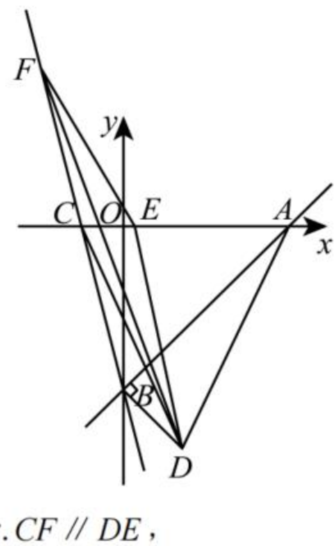


同①理可得，$F\left(\frac{1}{2}, -6\right)$，$CE = DF = \frac{3}{2}$，

$\because OC = 1$，

$\therefore OE = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$；

③如图，四边形$CDEF$为平行四边形时，



$\therefore CF \parallel DE$，

$\because C(-1,0)$，$D(2,-6)$，设$E(m,0)$，$F(n,-4n-4)$

$\therefore \begin{cases} -1+m=n+2 \\ 0+0=-4n-4+(-6) \end{cases}$，解得 $\begin{cases} m=\dfrac{1}{2} \\ n=-\dfrac{5}{2} \end{cases}$

$\therefore E\left(\dfrac{1}{2},0\right)$

$\therefore OE=\dfrac{1}{2}$，

综上可知，以点 C、D、F、E 为顶点的四边形是平行四边形，$OE=\dfrac{5}{2}$ 或 $\dfrac{1}{2}$.

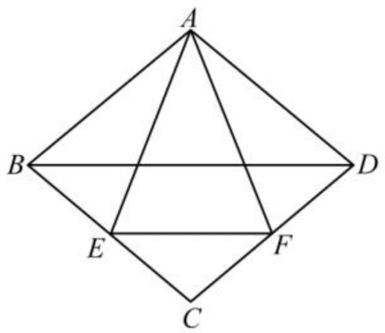
【点睛】本题是一次函数综合题，考查了一次函数的图象的性质，求一次函数解析式，平行四边形的性质，勾股定理，等腰直角三角形的判定和性质等知识，利用数形结合和分类讨论的思想解决问题是关键.

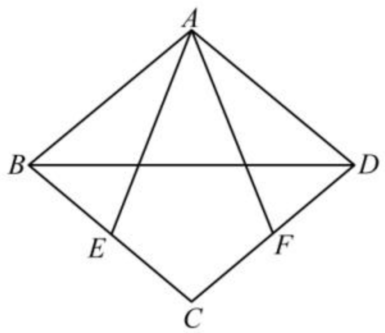
25. 已知：如图，平行四边形 $ABCD$ 中，$AB=5$，$BD=8$，点 E、F 分别在边 BC、CD 上（点 E、F 与平行四边形 $ABCD$ 的顶点不重合），$CE=CF$，$AE=AF$.

（1）求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；

（2）设 $BE=x$，$AF=y$，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出定义域；

（3）如果 $AE=5$，点 P 在直线 AF 上，$\triangle ABP$ 是以 AB 为腰的等腰三角形，那么 $\triangle ABP$ 的底边长为______.（请将答案直接填写在空格内）





备用图

【答案】（1）见解析；（2）$y=\sqrt{x^2-\dfrac{14}{5}x+25}(0<x<5)$；（3）8 或 $\dfrac{14}{5}$ 或 6

【解析】

【分析】（1）连结 AC，证明 $\Delta ACE \cong \Delta ACF$，得到相等的角，再由平行线的性质证明 $\angle ACB=\angle CAB$，从而得 $AB=CB$，由菱形的定义判定四边形 $ABCD$ 是菱形；

（2）连结 AC，交 BD 于点 H，作 $AG \perp BC$ 于点 G，由菱形的面积及边长求出菱形的高 AG，再求 BG 的长，由勾股定理列出关于 x、y 的等式，整理得到 y 关于 x 的函数解析式；

（3）以 AB 为腰的等腰三角形 ABP 分三种情况，其中有两种情况是等腰三角形 ABP 与 ΔABD 或 ΔABC 全

等，另一种情况可由（2）中求得的菱形 $ABCD$ 的高 AG 求出 BG 的长，再求等腰三角形 ABP 的底边长．

【详解】解：（1）证明：如图 1，连结 AC，

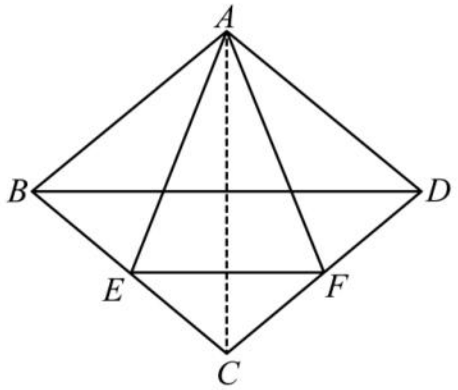


图1

$\because AE=AF$，$CE=CF$，$AC=AC$，

$\therefore \Delta ACE\cong \Delta ACF(SSS)$，

$\therefore \angle ACE=\angle ACF$，

即 $\angle ACB=\angle ACD$；

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB//CD$，

$\therefore \angle ACD=\angle CAB$，

$\therefore \angle ACB=\angle CAB$，

$\therefore AB=CB$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形·

（2）如图 2，连结 AC，交 BD 于点 H，作 $AG\perp BC$ 于点 G，则 $\angle AGB=\angle AGE=90^{\circ}$，

由（1）得，四边形 $ABCD$ 是菱形，

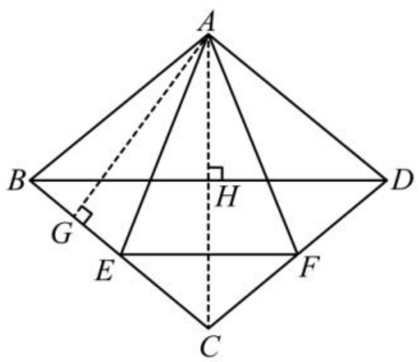


图2

$\therefore AC\perp BD$，

$\therefore \angle AHB=90^{\circ}$，

$\because AB=5$，$BH=\dfrac{1}{2}BD=\dfrac{1}{2}\times 8=4$，

$\therefore AH=\sqrt{5^2-4^2}=3$，

$\therefore AC=2AH=2\times 3=6$，

$\therefore S_{菱形ABCD}=\dfrac{1}{2}\times 8\times 6=24$，

由 $BC\cdot AG=24$，且 $BC=AB=5$，得 $5AG=24$，

解得 $AG=\dfrac{24}{2}$；

$\therefore BG=\sqrt{5^2-(\dfrac{24}{5})^2}=\dfrac{7}{5}$，

$\therefore EG=|x-\dfrac{7}{5}|$，

由 $AE=\sqrt{EG^2+AG^2}$，且 $AE=AF=y$，得 $y=\sqrt{(x-\dfrac{7}{5})^2+(\dfrac{24}{5})^2}=\sqrt{x^2-\dfrac{14}{5}x+25}$，

$\because$ 点 E 在 BC 边上且不与点 B、C 重合，

$\therefore 0<x<5$，

$\therefore y$ 关于 x 的函数解析式为 $y=\sqrt{x^2-\dfrac{14}{5}x+25}(0<x<5)$，

（3）如图 3，$AB=AP$，且点 P 在 FA 的延长线上，

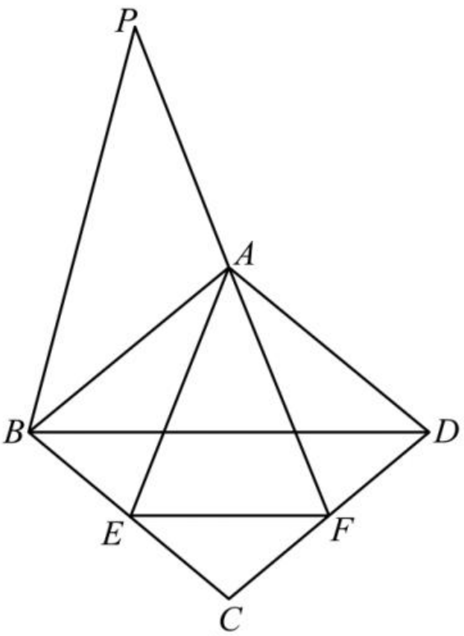


图3

$\because AF=AE=5$，$AB=AD=5$，

$\therefore AF=AD$，

$\therefore \angle AFD=\angle ADC$，

$\because \angle ADC = \angle ABC$，

$\therefore \angle AFD = \angle ABC$，

$\because AB//CD$，

$\therefore \angle BAF = \angle AFD$，

$\therefore \angle BAF = \angle ABC$，

$\because$ AD//BC，

$\therefore \angle BAD + \angle ABC = 180^\circ$，

$\because \angle PAB + \angle BAF = 180^\circ$，

$\therefore \angle PAB = \angle BAD$，

$\because AP = AB$， $AB = AD$，

$\therefore \Delta APB \cong \Delta ABD(SAS)$，

$\therefore PB = BD = 8$，

即等腰三角形 ABP 的底边长为 8；

如图 4， $AB = PB$，作 $BM \perp AF$ 于点 M， $AG \perp BC$ 于点 G，则 $\angle AMB = \angle BGA = 90^\circ$，

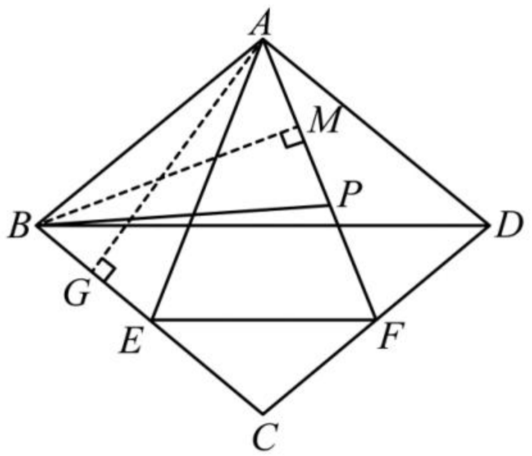


图4

$\because \angle BAF = \angle ABC$，

$\therefore \angle BAM = \angle ABG$，

$\because AB = BA$，

$\therefore \Delta BAM \cong \Delta ABG(AAS)$，

$\therefore AM = BG$，

由（2）得， $BG = \dfrac{7}{5}$，

$\therefore AM = BG = \dfrac{7}{5}$，

$\therefore AP = 2AM = 2 \times \dfrac{7}{5} = \dfrac{14}{5}$，

即等腰三角形 ABP 的底边长为$\frac{14}{5}$;

如图 5，$AP = AB$，点 P 与点 F 重合，连结 AC，

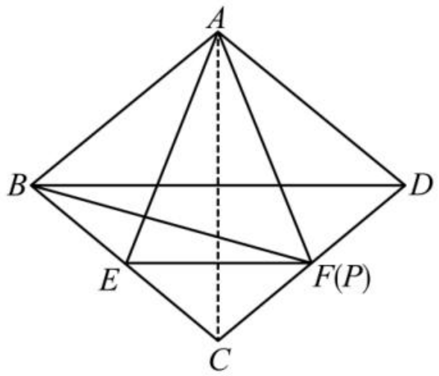


图5

$\because \angle BAF = \angle ABC$，$AF = AB$，$AB = BC$，

$\therefore \Delta BAF \cong \Delta ABC(SAS)$，

$\therefore FB = AC = 6$，

即 $BP = 6$，

$\therefore$ 等腰三角形 ABP 的底边长为 6.

综上所述，以 AB 为腰的等腰三角形 ABP 的底边长为 8 或$\frac{14}{5}$或 6，

故答案为：8 或$\frac{14}{5}$或 6.

【点睛】此题重点考查菱形的性质、全等三角形的判定与性质、等腰三角形的判定、勾股定理、求与几何图形有关的函数关系式等知识与方法，在解第（3）题时，需要进行分类讨论，求出所有符合条件的值，以免丢解.