杨浦区 2023 学年第二学期期中质量调研卷

八年级数学学科

（时间：90 分钟，分值：100 分）

一、选择题（本大题共 6 题，每题 2 分，满分 12 分）

1. 下列说法正确的是（　　）

A. $\frac{x^2-1}{2}+\frac{x}{3}=1$分式方程　　B. $x^2+3y=1$是二元二次方程

C. $x^2+\sqrt{2}x-1=0$是无理方程　　D. $x^2+x=0$是二项方程

2. 下列方程中，有实数根的是（　　）

A. $\sqrt{x-2}+3=0$　　B. $\frac{x}{x-2}=\frac{2}{x-2}$　　C. $2x^4+3=0$　　D. $2x^2+3x+1=0$

3. 用换元法解方程$\frac{x^2-1}{x}+\frac{x}{x^2-1}=3$时，如果设$\frac{x^2-1}{x}=y$，那么可以得到一个关于$y$的整式方程，该方程是（　　）

A. $y^2-3y-1=0$　　B. $y^2+3y-1=0$

C. $y^2-3y+1=0$　　D. $y^2+3y+1=0$

4. 一个多边形的内角和为$1440°$，则这个多边形的边数为（　　）

A. 11　　B. 10　　C. 9　　D. 8

5. $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$是一次函数$y=-3x+1$图像上的不同的两点，则（　　）

A. $(x_1-x_2)(y_1-y_2)<0$　　B. $(x_1-x_2)(y_1-y_2)>0$

C. $(x_1-x_2)(y_1-y_2)=0$　　D. $(x_1-x_2)(y_1-y_2)$的符号无法判断

6. 下列条件中不能判定四边形一定是平行四边形的是（　　）

A. 一组对角相等，一组邻角互补

B. 一组对边平行，且一条对角线平分另一条对角线

C. 一组对边平行，一组对角相等

D. 一组对边平行，另一组对边相等

二、填空题（本大题共 12 题，每题 3 分，满分 36 分）

【请将结果直接填入答题纸的相应位置】

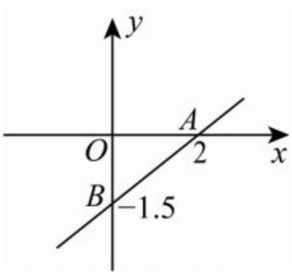
7. 一次函数 $y=2x-3$ 在 y 轴上的截距是_______.

8. 关于 x 的方程 $ax-4x-2=0\left(a\neq 4\right)$ 的解是_______.

9. 如果函数 $y=kx+3$ 中的y 随 x 的增大而减小，那么这个函数的图象不经过第________象限.

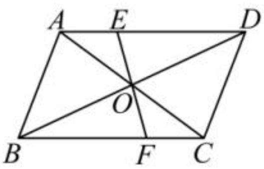
10. 一辆汽车，新车购买价为 20 万元，以后每年的年折旧率为 x，如果该车购买之后的第二年年末折旧后的价值为 14.45 万元，那么可以列出关于 x 的方程是_______.（列出方程即可，无需求解）

11. 如图，一次函数 $y=kx+b$ 的图像与 x 轴、y 轴分别相交于 $A(2,0)$ 、$B(0,-1.5)$ 两点，那么当 $y<0$ 时，自变量 x 的取值范围是_________.



12. 已知平行四边形 $ABCD$ 中，已知 $\angle A:\angle D=3:2$，则 $\angle C=$__________度.

13. 如图，EF 过平行四边形 $ABCD$ 对角线的交点 O，交 AD 于点 E，交 BC 于点 F . 若平行四边形 $ABCD$ 的周长为 18，$OE=1.5$，则四边形 $EFCD$ 的周长为___.



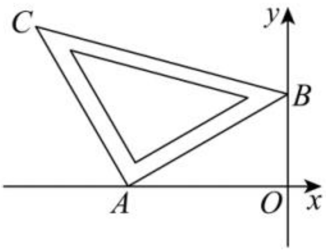
14. 二元二次方程组 $\begin{cases} x^2-4y^2=0 \\ (x-y)^2-5(x-y)-6=0 \end{cases}$ 可化为四个二元一次方程组，这四个二元一次方程组分别是______________________________.

15. 某城市有一类出租车，计费规定如下：行驶里程不超过 3 千米，付费 14 元；超过 3 千米且不超过 15 千米的部分，每千米付费 2.50 元．某人乘该类出租车行驶了 $x(3<x\leq 15)$ 千米，则乘车费用 y（元）关于里程数 x（千米）的函数解析式为________.

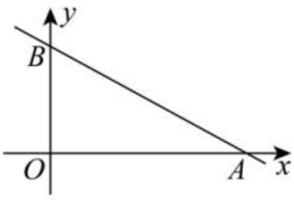
16. 甲、乙二人加工某种零件，若单独工作，则乙比甲多用 12 天才能完成，若两人合作，则 8 天可以完成，设甲单独工作 x 天完成，列方程得_____________.

17. 含 $45°$ 角的直和三角板如图放置在平面直角坐标系中，其中 $A(-2,0)$ 、$B(0,1)$，则直线 BC 的表达式为

______.



18. 已知：如图所示，直线 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}$ 交 x 轴于点A，交 y 轴于点 B . 若点 P 从点A出发，沿射线 AB 作匀速运动，点 Q 从点 B 出发，沿射线 BO 作匀速运动，两点同时出发，运动速度也相同，当V BPQ 为直角三角形时，则点 Q 的坐标为_____.



三、简答题（本大题共 4 题，每题 5 分，满分 20 分）

19. 解方程：$\frac{x+2}{x-2}+\frac{x^2-8}{x^2-3x+2}=1$.

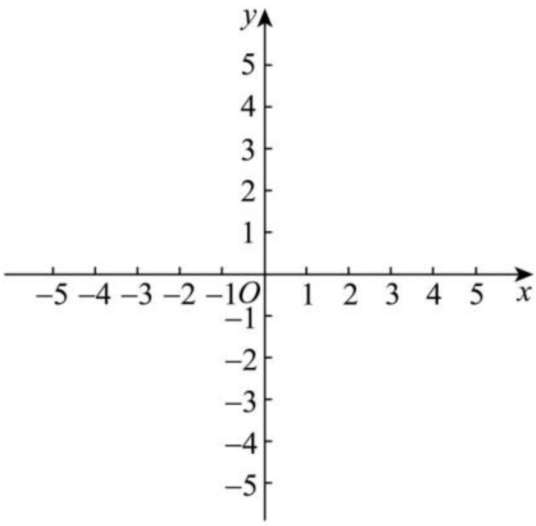
20. 解方程：$3\text{-}\sqrt{2x-3}=x$

21. 解方程组：$\begin{cases}x+2y=5\\x^2-y^2=2(x+y)\end{cases}$.

22. 解方程组：$\begin{cases}\frac{5}{x+y}+\frac{1}{x-y}=7\\\frac{3}{x+y}-\frac{1}{x-y}=1\end{cases}$.

四、解答题（本大题共 4 题，第 23 题 6 分，第 24、25 题每题 8 分，第 26 题 10 分，满分 32 分）

23. 在平面直角坐标系 xOy 中（如图），已知一次函数的图像平行于直线 $y=-\frac{1}{2}x$，且经过点 $A(-2,3)$，与 x 轴交于点 B .



（1）求这个一次函数的解析式并画出图像；

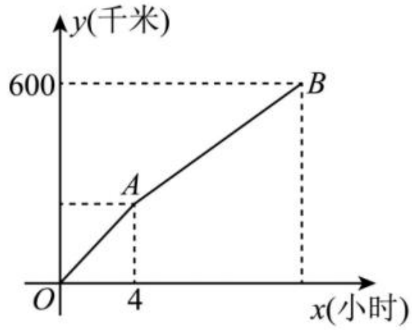
（2）设点 C 在 y 轴上，当 $AC = BC$ 时，求点 C 的坐标．

24. 甲、乙两车需运输一批货物到 600 公里外的某地，原计划甲车的速度比乙车每小时多 10 千米，这样甲车将比乙车早到 2 小时．实际甲车以原计划的速度行驶了 4 小时后，以较低速度继续行驶，结果甲、乙两车同时到达．

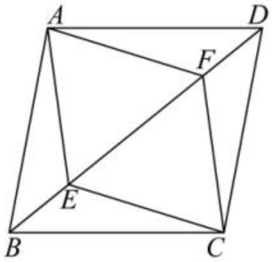
x（小时）y（千米）

（1）求甲车原计划的速度；

（2）如图是甲车行驶的路程 y（千米）与时间 x（小时）的不完整函数图象，那么点 A 的坐标为_____，点 B 的坐标为_____，4 小时后的 y 与 x 的函数关系式为_____（不要求写定义域）．



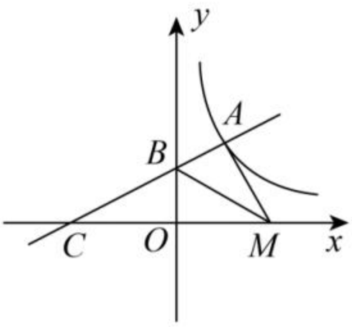
25. 如图，E、F 是Y $ABCD$ 对角线 BD 上两点，且 $BE = DF$ ．

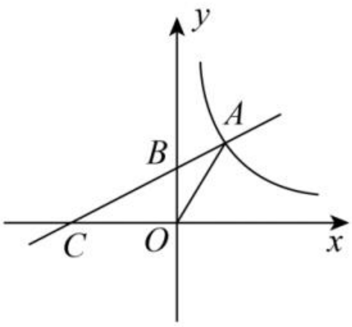


（1）求证：四边形 $AECF$ 是平行四边形；

（2）连接 AC，若 $\angle BAF=90^\circ$，$AB=8$，$AF=AE=6$，求 AC 的长．

26. 如图，一次函数 $y=\frac{1}{2}x+2$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0,x>0)$ 的图象相交于点 $A(2,a)$，与 x 轴交于 C 点，与 y 轴交于 B 点．





（1）求出 a，k 的值；

（2）若 $M(m,0)$ 为 x 轴上的一动点，当 $\triangle AMB$ 的面积为 $\frac{7}{2}$ 时，求 m 的值；

（3）在 x 轴上是否存在点 D，使得 $\angle BOA=\angle OAD$，若存在请直接写出点 D 坐标，若不存在请说明理．

杨浦区 2023 学年第二学期期中质量调研卷

八年级数学学科（答案解析）

（时间：90 分钟，分值：100 分）

一、选择题（本大题共 6 题，每题 2 分，满分 12 分）

1. 下列说法正确的是（　　）

A. $\frac{x^2-1}{2}+\frac{x}{3}=1$分式方程　　B. $x^2+3y=1$是二元二次方程

C. $x^2+\sqrt{2}x-1=0$是无理方程　　D. $x^2+x=0$是二项方程

【答案】B

【解析】

【分析】根据一元二次方程的定义对 A、B、C 进行判断；根据二元二次方程的定义对 B 进行判断，

【详解】A、$\frac{x^2-1}{2}+\frac{x}{3}=1$为一元二次方程，所以 A 选项的说法错误；

B、$x^2+3y=1$为二元二次方程，所以 B 选项的说法正确；

C、$x^2+\sqrt{2}x-1=0$是一元二次方程，所以 C 选项的说法错误；

D、$x^2+x=0$是一元二次方程，所以 D 选项的说法错误.

故选：B.

【点睛】本题考查了无理方程，解题的关键是掌握分式方程、二元二次方程及无理方程的概念.

2. 下列方程中，有实数根的是（　　）

A. $\sqrt{x-2}+3=0$　　B. $\frac{x}{x-2}=\frac{2}{x-2}$　　C. $2x^4+3=0$　　D. $2x^2+3x+1=0$

【答案】D

【解析】

【分析】根据二次根式和偶次方的非负性可对 *A*、*C* 作出判断，根据分式方程的求解可对 *B* 作出判断，计算一元二次方程判别式的值可对 *D* 作出判断.

【详解】解：由于$\sqrt{x-2}\ge 0, 2x^4\ge 0$，故 *A* 和 *C* 都没有实数根，不符合题意；

B、方程两边同乘 x-2 可得：x=2，

把 x=2 代入原方程，原方程无意义，故原方程无实数根，不符合题意；

D、计算原方程的判别式为：

$\Delta = 3^2 - 4\times 2\times 1 = 1 > 0$，

故原方程有实数根，符合题意，

故选 D.

【点睛】本题考查方程有无实数根的判断，熟练掌握二次根式和实数的偶次方的非负性、分式方程的求解与检验、一元二次方程判别式的求法及应用是解题关键 .

3. 用换元法解方程 $\frac{x^2-1}{x}+\frac{x}{x^2-1}=3$ 时，如果设 $\frac{x^2-1}{x}=y$，那么可以得到一个关于 y 的整式方程，该方程是（　　）

A. $y^2-3y-1=0$　　B. $y^2+3y-1=0$

C. $y^2-3y+1=0$　　D. $y^2+3y+1=0$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查解分式方程，根据题设，原方程化为 $y+\frac{1}{y}=3$，去分母化为整式方程，整理方程即可解答.

【详解】解：设 $\frac{x^2-1}{x}=y$，则原方程化为 $y+\frac{1}{y}=3$，

方程两边同乘以 y，得 $y^2+1=3y$，

即 $y^2-3y+1=0$，

故选：C.

4. 一个多边形的内角和为 $1440°$，则这个多边形的边数为（　　）

A. 11　　B. 10　　C. 9　　D. 8

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查多边形的内角和，设这个多边形的边数为 n，根据多边形的内角和公式可得 $(n-2)\cdot 180° = 1440°$，求解方程即可解答.

【详解】设这个多边形的边数为 n，则

$(n-2)\cdot 180° = 1440°$，

解得：$n = 10$，

∴这个多边形的边数为 10．

故选：B

5．$A(x_1, y_1)$、$B(x_2, y_2)$ 是一次函数 $y = -3x + 1$ 图像上的不同的两点，则（　　）

A．$(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) < 0$　　B．$(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) > 0$

C．$(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) = 0$　　D．$(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)$ 的符号无法判断

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查了一次函数的性质．根据一次函数的性质可得当 $x_1 > x_2$ 时，$y_1 < y_2$，即可求解．

【详解】解：∵ $-3 < 0$，

∴y 随 x 的增大而减小，

∴当 $x_1 > x_2$ 时，$y_1 < y_2$，

∴ $x_1 - x_2$ 与 $y_1 - y_2$ 异号，

∴ $(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) < 0$，

故选：A

6．下列条件中不能判定四边形一定是平行四边形的是（　　）

A．一组对角相等，一组邻角互补

B．一组对边平行，且一条对角线平分另一条对角线

C．一组对边平行，一组对角相等

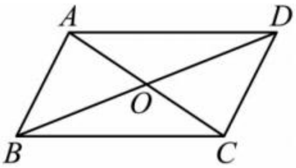
D．一组对边平行，另一组对边相等

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查平行四边形的判定，熟知平行四边形的判定方法是解答的关键．根据平行四边形的判定逐项判断即可．

【详解】解：如图，



A、若 $\angle ABC+\angle BAD=180^\circ$，$\angle ABC=\angle ADC$，

则 $AD\parallel BC$，$\angle BAD+\angle ADC=180^\circ$，

$\therefore AB\parallel CD$，

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

故一组对角相等，一组邻角互补的四边形一定是平行四边形，不符合题意；

B、若 $AD\parallel BC$，$OA=OC$，

则 $\angle DAO=\angle BCO$，$\angle ADO=\angle CBO$，

$\therefore \triangle AOD\cong\triangle COB(\text{AAS})$，

$\therefore OB=OD$，

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

故一组对边平行，且一条对角线平分另一条对角线的四边形一定是平行四边形，不符合题意；

C、若 $AD\parallel BC$，$\angle ABC=\angle ADC$，

则 $\angle ABC+\angle BAD=180^\circ$，

$\therefore \angle BAD+\angle ADC=180^\circ$，

$\therefore AB\parallel CD$，

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

故一组对边平行，一组对角相等的四边形一定是平行四边形，不符合题意；

D、一组对边平行，另一组对边相等的四边形不一定是平行四边形，符合题意；

故选：D.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 3 分，满分 36 分）

【请将结果直接填入答题纸的相应位置】

7. 一次函数 $y=2x-3$ 在 y 轴上的截距是______.

【答案】-3

【解析】

【分析】本题考查了一次函数在 y 轴上的截距．熟练掌握一条直线与 y 轴的交点的纵坐标为这条直线在 y 轴上的截距是解题的关键．

根据截距的定义，计算求解即可．

【详解】解：当 $x=0$ 时，$y=-3$，

∴一次函数在 y 轴上的截距为 -3，

故答案为：-3．

8. 关于 x 的方程 $ax-4x-2=0\left(a\neq 4\right)$ 的解是______．

【答案】$\dfrac{2}{a-4}$

【解析】

【分析】本题考查一元一次方程的解，根据解一元一次方程的方法可以求得方程 $ax-4x-2=0\left(a\neq 4\right)$ 的解，本题得以解决．

【详解】解：$ax-4x-2=0\left(a\neq 4\right)$

移项及合并同类项，得 $(a-4)x=2$，

系数化为 1，得 $x=\dfrac{2}{a-4}$，

故答案为：$\dfrac{2}{a-4}$．

9. 如果函数 $y=kx+3$ 中的 y 随 x 的增大而减小，那么这个函数的图象不经过第________象限．

【答案】三

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的图象与系数的关系．先根据一次函数的性质判断出 k 的取值范围，再根据一次函数的图象与系数的关系即可得出结论．

【详解】解：∵一次函数 $y=kx+3$，y 随 x 的增大而减小，

∴ $k<0$，

∵ $3>0$，

∴此函数的图象经过一、二、四象限，不经过第三象限．

故答案为：三．

10. 一辆汽车，新车购买价为 20 万元，以后每年的年折旧率为 x，如果该车购买之后的第二年年末折旧后的价值为 14.45 万元，那么可以列出关于 x 的方程是______．（列出方程即可，无需求解）

【答案】$20\left(1-x\right)^2=14.45$

【解析】

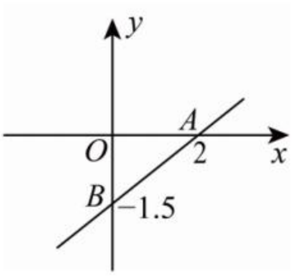
【分析】本题考查一元二次方程的应用，根据“新车购买价为20万元，购买之后的第二年年末折旧后的价值为14.45万元”列方程即可．

【详解】解：设每年的年折旧率为x，

根据题意，得$20(1-x)^2=14.45$，

故答案为：$20(1-x)^2=14.45$．

11. 如图，一次函数$y=kx+b$的图像与x轴、y轴分别相交于$A(2,0)$、$B(0,-1.5)$两点，那么当$y<0$时，自变量x的取值范围是________．



【答案】$x<2$##$2>x$

【解析】

【分析】本题考查一次函数的图像与性质，根据图像得到一次函数y随x的增大而增大，结合图像与x轴交点A的横坐标，即可求得当$y<0$时，自变量x的取值范围．

【详解】解：根据一次函数$y=kx+b$的图像得：y随x的增大而增大，

∵一次函数$y=kx+b$的图像与x轴相交于$A(2,0)$，

∴当当$y<0$时，自变量x的取值范围为$x<2$，

故答案为：$x<2$．

12. 已知平行四边形$ABCD$中，已知$\angle A:\angle D=3:2$，则$\angle C=$_________度．

【答案】108

【解析】

【分析】根据平行四边形邻角互补的性质可求解．

【详解】∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴$\angle A+\angle D=180°$．

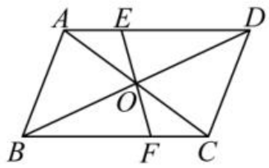
∵$\angle A:\angle D=3:2$，

∴$\angle A=\angle C=180°\times\frac{3}{5}=108°$．

故答案为：108．

【点睛】主要考查了平行四边形的基本性质，并利用性质解题．平行四边形基本性质：①平行四边形两组对边分别平行；②平行四边形的两组对边分别相等；③平行四边形的两组对角分别相等；④平行四边形的对角线互相平分．

13. 如图，EF 过平行四边形 $ABCD$ 对角线的交点 O，交 AD 于点 E，交 BC 于点 F．若平行四边形 $ABCD$ 的周长为 18，$OE=1.5$，则四边形 $EFCD$ 的周长为___．



【答案】12

【解析】

【分析】先利用平行四边形的性质得到边角关系，再由全等三角形的判定方法 ASA 解题，求得 $OE=OF$ 的长，证明 $AE=CF$ 即可解题.

【详解】∵四边形 ABCD 是平行四边形，周长为 18，

$\therefore AB=CD$，$BC=AD$，$OA=OC$，AD//BC

$\therefore CD+AD=9$，$\angle OAE=\angle OCF$

在 $\triangle AEO$ 与 $\triangle CFO$ 中

$$\begin{cases}\angle OAE=\angle OCF\\ OA=OC\\ \angle AOE=\angle COF\end{cases}$$

$\therefore \triangle AEO\cong\triangle CFO(ASA)$

$\therefore OE=OF=1.5$，$AE=CF$

则 EFCD 的周长 $=ED+CD+CF+EF$

$=(DE+CF)+CD+EF$

$=AD+CD+EF$

$=9+3$

$=12$

故答案为 12

【点睛】本题考查平行四边形的性质、全等三角形的判定与性质，是常见考点，难度一般，学会推理过程

是解题关键.

14. 二元二次方程组$\begin{cases} x^2-4y^2=0 \\ (x-y)^2-5(x-y)-6=0 \end{cases}$可化为四个二元一次方程组，这四个二元一次方程组分别是____________________________.

【答案】$\begin{cases} x+2y=0 \\ x-y+1=0 \end{cases}$，$\begin{cases} x+2y=0 \\ x-y-6=0 \end{cases}$，$\begin{cases} x-2y=0 \\ x-y+1=0 \end{cases}$，$\begin{cases} x-2y=0 \\ x-y-6=0 \end{cases}$

【解析】

【分析】本题考查二元二次方程组及其解法，利用因式分解将每个二元二次方程化为两个二元一次方程，然后两两组合即可得出答案.

【详解】解：$\begin{cases} x^2-4y^2=0① \\ (x-y)^2-5(x-y)-6=0② \end{cases}$，

由方程①得$\left(x+2y\right)\left(x-2y\right)=0$，即$x+2y=0$或$x-2y=0$，

由方程②得$\left(x-y+1\right)\left(x-y-6\right)=0$，即$x-y+1=0$或$x-y-6=0$，

∴原方程组化为四个二元一次方程组为

$\begin{cases} x+2y=0 \\ x-y+1=0 \end{cases}$，$\begin{cases} x+2y=0 \\ x-y-6=0 \end{cases}$，$\begin{cases} x-2y=0 \\ x-y+1=0 \end{cases}$，$\begin{cases} x-2y=0 \\ x-y-6=0 \end{cases}$

故答案为：$\begin{cases} x+2y=0 \\ x-y+1=0 \end{cases}$，$\begin{cases} x+2y=0 \\ x-y-6=0 \end{cases}$，$\begin{cases} x-2y=0 \\ x-y+1=0 \end{cases}$，$\begin{cases} x-2y=0 \\ x-y-6=0 \end{cases}$.

15. 某城市有一类出租车，计费规定如下：行驶里程不超过 3 千米，付费 14 元；超过 3 千米且不超过 15 千米的部分，每千米付费 2.50 元．某人乘该类出租车行驶了$x(3<x\le 15)$千米，则乘车费用y（元）关于里程数x（千米）的函数解析式为________.

【答案】$y=2.5x+6.5$

【解析】

【分析】本题考查列函数解析式，理解题意，根据题中等量关系列函数解析式即可.

【详解】解：由题意，乘车费用y（元）关于里程数x（千米）的函数解析式为$y=14+\left(x-3\right)\times 2.5=2.5x+6.5$，

故答案为：$y=2.5x+6.5$.

16. 甲、乙二人加工某种零件，若单独工作，则乙比甲多用 12 天才能完成，若两人合作，则 8 天可以完成，

设甲单独工作 x 天完成，列方程得____________.

【答案】$\frac{8}{x}+\frac{8}{x+12}=1$.

【解析】

【分析】设甲单独工作 x 天可以完成，由“若单独工作，则乙要比甲多用 12 天才能完成”可知乙单独工作（x+12）天才能完成，根据“若两人合作，则 8 天可以完成”得到等量关系：甲 8 天完成的工作量+乙 8 天完成的工作量=1，据此列出方程即可.

【详解】设甲单独工作 x 天可以完成，则乙单独工作（x+12）天才能完成，

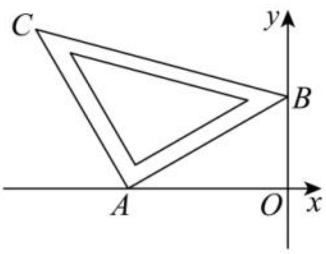
由题意，得

$\frac{8}{x}+\frac{8}{x+12}=1$.

故答案为$\frac{8}{x}+\frac{8}{x+12}=1$.

【点睛】本题考查了由实际问题抽象出分式方程，找到关键描述语，找到等量关系是解决问题的关键．工程问题中常用的关系式有：工作时间=工作总量÷工作效率.

17. 含 $45°$ 角的直和三角板如图放置在平面直角坐标系中，其中 $A(-2,0)$ 、$B(0,1)$，则直线 BC 的表达式为_______.

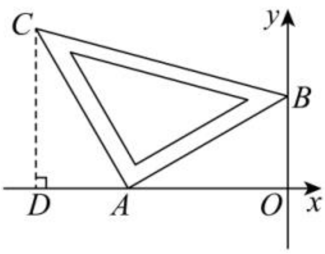


【答案】$y=-\frac{1}{3}x+1$

【解析】

【分析】本题考查了坐标与图形的性质，全等三角形的判定和性质，求一次函数的解析式．先求得 $OA=2$，$OB=1$，证明 $\triangle DCA\cong\triangle OAB(\mathrm{AAS})$，推出 $CD=OA=2$，$AD=OB=1$，求得 $C(-3,2)$，再利用待定系数法求解即可.

【详解】解：作 $CD\perp x$ 轴于点 D，如图，



$\because A(-2,0)$、$B(0,1)$，

$\therefore OA=2$，$OB=1$，

由题意得$\angle CDA=\angle CAB=\angle AOB=90^\circ$，

$\therefore \angle DCA=90^\circ-\angle CAD=\angle OAB$，

$\because AC=AB$，

$\therefore \triangle DCA\cong\triangle OAB\left(\text{AAS}\right)$，

$\therefore CD=OA=2$，$AD=OB=1$，

$\therefore OD=1+2=3$，

$\therefore C\left(-3,2\right)$，

设直线BC的解析式为$y=kx+1$，

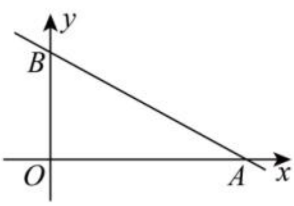
把$C\left(-3,2\right)$代入得$2=-3k+1$，

解得$k=-\dfrac{1}{3}$，

$\therefore$直线BC的解析式为$y=-\dfrac{1}{3}x+1$，

故答案为：$y=-\dfrac{1}{3}x+1$.

18. 已知：如图所示，直线$y=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}$交$x$轴于点A，交$y$轴于点$B$. 若点$P$从点A出发，沿射线$AB$作匀速运动，点$Q$从点$B$出发，沿射线$BO$作匀速运动，两点同时出发，运动速度也相同，当$\triangledown BPQ$为直角三角形时，则点$Q$的坐标为_____.



【答案】$\left(0,\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$或$\left(0,-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$

【解析】

【分析】本题考查的是一次函数图象上点的坐标特征，根据题意表示出$\triangle BPQ$的三边长，分$\angle BQP=90^\circ$，$\angle QBP=90^\circ$，$\angle BPQ=90^\circ$三种情况，根据勾股定理计算即可求出点Q的坐标，灵活运用分情况讨论思想、掌握两点间的距离公式是解题的关键.

【详解】由直线$y=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}$得:

当$y=0$时，即$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}=0$，

解得$x=3$，

当$x=0$时，$y=\sqrt{3}$，

$\therefore OA=3$，$OB=\sqrt{3}$，

由勾股定理得$AB=\sqrt{OB^2+OA^2}=\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+3^2}=2\sqrt{3}$，

设P，Q运动的速度为1，时间为t，则$AP=BQ=t$，$PB=AB-AP=2\sqrt{3}-t$，

则点P的坐标为:$\left(3-\dfrac{\sqrt{3}}{2}t,\dfrac{1}{2}t\right)$，点$Q$的坐标为:$\left(0,\sqrt{3}-t\right)$，

$\therefore PQ=\sqrt{\left(3-\dfrac{\sqrt{3}}{2}t\right)^2+\left(\dfrac{3}{2}t-\sqrt{3}\right)^2}$

①当$\angle BPQ=90^\circ$时，有$PB^2+PQ^2=BQ^2$，即$\left(2\sqrt{3}-t\right)^2+\left(3-\dfrac{\sqrt{3}}{2}t\right)^2+\left(\dfrac{3}{2}t-\sqrt{3}\right)^2=t^2$，

解得$t_1=2\sqrt{3}$，$t_2=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$，

当$t=2\sqrt{3}$，点Q与B重合，舍去

$\therefore$点Q的坐标为$\left(0,-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$，

②当$\angle BOP=90^\circ$时，$BQ^2+PQ^2=PB^2$，即$t^2+\left(3-\dfrac{\sqrt{3}}{2}t\right)^2+\left(\dfrac{3}{2}t-\sqrt{3}\right)^2=\left(2\sqrt{3}-t\right)^2$，

解得 $t_1=0$（舍去），$t_2=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，则点 Q 的坐标为 $\left(0,\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$，

③当 $\angle PBO=90^\circ$ 时，$PB^2+BQ^2=PQ^2$，即 $t^2+\left(2\sqrt{3}-t\right)^2=\left(3-\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)^2+\left(\frac{3}{2}t-\sqrt{3}\right)^2$

解得 $t_1=0$，$t_2=2\sqrt{3}$，点 Q 与 B 重合，不符合题意，

综上所示，点 Q 的坐标为 $\left(0,\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ 或 $\left(0,-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

故答案为：$\left(0,\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ 或 $\left(0,-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

三、简答题（本大题共 4 题，每题 5 分，满分 20 分）

19. 解方程：$\frac{x+2}{x-2}+\frac{x^2-8}{x^2-3x+2}=1$.

【答案】$x=-6$

【解析】

【分析】本题考查方式方程的解法．去分母，把分式方程化为整式方程，解得 x 的值，最后检验．

【详解】解：整理得 $\frac{x+2}{x-2}+\frac{x^2-8}{(x-1)(x-2)}=1$，

去分母得 $(x+2)(x-1)+x^2-8=x^2-3x+2$，

整理得 $x^2+4x-12=0$，即 $(x+6)(x-2)=0$，

解得 $x=-6$ 或 $x=2$，

经检验 $x=2$ 是增根，$x=-6$ 是方程的解，

故方程的解为 $x=-6$．

20. 解方程：$3-\sqrt{2x-3}=x$

【答案】$\mathrm{x}=2$

【解析】

【分析】先移项，两边平方，然后整理求得 x 的值，最后进行检验即可.

【详解】解：原方程化为：$3-x=\sqrt{2x-3}$

两边平方，得 $(3-x)^2=2\mathrm{x}\text{-}3$，

整理，得 $x^2-8x+12=0$，

解得 $x_1=2, x_2=6$，

经检验：$x_1=2$ 是原方程的根，$x_2=6$ 是原方程的增根，

∴原方程的根为 $x=2$.

【点睛】本题主要考查解一元二次方程，二次根式的性质，解此题的关键在于熟练掌握其知识点.

21. 解方程组：$\begin{cases} x+2y=5 \\ x^2-y^2=2(x+y) \end{cases}$.

【答案】$\begin{cases} x_1=3 \\ y_1=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x_2=-5 \\ y_2=5 \end{cases}$

【解析】

【分析】方程组利用代入消元法得到 $y^2-6y+5=0$，然后解一元二次方程求出 $y_1=1$，$y_2=5$，然后代入求解即可.

【详解】解：$\begin{cases} x+2y=5① \\ x^2-y^2=2(x+y)② \end{cases}$

由①，得：$x=5-2y$③，

将③代入②，得：$(5-2y)^2-y^2=2(5-2y+y)$，

整理得，$y^2-6y+5=0$

即 $(y-1)(y-5)=0$

∴ $y-1=0$ 或 $y-5=0$

解得 $y_1=1$，$y_2=5$

将 $y_1=1$ 代入③得，$x_1=5-2y=3$；

将 $y_2=5$ 代入③得，$x_2=5-2y=-5$；

∴方程组的解为 $\begin{cases} x_1=3 \\ y_1=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x_2=-5 \\ y_2=5 \end{cases}$.

【点睛】本题考查解二元二次方程组，能够熟练掌握代入消元法和解一元二次方程的方法是解决本题的关键.

22. 解方程组：$\begin{cases}\dfrac{5}{x+y}+\dfrac{1}{x-y}=7\\ \dfrac{3}{x+y}-\dfrac{1}{x-y}=1\end{cases}$.

【答案】$\begin{cases}x=\dfrac{3}{4}\\ y=\dfrac{1}{4}\end{cases}$

【解析】

【分析】设 $\dfrac{1}{x+y}=a$，$\dfrac{1}{x-y}=b$，化为整式方程，可解得 $\begin{cases}a=1\\ b=2\end{cases}$，可得 $\begin{cases}\dfrac{1}{x+y}=1\\ \dfrac{1}{x-y}=2\end{cases}$，解此分式方程，即可求得.

【详解】解：设 $\dfrac{1}{x+y}=a$，$\dfrac{1}{x-y}=b$，则原方程可化为 $\begin{cases}5a+b=7\\ 3a-b=1\end{cases}$，解得：$\begin{cases}a=1\\ b=2\end{cases}$，

得：$\begin{cases}\dfrac{1}{x+y}=1\\ \dfrac{1}{x-y}=2\end{cases}$，即：$\begin{cases}x+y=1\\ x-y=\dfrac{1}{2}\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=\dfrac{3}{4}\\ y=\dfrac{1}{4}\end{cases}$，

经检验：$\begin{cases}x=\dfrac{3}{4}\\ y=\dfrac{1}{4}\end{cases}$ 是原方程组的解；

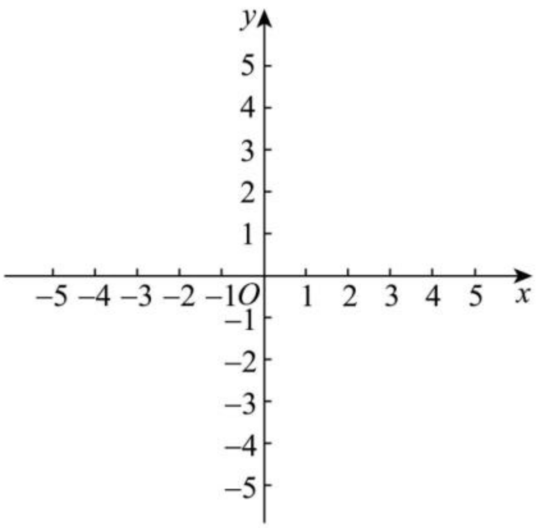
∴原方程组的解为 $\begin{cases}x=\dfrac{3}{4}\\ y=\dfrac{1}{4}\end{cases}$.

【点睛】本题考查了利用换元法解分式方程，利用换元法把分式方程化为整式方程是解决本题的关键，注意检验.

四、解答题（本大题共 4 题，第 23 题 6 分，第 24、25 题每题 8 分，第 26 题 10 分，满分 32 分）

23. 在平面直角坐标系 xOy 中（如图），已知一次函数的图像平行于直线 $y=-\dfrac{1}{2}x$，且经过点 $A(-2,3)$，

与 x 轴交于点 B．



（1）求这个一次函数的解析式并画出图像；

（2）设点 C 在 y 轴上，当 $AC=BC$ 时，求点 C 的坐标．

【答案】（1）$y=-\frac{1}{2}x+2$，图像见解析

（2）$C\left(0,-\frac{1}{2}\right)$

【解析】

【分析】本题考查一次函数的图像与性质、两点距离坐标公式，熟练掌握待定系数法求解析式是解答的关键．

（1）根据两个一次函数的图像平行得到比例系数 $k=-\frac{1}{2}$，再根据所求一次函数的图像经过点 A 求得 b，进而可得一次函数解析式，据此画出函数图像即可；

（2）设 $C(0,t)$，根据 $AC=BC$ 列方程求解即可．

【小问 1 详解】

解：设这个一次函数的解析式为 $y=kx+b$，

$\because$ 一次函数的图像平行于直线 $y=-\frac{1}{2}x$，且经过点 $A(-2,3)$，

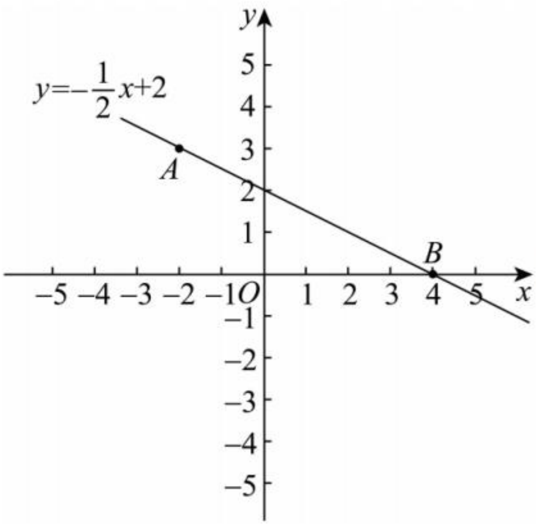
$\therefore \begin{cases} k=-\frac{1}{2} \\ -2k+b=3 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} k=-\frac{1}{2}, \\ b=2 \end{cases}$

∴这个一次函数的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 2$；

当 $y=0$ 时，由 $0 = -\frac{1}{2}x + 2$ 得 $x=4$，

∴该一次函数的图像经过点 $A(-2,3)$，与 x 轴交于点 $B(4,0)$，

∴该一次函数的图像如图：



【小问 2 详解】

解：由题意，设 $C(0,t)$，

∵ $AC=BC$，$A(-2,3)$，$B(4,0)$，

∴由 $AC^2=BC^2$ 得 $(-2-0)^2+(3-t)^2=(4-0)^2+(0-t)^2$，

解得 $t=-\frac{1}{2}$，

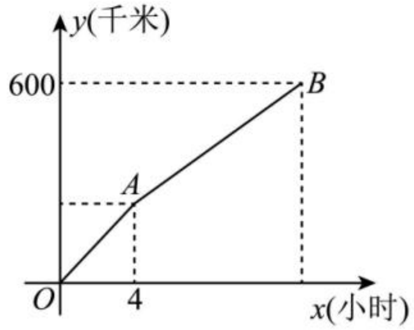
∴点 C 的坐标为 $\left(0,-\frac{1}{2}\right)$.

24. 甲、乙两车需运输一批货物到 600 公里外的某地，原计划甲车的速度比乙车每小时多 10 千米，这样甲车将比乙车早到 2 小时．实际甲车以原计划的速度行驶了 4 小时后，以较低速度继续行驶，结果甲、乙两车同时到达．

x（小时）y（千米）

（1）求甲车原计划的速度；

（2）如图是甲车行驶的路程 y（千米）与时间 x（小时）的不完整函数图象，那么点 A 的坐标为_____，点 B 的坐标为_____，4 小时后的 y 与 x 的函数关系式为_____（不要求写定义域）．



【答案】　①. （4，240）　②. （12，600）　③. y=45x+60

【解析】

【详解】分析：（1）设甲车原计划的速度为 x 千米/小时，根据图象列出方程解答即可；

（2）根据图象得出坐标和关系式即可.

详解：（1）设甲车原计划的速度为 x 千米/小时

由题意得，$\frac{600}{x-10}-\frac{600}{x}=2$

解得 $x_1=-50x_2=60$

经检验，$x_1=-50x_2=60$ 都是原方程的解，但 $x_1=-50$ 不符合题意，舍去

∴x=60，

答：甲车原计划的速度为 60 千米/小时；

（2）4×60=240，

所以点 A 的坐标为（4，240）；

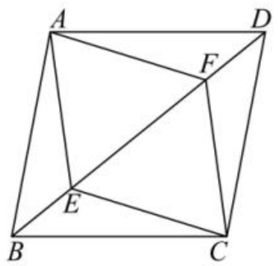
点 B 的坐标为（12，600）；

4 小时后的 y 与 x 的函数关系式为 y=45x+60；

故答案为（4，240）；（12，600）；y=45x+60

点睛：本题考查了一次函数的应用及函数的图象，解答本题的关键是仔细观察所给图象，理解每个拐点的实际意义，注意数形结合思想的运用.

25. 如图，E、F 是 ▱ $ABCD$ 对角线 BD 上两点，且 $BE=DF$.



（1）求证：四边形 $AECF$ 是平行四边形；

（2）连接 AC，若 $\angle BAF=90^\circ$，$AB=8$，$AF=AE=6$，求 AC 的长.

【答案】（1）见解析　　（2）9.6

【解析】

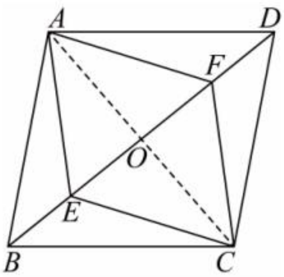
【分析】本题考查平行四边形的判定与性质、菱形的判定与性质、勾股定理等知识，熟练掌握平行四边形的判定与性质、菱形的判定与性质是解答的关键.

（1）连接 AC 交 BD 于 O，利用平行四边形的性质得到 $OA=OC$，$OB=OD$，证得 $OE=OF$ 即可证得结论；

（2）由勾股定理求得 $BF=10$，根据菱形的判定证得四边形 $AECF$ 是菱形，则有 $AC\perp EF$，由勾股定理得 $OA^2=AB^2-OB^2=AF^2-OF^2$，进而求得 $OA=4.8$，利用 $AC=2OA$ 求解即可.

【小问 1 详解】

证明：连接 AC 交 BD 于 O，



∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $OA=OC$，$OB=OD$，

∵ $BE=DF$，

∴ $OB-BE=OD-DF$，即 $OE=OF$，

∴四边形 $AECF$ 是平行四边形；

【小问 2 详解】

解：∵ $\angle BAF=90^\circ$，$AB=8$，$AF=6$，

∴ $BF=\sqrt{AB^2+AF^2}=\sqrt{8^2+6^2}=10$，

∵四边形 $AECF$ 是平行四边形，$AF=AE$，

∴四边形 $AECF$ 是菱形，

∴ $AC\perp EF$，

∴ $OA^2=AB^2-OB^2=AF^2-OF^2$，

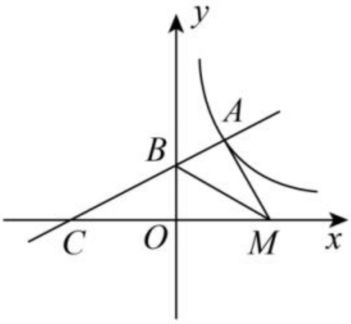
则 $8^2-(10-OF)^2=6^2-OF^2$，

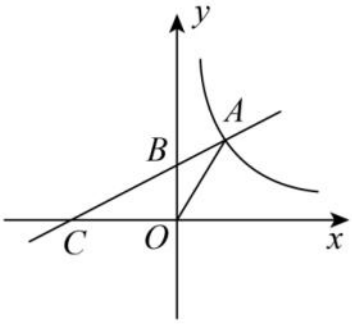
解得 $OF=3.6$，

$\therefore OA=\sqrt{6^2-3.6^2}=4.8$，

$\therefore AC=2OA=9.6$．

26. 如图，一次函数 $y=\frac{1}{2}x+2$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0,x>0)$ 的图象相交于点 $A(2,a)$，与 x 轴交于 C 点，与 y 轴交于 B 点．





（1）求出 a，k 的值；

（2）若 $M(m,0)$ 为 x 轴上的一动点，当 $\triangle AMB$ 的面积为 $\frac{7}{2}$ 时，求 m 的值；

（3）在 x 轴上是否存在点 D，使得 $\angle BOA=\angle OAD$，若存在请直接写出点 D 坐标，若不存在请说明理．

【答案】（1）$a=3$，$k=6$

（2）$m=3$ 或 -11

（3）存在，点 D 的坐标为 $(2,0)$ 或 $\left(-\frac{26}{5},0\right)$

【解析】

【分析】(1) 将点 $A(2,a)$ 代入 $y=\frac{1}{2}x+2$，即可求出 a 的值，从而得到 $A(2,3)$，再将 $A(2,3)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$，即可求出 k 的值；

(2) 根据一次函数解析式可求出 $C(-4,0)$，$B(0,2)$，结合 $M(m,0)$ 为 x 轴上的一动点，可求出 $CM=|m+4|$ 最后根据 $S_{\triangle AMB}=S_{\triangle ACM}-S_{\triangle BCM}$，结合三角形面积公式，即可列出关于 m 的等式，解出 m 的值即可．

(3) 过 A 作 $AD\perp x$ 轴于 D，作 OA 的垂直平分线交 y 轴于 E，交 OA 于 F，连接 AE，并延长 AE 交 x 轴于 $D¢$，分两种情况，利用一次函数的解析式解答即可．

【小问 1 详解】

由题意可知点 $A(2,a)$ 在一次函数 $y=\frac{1}{2}x+2$ 的图象上，

$\therefore a=\frac{1}{2}\times 2+2=3$，

$\therefore A(2,3)$，

$\because$ 一次函数 $y=\frac{1}{2}x+2$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0，x>0)$ 的图象相交于点A，

$\therefore 3=\frac{k}{2}$，

$\therefore k=6$；

【小问2详解】

对于 $y=\frac{1}{2}x+2$，令 $y=0$，则 $0=\frac{1}{2}x+2$，

解得：$x=-4$，

$\therefore C(-4,0)$，

令 $x=0$，则 $y=2$，

$\therefore B(0,2)$，

$\because M(m,0)$ 为 x 轴上的一动点，

$\therefore CM=|m-(-4)|=|m+4|$，

$\therefore S_{\triangle ACM}=\frac{1}{2}CM\cdot y_A=\frac{1}{2}|m+4|\times 3=\frac{3}{2}|m+4|$，

$S_{\triangle BCM}=\frac{1}{2}CM\cdot y_B=\frac{1}{2}|m+4|\times 2=|m+4|$，

$\because S_{\triangle AMB}=S_{\triangle ACM}-S_{\triangle BCM}$，$S_{\triangle AMB}=\frac{7}{2}$，

$\therefore \frac{3}{2}|m+4|-|m+4|=\frac{7}{2}$，

解得：$m_1=3,m_2=-11$.

【小问3详解】

过A作 $AD\perp x$ 轴于 D，

$\therefore AD\parallel y$ 轴，

$\therefore \angle AOB=\angle OAD$，

由（1）得 $A(2,3)$，

$\therefore y=\frac{6}{x}$，

把 $x=2$，代入 $a=\frac{6}{2}=3$，

$\therefore D(2,0)$，

作 OA 的垂直平分线交 y 轴于 E，交 OA 于 F，连接 AE，并延长 AE 交 x 轴于 $D¢$，

$\therefore \triangle EOA$ 是等腰三角形，

$\therefore \angle AOB=\angle OAD'$，

$\because A(2,3)$，

$\therefore OA=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$，

$\because \tan\angle AOB=\frac{2}{3}=\frac{EF}{OF}=\frac{EF}{\frac{\sqrt{13}}{2}}$，

$\therefore EF=\frac{\sqrt{13}}{3}$，

$\therefore OE=\sqrt{EF^2+OF^2}=\sqrt{(\frac{\sqrt{13}}{3})^2+(\frac{\sqrt{13}}{2})^2}=\frac{13}{6}$，

设直线 AE 的解析式为：$y=mx+n$，

把 $A(2,3)$，$E\left(0,\frac{13}{6}\right)$ 代入解析式可得：$\begin{cases}2m+n=3\\ n=\frac{13}{6}\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}m=\frac{5}{12}\\ n=\frac{13}{6}\end{cases}$，

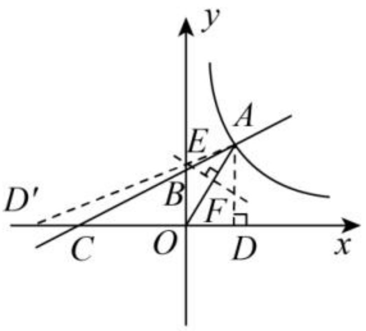
$\therefore$ 直线 AE 的解析式为：$y=\frac{5}{12}x+\frac{13}{6}$，

把 $y=0$ 代入 $y=\frac{5}{12}x+\frac{13}{6}$，

解得：$x=-\frac{26}{5}$，

$\therefore D¢\left(-\frac{26}{5},0\right)$，

综上所述，D 的坐标为 $(2,0)$ 或 $\left(-\frac{26}{5},0\right)$.



【点睛】本题是反比例函数综合题，考查一次函数与反比例函数图象的交点问题，一次函数与坐标轴的交点问题等知识．利用数形结合的思想是解题关键．