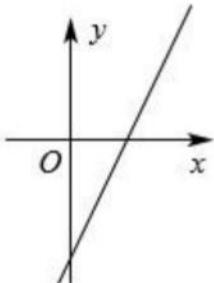


松江区 2023 学年度第二学期八年级数学期中练习卷

(测试时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、填空题 (本大题共 15 题, 每题 2 分, 满分 30 分)

1. 如图, 直线 $y=2x-6$ 与 x 轴的交点坐标是_____.

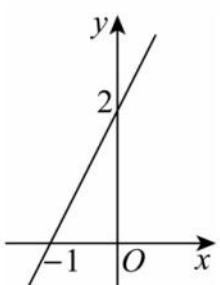


2. 平行于直线 $y=3x-1$ 且在 y 轴上的截距为 2 的直线表达式为_____.

3. 已知直线 $y=x-m+1$ 的图像经过第一、三、四象限, 则 m 的取值范围是_____.

4. 已知一次函数 $y=-x+b$ 的图像经过点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$, 如果 $x_1 < x_2$, 那么 y_1 _____ y_2 (填“ $>$ ”、“ $=$ ”、“ $<$ ”)

5. 如图, 一次函数 $y=kx+b$ 的图像经过点 $(-1, 0)$ 与 $(0, 2)$, 则关于 x 的不等式 $kx+b < 0$ 的解集是_____.



6. 方程 $\sqrt{2x+3}=x$ 的解为_____.

7. 二项方程 $\frac{1}{4}x^4-4=0$ 的根是_____.

8. 用换元法解方程: $\frac{x}{x-1}-\frac{x-1}{x}-2=0$ 时, 如果设 $\frac{x}{x-1}=y$, 那么原方程可以化为关于 y 的整式方程是_____.

9. 在平行四边形 ABCD 中, 两邻角的度数比是 7: 2, 那么较小角的度数为_____度.

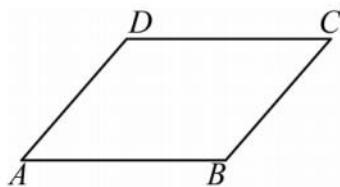
10. 若一个多边形的每个外角都等于 30° , 则这个多边形的边数为_____.

11. 有两块不同规格的正方形瓷砖, 大正方形的面积比小正方形多 9 平方分米, 小正方形的边长比大正方形

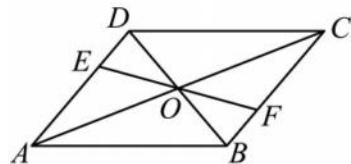
的边长少 1 分米, 求小正方形的面积. 如果设小正方形的面积为 x 平方分米, 根据题意, 可列出关于 x 的方程是_____.

12. 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图像与坐标轴围成的三角形, 称为该一次函数的坐标三角形. 已知一次函数 $y = x + n$ 的坐标三角形的面积为 6, 则 $n =$ _____.

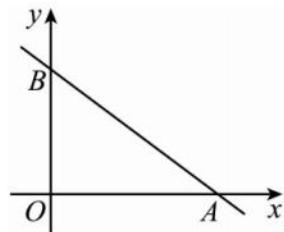
13. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 若 AD 、 AB 、 BC 三条边的长分别为 $(x-3)$ cm、 $(x+1)$ cm 和 2 cm, 则 $DC =$ _____ cm.



14. 如图, 已知 $\square ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 交于点 O , 过点 O 的线段 EF 与 AD 、 BC 分别交于点 E 、 F , 如果 $AD = 4$, $AB = 5$, 四边形 $EFCD$ 的周长为 12, 则 $OE =$ _____.



15. 如图, 已知直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点, 在 x 轴正半轴上求一点 C , 使 $\triangle ABC$ 为等腰三角形. 则点 C 的坐标是_____.



二、选择题 (本大题共 4 题, 每题 3 分, 满分 12 分)

16. 如果将直线 $l_1: y = 2x - 2$ 平移后得到直线 $l_2: y = 2x$, 那么下列平移过程正确的是 ()
- A. 将 l_1 向左平移 2 个单位
 - B. 将 l_1 向右平移 2 个单位
 - C. 将 l_1 向上平移 2 个单位
 - D. 将 l_1 向下平移 2 个单位
17. 下列方程组中, 二元二次方程组的个数是 ()

$$\begin{cases} x^2 + xy = x + 2 \\ 3y = 2 \end{cases}; \quad \begin{cases} 3y + \sqrt{x} = 5 \\ 3y^2 + 1 = x \end{cases}; \quad \begin{cases} x = y \\ x^2 y = -8 \end{cases}; \quad \begin{cases} 2x^2 - xy - y^2 = 0 \\ y = 3 \end{cases}$$

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

18. 下列方程中，没有实数根的方程是（ ）

A. $\frac{1}{x+2} = \frac{3}{x^2-4}$ B. $x^2 + x - 1 = 0$ C. $\sqrt{x^2 + 1} = 0$ D. $\sqrt{x} = -x$

19. 已知四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O ，下列条件中，不能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形的是（ ）

- A. $\angle ADB = \angle CBD$, $AB // CD$ B. $\angle ADB = \angle CBD$, $\angle DAB = \angle BCD$
 C. $\angle ABD = \angle CDB$, $OA = OC$ D. $\angle DAB = \angle BCD$, $AB = CD$

三、(本大题共 4 题, 每题 6 分, 满分 24 分)

20. 解关于的 x 方程: $ax^2 = 2 (a \neq 0)$

21. 解方程: $x + 2\sqrt{x-1} = 1$

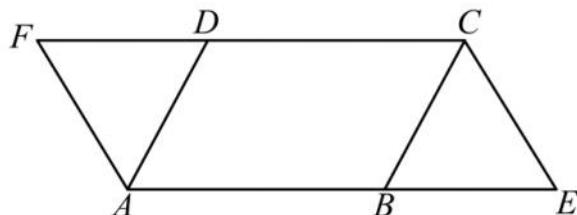
22. 解方程组: $\begin{cases} x - y = 6 \\ x^2 + 3xy - 10y^2 = 0 \end{cases}$

23. 解方程组: $\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{2} \\ \frac{5}{x} - \frac{1}{y} = \frac{3}{4} \end{cases}$

四、(本大题共 4 题, 24、25、26 题每题 8 分, 27 题 10 分. 满分 34 分)

24. 甲乙两个班分别接到一项植树任务, 甲班需植树 100 棵, 乙班需植树 90 棵. 已知甲班平均每天比乙班多植树 5 棵, 且甲班完成任务所用的天数比乙班少一天. 求甲班平均每天植树多少棵?

25. 如图, 延长 $ABCD$ 的边 AB 到点 E , 使 $BE = BC$, 延长边 CD 到点 F , 使 $DF = DA$. 连结 AF 、 CE . 求证: 四边形 $AECF$ 是平行四边形.



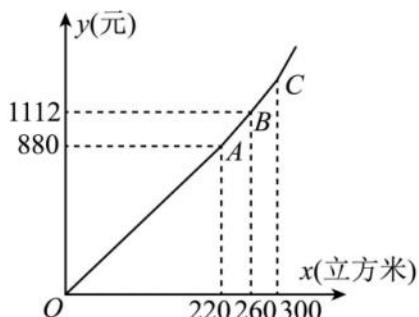
26. 2024 年 3 月 22 日是第三十二届“世界水日”, 珍惜水资源成为全球共识, 某市为鼓励居民节约用水, 对居民供水实施三档阶梯式收费, 并依据居民的用水量加收每立方 1.8 元的污水处理费, 具体收费方法见下

表，设某用户的年应交水费为 y 元，年用水量为 x 立方米，折线 $O-A-B-C$ 是 y 关于 x 的函数图像，请结合图表中的信息，解答下列问题.

居民供水阶梯式收费标准

	户年用水量 x (立方米)	供水价格 (元/立方米)	污水处理费 (元/立方米)
第一阶梯	$0 \leq x < 220$	2.2	
第二阶梯	$220 \leq x \leq 300$	_____	1.8
第三阶梯	$x > 300$	7	

注：应交水费=供水费用+污水处理费.



- (1) 根据表格中的信息，当小明家的年用水量为 200 立方米时，小明家的年应交水费是多少元？
 - (2) 当 $220 \leq x \leq 300$ 时， y 是 x 的一次函数. 请结合函数图像，求出某用户的年应交水费 y 元与年用水量 x 立方米的函数关系式.
 - (3) 第二阶梯的供水价格是_____元. 当小明家的年应交水费为 1360 元时，请你判断他家的年用水量是否超过 300 立方米？_____。（填“是”或“否”）
27. 如图，已知一次函数 $y = -2x + 4$ 的图像与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、点 B ，将线段 AB 绕点 A 顺时针旋转 90° ，点 B 的对应点记为点 C . 连接 AC 、 BC . 过点 C 作 x 轴的垂线，交 x 轴于点 D . 点 M 是线段 BC 上的一个动点.

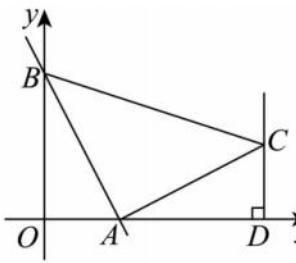


图1

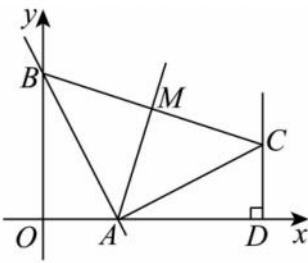


图2

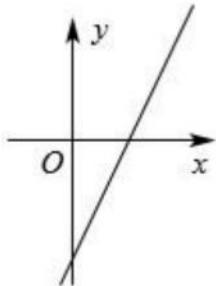
- (1) 如图 1, 求直线 BC 的表达式.
- (2) 如图 1, 当直线 $AM \perp x$ 轴时, 平面内是否存在一点 G , 使得以点 C 、 D 、 M 、 G 为顶点的四边形是平行四边形? 若有, 请直接写出点 G 的坐标; 若没有, 请说明理由.
- (3) 如图 2, 当射线 AM 与直线 AB 的夹角为 45° 时, 在射线 AM 上取一点 Q , 使 $AQ = AB$, 求点 Q 的坐标.

松江区 2023 学年度第二学期八年级数学期中练习卷八年级数学 (答案解析)

(测试时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、填空题 (本大题共 15 题, 每题 2 分, 满分 30 分)

1. 如图, 直线 $y=2x-6$ 与 x 轴的交点坐标是_____.



【答案】(3, 0)

【解析】

【分析】代入 $y=0$ 可求出 x 的值, 进而可得出直线与 x 轴的交点坐标.

【详解】解: 当 $y=0$ 时, $2x-6=0$,

解得: $x=3$,

\therefore 直线 $y=2x-6$ 与 x 轴的交点坐标是 (3, 0).

故答案为: (3, 0).

【点睛】本题考查一次函数图象上点的坐标特征, 牢记直线上任意一点的坐标都满足函数关系式 $y=kx+b$ 是解题的关键.

2. 平行于直线 $y=3x-1$ 且在 y 轴上的截距为 2 的直线表达式为_____.

【答案】 $y=3x+2$

【解析】

【分析】本题考查了两条直线的交点或平行问题, 利用两直线平行得到 k 的值, 利用在 y 轴上的截距的意义得到 b 的值, 从而可确定函数的解析式.

【详解】解: 设直线表达式为 $y=kx+b$,

\therefore 直线 $y=kx+b$ 平行于直线 $y=3x-1$ 且在 y 轴上的截距为 2,

$\therefore k=3, b=2$,

\therefore 直线的表达为 $y=3x+2$,

故答案为: $y = 3x + 2$.

3. 已知直线 $y = x - m + 1$ 的图像经过第一、三、四象限, 则 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m > 1$

【解析】

【分析】本题考查了一次函数图象与系数的关系: 对于一次函数 $y = kx + b$ (k 为常数, $k \neq 0$), 当 $k > 0, b > 0$, $y = kx + b$ 的图象在一、二、三象限; 当 $k > 0, b < 0$, $y = kx + b$ 的图象在一、三、四象限; 当 $k < 0, b > 0$, $y = kx + b$ 的图象在一、二、四象限; 当 $k < 0, b < 0$, $y = kx + b$ 的图象在二、三、四象限, 据此求解即可.

【详解】解: \because 直线 $y = x - m + 1$ 的图像经过第一、三、四象限,

$$\therefore -m + 1 < 0,$$

$$\therefore m > 1,$$

故答案为: $m > 1$.

4. 已知一次函数 $y = -x + b$ 的图像经过点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$, 如果 $x_1 < x_2$, 那么 y_1 _____ y_2 (填“ $>$ ”、“ $=$ ”、“ $<$ ”)

【答案】 $>$

【解析】

【分析】本题主要考查了比较一次函数值的大小, 根据一次项系数小于 0 可得 y 随 x 增大而减小, 据此可得答案.

【详解】解: \because 一次函数解析式为 $y = -x + b$, $-1 < 0$,

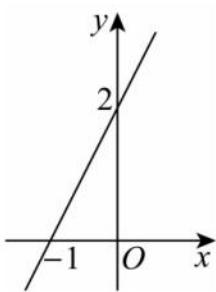
$\therefore y$ 随 x 增大而减小,

\because 一次函数 $y = -x + b$ 的图像经过点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$, 且 $x_1 < x_2$,

$$\therefore y_1 > y_2,$$

故答案为: $>$.

5. 如图, 一次函数 $y = kx + b$ 的图像经过点 $(-1, 0)$ 与 $(0, 2)$, 则关于 x 的不等式 $kx + b < 0$ 的解集是_____.



【答案】 $x < -1$

【解析】

【分析】本题考查的是一次函数与一元一次不等式的关系，不等式 $kx+b < 0$ 的解集就是一次函数 $y=kx+b$ 的图象在 x 轴下方时 x 的取值范围.

【详解】解： \because 一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过点 $(-1, 0)$ 与 $(0, 2)$ ，

则由图可知关于 x 的不等式 $kx+b < 0$ 的解集是 $x < -1$ ，

故答案为： $x < -1$.

6. 方程 $\sqrt{2x+3} = x$ 的解为_____.

【答案】3

【解析】

【分析】根据无理方程的解法，首先，两边平方解出 x 的值，然后验根，解答即可.

【详解】解：两边平方得： $2x+3=x^2$

$$\therefore x^2 - 2x - 3 = 0,$$

解方程得： $x_1=3$, $x_2=-1$,

检验：当 $x_1=3$ 时，方程的左边=右边，所以 $x_1=3$ 为原方程的解，

当 $x_2=-1$ 时，原方程的左边≠右边，所以 $x_2=-1$ 不是原方程的解.

故答案为 3.

【点睛】此题考查无理方程的解，解题关键在于掌握运算法则

7. 二项方程 $\frac{1}{4}x^4 - 4 = 0$ 的根是_____.

【答案】 $x_1=2$, $x_2=-2$

【解析】

【分析】本题主要考查了解一元二次方程，先把原方程变形为 $x^4 = 16$ ，令 $t = x^2 (t \geq 0)$ ，则 $t^2 = 16$ ，解

得 $t=4$, 则 $x^2=4$, 据此解方程即可得到答案.

【详解】解: $\because \frac{1}{4}x^4 - 4 = 0$,

$$\therefore \frac{1}{4}x^4 = 4,$$

$$\therefore x^4 = 16,$$

令 $t=x^2 (t \geq 0)$,

$$\therefore t^2 = 16,$$

解得 $t=4$ 或 $t=-4$ (舍去),

$$\therefore x^2 = 4,$$

解得 $x_1 = 2$, $x_2 = -2$,

故答案为: $x_1 = 2$, $x_2 = -2$.

8. 用换元法解方程: $\frac{x}{x-1} - \frac{x-1}{x} - 2 = 0$ 时, 如果设 $\frac{x}{x-1} = y$, 那么原方程可以化为关于 y 的整式方程是 _____.

【答案】 $y^2 - 2y - 1 = 0$

【解析】

【分析】此题主要考查了换元法解分式方程, 设 $\frac{x}{x-1} = y$, 则方程 $\frac{x}{x-1} - \frac{x-1}{x} - 2 = 0$ 可转化为:

$y - \frac{1}{y} - 2 = 0$ 然后再去分母, 将该分式方程转化为整式方程即可.

【详解】解: 设 $\frac{x}{x-1} = y$,

则方程 $\frac{x}{x-1} - \frac{x-1}{x} - 2 = 0$ 可转化为: $y - \frac{1}{y} - 2 = 0$,

去分母, 方程两边同时乘以 y , 得: $y^2 - 2y - 1 = 0$,

故答案为: $y^2 - 2y - 1 = 0$.

9. 在平行四边形 ABCD 中, 两邻角的度数比是 7: 2, 那么较小角的度数为 _____ 度.

【答案】40

【解析】

【分析】本题主要依据平行四边形的性质，得出两邻角之和 180° ，再有两邻角的度数比是 $7:2$ ，得出较小角的度数.

【详解】解：设两邻角分别为 $7x, 2x$ ，

$$则 7x + 2x = 180^\circ,$$

$$解得: x = 20^\circ,$$

$$\therefore \text{较小的角为 } 40^\circ.$$

故答案为：40.

【点睛】本题主要考查了平行四边形的基本性质，属于基础题，解答本题的关键是熟练掌握平行四边形的两邻角之和为 180° .

10. 若一个多边形的每个外角都等于 30° ，则这个多边形的边数为_____.

【答案】12##十二

【解析】

【分析】本题考查多边形的外角. 根据多边形的外角和为 360° ，列式计算即可.

【详解】解：由题意，得：这个多边形的边数为 $\frac{360^\circ}{30^\circ} = 12$ ；

故答案为：12.

11. 有两块不同规格的正方形瓷砖，大正方形的面积比小正方形多9平方分米，小正方形的边长比大正方形的边长少1分米，求小正方形的面积. 如果设小正方形的面积为 x 平方分米，根据题意，可列出关于 x 的方程是_____.

【答案】 $\sqrt{x+9} = \sqrt{x} + 1$

【解析】

【分析】本题考查了算术平方根的应用，设小正方形的面积为 x 平方分米，则大正方形的面积为 $(x+9)$ 平方分米，根据小正方形的边长比大正方形的边长少1分米，即可列出关于 x 的方程.

【详解】解：设小正方形的面积为 x 平方分米，则大正方形的面积为 $(x+9)$ 平方分米，

根据题意得： $\sqrt{x+9} = \sqrt{x} + 1$ ，

故答案为： $\sqrt{x+9} = \sqrt{x} + 1$.

12. 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图像与坐标轴围成的三角形，称为该一次函数的坐标三角形. 已知一次函

数 $y = x + n$ 的坐标三角形的面积为 6，则 $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\pm 2\sqrt{3}$

【解析】

【分析】本题考查的是一次函数图象上点的坐标特征，三角形的面积，解答本题需要注意有两种情况，不要漏解，表示出函数图象与坐标轴的交点，再利用三角形的面积公式得到关于 n 的方程，解方程即可求出 n 的值.

【详解】解： $\because y = x + n$ ，

令 $x = 0$ ，则 $y = n$ ，令 $y = 0$ ，则 $x = -n$ ，

\therefore 一次函数 $y = x + n$ 的坐标三角形的面积为 6，

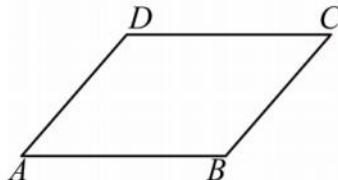
$$\therefore \frac{1}{2}n^2 = 6,$$

解得： $n = \pm 2\sqrt{3}$ ，

故答案为： $\pm 2\sqrt{3}$.

13. 如图，在 $\square ABCD$ 中，若 AD 、 AB 、 BC 三条边的长分别为 $(x-3)$ cm、 $(x+1)$ cm 和 2 cm，则

$DC = \underline{\hspace{2cm}}$ cm.



【答案】6

【解析】

【分析】本题考查了平行四边形的性质，由平行四边形的性质可得 $AD = BC$ ， $AB = CD$ ，列出等式，即可求解.

【详解】解： \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AD = BC, AB = CD,$$

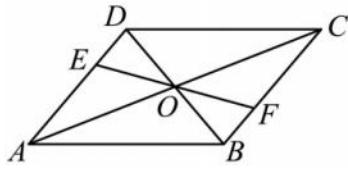
$$\therefore x - 3 = 2,$$

解得： $x = 5$ ，

$$\therefore AB = CD = 5 + 1 = 6(\text{cm}).$$

故答案为：6.

14. 如图, 已知平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 交于点 O , 过点 O 的线段 EF 与 AD 、 BC 分别交于点 E 、 F , 如果 $AD = 4$, $AB = 5$, 四边形 $EFCD$ 的周长为 12. 则 $OE = \underline{\hspace{2cm}}$.



【答案】 $\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】本题利用了平行四边形的性质, 全等三角形的判定与性质, 由平行四边形的性质可得 $AB = CD = 5$, $AD = BC = 4$, $AO = OC$, $AD \parallel BC$ 由 “AAS” 可证 $\triangle OAE \cong \triangle OCF$, 可得 $OF = OE$, $CF = AE$, 即可求解.

【详解】解: ∵四边形 $ABCD$ 平行四边形,

$$\therefore AB = CD = 5, AD = BC = 4, AO = OC, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle OAD = \angle OCF,$$

在 $\triangle OAE$ 和 $\triangle OCF$ 中,

$$\begin{cases} \angle OAD = \angle OCF \\ \angle AOE = \angle COF, \\ AO = CO \end{cases}$$

$$\therefore \triangle OAE \cong \triangle OCF (\text{AAS}),$$

$$\therefore OF = OE, CF = AE,$$

∴四边形 $EFCD$ 的周长

$$= ED + CD + CF + OF + OE$$

$$= ED + AE + CD + OE + OF$$

$$= AD + CD + OE + OF = 12,$$

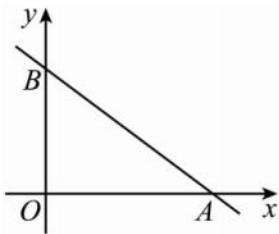
$$\therefore 4 + 5 + 2OE = 12,$$

$$\therefore OE = \frac{3}{2}.$$

故答案为: $\frac{3}{2}$.

15. 如图, 已知直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点, 在 x 轴正半轴上求一点 C , 使 $\triangle ABC$ 为

等腰三角形，则点C的坐标是_____.



【答案】 $(9, 0)$ 或 $\left(\frac{7}{8}, 0\right)$

【解析】

【分析】本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，等腰三角形定义，勾股定理，先求出一次函数与坐标轴的交点坐标，再利用勾股定理求出AB长，利用等腰三角形可得点C坐标。

【详解】解：分两种情况讨论，

①当点C在点A右侧的x轴上时，

\because 直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 与x轴、y轴分别交于A、B两点，

当 $x=0$ 时， $y=3$ ；当 $y=0$ 时， $x=4$

$$\therefore A(4, 0), B(0, 3),$$

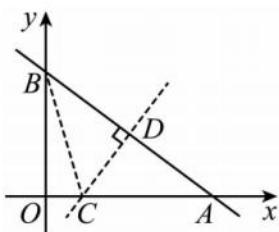
$$\therefore AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$\because AB = AC$ ，且点C在x轴正半轴，

$$\therefore OC = OA + AC = 4 + 5 = 9,$$

$$\therefore C(9, 0);$$

②当点C在点A的左侧时，如图作线段AB的垂直平分线交x轴于点C，设 $C(m, 0)$ ，



在 $Rt\triangle BOC$ 中， $OC = m$ ， $BC = 4 - m$ ， $OB = 3$ ，

由勾股定理得： $OC^2 + OB^2 = BC^2$ ，

$$\therefore m^2 + 3^2 = (4 - m)^2,$$

解得: $m = \frac{7}{8}$,

$$\therefore C\left(\frac{7}{8}, 0\right),$$

综上分析, 符合题意的点 $C(9, 0)$ 或 $\left(\frac{7}{8}, 0\right)$,

故答案为: $(9, 0)$ 或 $\left(\frac{7}{8}, 0\right)$.

二、选择题 (本大题共 4 题, 每题 3 分, 满分 12 分)

16. 如果将直线 $l_1: y=2x-2$ 平移后得到直线 $l_2: y=2x$, 那么下列平移过程正确的是 ()

- A. 将 l_1 向左平移 2 个单位 B. 将 l_1 向右平移 2 个单位
C. 将 l_1 向上平移 2 个单位 D. 将 l_1 向下平移 2 个单位

【答案】C

【解析】

【分析】根据“上加下减”的原则求解即可.

【详解】将函数 $y=2x-2$ 的图象向上平移 2 个单位长度, 所得图象对应的函数解析式是 $y=2x$.

故选 C.

【点睛】本题考查的一次函数的图象与几何变换, 熟知函数图象变换的法则是解答此题的关键.

17. 下列方程组中, 二元二次方程组的个数是 ()

$$\begin{cases} x^2 + xy = x + 2 \\ 3y = 2 \end{cases}; \quad \begin{cases} 3y + \sqrt{x} = 5 \\ 3y^2 + 1 = x \end{cases}; \quad \begin{cases} x = y \\ x^2 y = -8 \end{cases}; \quad \begin{cases} 2x^2 - xy - y^2 = 0 \\ y = 3 \end{cases}$$

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了二元二次方程组的定义, 根据含有两个未知数, 且未知数的最高次数是 2, 这样的整式方程组是二元二次方程组, 根据定义逐一分析即可.

【详解】解: $\begin{cases} x^2 + xy = x + 2 \\ 3y = 2 \end{cases}$, 是二元二次方程组;

$\begin{cases} 3y + \sqrt{x} = 5 \\ 3y^2 + 1 = x \end{cases}$, 第一个式子不整式方程, 故不是二元二次方程组;

$\begin{cases} x=y \\ x^2y=-8 \end{cases}$, 未知数的最高次数是三次, 故不是二元二次方程组;

$\begin{cases} 2x^2-xy-y^2=0 \\ y=3 \end{cases}$, 是二元二次方程组;

综上所述, 二元二次方程组共有 2 个,

故选: B.

18. 下列方程中, 没有实数根的方程是 ()

- A. $\frac{1}{x+2}=\frac{3}{x^2-4}$ B. $x^2+x-1=0$ C. $\sqrt{x^2+1}=0$ D. $\sqrt{x}=-x$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了解无理方程, 解分式方程和根的判别式等知识点, 先把分式方程转化成整式方程, 求出方程的解, 再进行检验即可判断选项 A; 根据根的判别式即可判断选项 B; 根据 $x^2+1\geq 1$ 和算术平方根即可判断选项 C; 根据二次根式的性质进行判断选项 D.

【详解】解: A、 $\frac{1}{x+2}=\frac{3}{x^2-4}$,

$$\frac{1}{x+2}=\frac{3}{(x+2)(x-2)},$$

去分母得: $x-2=3$,

解得: $x=5$,

经检验, $x=5$ 是分式方程的解, 即方程有实数根, 不符合题意;

B、 $x^2+x-1=0$,

$\Delta=1^2-4\times 1\times (-1)=5>0$, 方程有实数根, 不符合题意;

C、 $\sqrt{x^2+1}=0$, 不论 x 为何值, $x^2+1\geq 1$,

即 $\sqrt{x^2+1}\neq 0$, 方程无实数根, 符合题意;

D、当 $x=0$ 时, $\sqrt{x}=-x$, 即方程有实数根, 不符合题意,

故选: C.

19. 已知四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 下列条件中, 不能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边

形的是（ ）

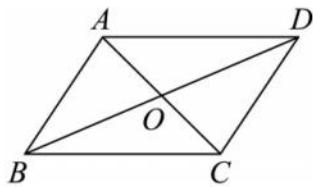
- A. $\angle ADB = \angle CBD$, $AB \parallel CD$
- B. $\angle ADB = \angle CBD$, $\angle DAB = \angle BCD$
- C. $\angle ABD = \angle CDB$, $OA = OC$
- D. $\angle DAB = \angle BCD$, $AB = CD$

【答案】D

【解析】

【分析】此题主要考查了平行四边形的判定，平行线的判定与性质，全等三角形的判定与性质，根据平行四边形的判定定理分别进行分析即可

【详解】解：如图：



A、 $\because \angle ADB = \angle CBD$,

$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore AB \parallel CD$,

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，故此选项不合题意；

B、 $\because \angle ADB = \angle CBD$,

$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore \angle BAD + \angle ABC = 180^\circ$

$\because \angle DAB = \angle BCD$,

$\therefore \angle BAD + \angle ABC = \angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$,

$\therefore AB \parallel DC$,

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，故此选项不合题意；

C、 $\because \angle ABD = \angle CDB$, $\angle AOB = \angle COD$, $OA = OC$,

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD$ (AAS),

$\therefore AB = CD$,

$\because \angle ABD = \angle CDB$

$\therefore AB \parallel CD$,

\therefore 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，故此选项不合题意；

D、 $\angle DAB = \angle BCD$, $AB = CD$ 不能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 故此选项符合题意.

故选: D.

三、(本大题共 4 题, 每题 6 分, 满分 24 分)

20. 解关于的 x 方程: $ax^2 = 2(a \neq 0)$

【答案】 $x = \pm \frac{\sqrt{2a}}{2} (a > 0)$

【解析】

【分析】本题主要考查了解一元二次方程, 利用直接开平方的方法解方程即可.

【详解】解: $\because ax^2 = 2(a \neq 0)$,

$$\therefore x^2 = \frac{2}{a},$$

$$\therefore x = \pm \frac{\sqrt{2a}}{2} (a > 0).$$

21. 解方程: $x + 2\sqrt{x-1} = 1$

【答案】 $x = 1$

【解析】

【分析】本题主要考查了解无理方程, 先移项得到 $2\sqrt{x-1} = 1 - x$, 再把方程两边同时平方得到

$4(x-1) = (1-x)^2$, 据此利用因式分解法解一元二次方程即可得到答案.

【详解】解: $\because x + 2\sqrt{x-1} = 1$,

$$\therefore 2\sqrt{x-1} = 1 - x,$$

$$\therefore 4(x-1) = (1-x)^2,$$

$$\therefore (x-1)^2 - 4(x-1) = 0,$$

$$\therefore (x-1-4)(x-1) = 0,$$

$$\therefore x-1-4=0 \text{ 或 } x-1=0,$$

解得 $x = 5$ 或 $x = 1$,

检验: 当 $x = 5$ 时, 左边 $= 5 + 4 = 9$, 右边 $= 1$, 所以不是原方程的解,

当 $x = 1$ 时, 左边 $= 1 + 2 \times \sqrt{1-1} = 1$, 右边 $= 1$, 所以是原方程的解,

$\therefore x=1$.

22. 解方程组:
$$\begin{cases} x-y=6 \\ x^2+3xy-10y^2=0 \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x_1=12 \\ y_1=6 \end{cases}, \quad \begin{cases} x_1=5 \\ y_1=-1 \end{cases}$$

【解析】

【分析】先将二次方程化为两个一次方程, 则原方程组化为两个二元一次方程组, 解方程组即可.

【详解】解:
$$\begin{cases} x-y=6 \\ x^2+3xy-10y^2=0 \end{cases}$$

由②得: $(x-2y)(x+5y)=0$

原方程组可化为
$$\begin{cases} x-y=6 \\ x-2y=0 \end{cases}$$
 或
$$\begin{cases} x-y=6 \\ x+5y=0 \end{cases}$$
,

解得:
$$\begin{cases} x_1=12 \\ y_1=6 \end{cases}, \quad \begin{cases} x_1=5 \\ y_1=-1 \end{cases}$$
.

\therefore 原方程组的解为
$$\begin{cases} x_1=12 \\ y_1=6 \end{cases}, \quad \begin{cases} x_1=5 \\ y_1=-1 \end{cases}$$
.

【点睛】本题考查了解高次方程组, 将高次方程化为一次方程是解题的关键.

23. 解方程组:
$$\begin{cases} \frac{2}{x}+\frac{2}{y}=\frac{1}{2} \\ \frac{5}{x}-\frac{1}{y}=\frac{3}{4} \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x=6 \\ y=12 \end{cases}$$

【解析】

【分析】此题考查了解二元一次方程组, 设 $\frac{1}{x}=a$, $\frac{1}{y}=b$ 利用换元法, 加减消元法求出解即可.

【详解】解: 设: $\frac{1}{x}=a$, $\frac{1}{y}=b$,

方程组变形为
$$\begin{cases} 2a+2b=\frac{1}{2} \quad ① \\ 5a-b=\frac{3}{4} \quad ② \end{cases}$$

①+②×2得: $12a=2$,

解得: $a=\frac{1}{6}$,

把 $a=\frac{1}{6}$ 代入②得: $b=\frac{1}{12}$,

则方程组的解为:
$$\begin{cases} a=\frac{1}{6} \\ b=\frac{1}{12} \end{cases}$$
, 即
$$\begin{cases} x=6 \\ y=12 \end{cases}$$
.

四、(本大题共4题, 24、25、26题每题8分, 27题10分. 满分34分)

24. 甲乙两个班分别接到一项植树任务, 甲班需植树100棵, 乙班需植树90棵. 已知甲班平均每天比乙班多植树5棵, 且甲班完成任务所用的天数比乙班少一天. 求甲班平均每天植树多少棵?

【答案】甲班平均每天植树20棵

【解析】

【分析】此题考查了分式方程的应用, 设甲班平均每天植树 x 棵, 则乙班平均每天植树 $(x-5)$ 棵, 根据甲班需植树100棵, 乙班需植树90棵, 已知甲班平均每天比乙班多植树5棵, 列方程求解即可.

【详解】解: 设甲班平均每天植树 x 棵, 则乙班平均每天植树 $(x-5)$ 棵,

根据题意得: $\frac{100}{x}=\frac{90}{x-5}-1$,

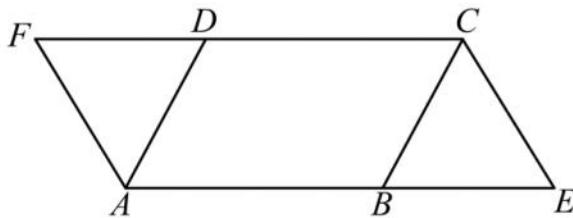
解得: $x=20$ 或 $x=-25$ (舍去),

经检验 $x=20$ 是分式方程的解, 且符合题意,

答: 甲班平均每天植树20棵.

25. 如图, 延长 $Y ABCD$ 的边 AB 到点 E , 使 $BE=BC$, 延长边 CD 到点 F , 使 $DF=DA$. 连结 AF 、 CE . 求

证: 四边形 $AECF$ 是平行四边形.



【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查了平行四边形的性质和判定的应用，注意：平行四边形的对边平行且相等，有一组对边平行且相等的四边形是平行四边形。

根据平行四边形性质得出 $AB \parallel CD$ ，且 $AB = CD$ ， $AD = BC$ ，推出 $CF \parallel AE$ ， $AE = CF$ ，根据平行四边形的判定推出即可。

【详解】证明： \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AB \parallel CD, \text{ 且 } AB = CD, AD = BC,$$

$$\therefore CF \parallel AE,$$

$$\therefore BE = BC, DF = DA,$$

$$\therefore BE = DF,$$

$$\therefore AE = CF,$$

\therefore 四边形 $AECF$ 是平行四边形。

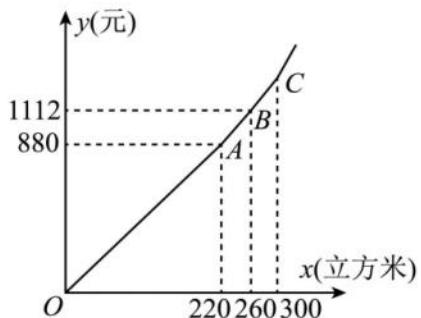
26. 2024 年 3 月 22 日是第三十二届“世界水日”，珍惜水资源成为全球共识，某市为鼓励居民节约用水，对居民供水实施三档阶梯式收费，并依据居民的用水量加收每立方 1.8 元的污水处理费，具体收费方法见下表，设某用户的年应交水费为 y 元，年用水量为 x 立方米，折线 $O-A-B-C$ 是 y 关于 x 的函数图像，请结合图表中的信息，解答下列问题。

居民供水阶梯式收费标准

	户年用水量 x (立方米)	供水价格 (元/立方米)	污水处理费 (元/立方米)
第一阶梯	$0 \leq x < 220$	2.2	
第二阶梯	$220 \leq x \leq 300$	_____	1.8

第三阶梯	$x > 300$	7	
------	-----------	---	--

注：应交水费=供水费用+污水处理费.



- (1) 根据表格中的信息，当小明家的年用水量为 200 立方米时，小明家的年应交水费是多少元？
- (2) 当 $220 \leq x \leq 300$ 时， y 是 x 的一次函数。请结合函数图像，求出某用户的年应交水费 y 元与年用水量 x 立方米的函数关系式。
- (3) 第二阶梯的供水价格是_____元。当小明家的年应交水费为 1360 元时，请你判断他家的年用水量是否超过 300 立方米？_____。（填“是”或“否”）

【答案】(1) 小明家的年应交水费是 800 元

(2) $y = 5.8x - 396$

(3) 5.1；是

【解析】

【分析】(1) 利用单价乘以用水量加上污水处理费即可；

(2) 设函数关系式为 $y = kx + b$ ，利用待定系数法求解即可；

(3) 设第二阶梯收费为 a 元，找准等量关系列出方程求解即可，求出第二阶梯最高水费进行比较即可。

【小问 1 详解】

解：由表可知，当小明家的年用水量为 200 立方米时，按照第一阶梯收费，

$$\therefore 2.2 \times 200 + 1.8 \times 200 = 800 \text{ 元}$$

答：小明家的年应交水费是 800 元；

【小问 2 详解】

设 $220 \leq x \leq 300$ 时，水费 y 元与年用水量 x 立方米的函数关系式为 $y = kx + b$ ，

由图可知函数过 $A(220, 880)$, $B(260, 1112)$,

$$\therefore \begin{cases} 880 = 220k + b \\ 1112 = 260k + b \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} k = 5.8 \\ b = -396 \end{cases},$$

\therefore 水费 y 元与年用水量 x 立方米的函数关系式为: $y = 5.8x - 396$;

【小问 3 详解】

设第二阶梯收费为 a 元,

由图可知, 当应交水费为 1112 元时,

$$260 \times 1.8 + 220 \times 2.2 + (260 - 220)a = 1112,$$

解得: $a = 5.1$,

当 $x = 300$ 时, $y = 5.8 \times 300 - 396 = 1344 < 1360$,

\therefore 用水量超过 300 立方米,

故答案为: 5.1; 是.

【点睛】本题考查了有理数四则运算的应用, 一次函数的应用, 一元一次方程的应用, 有函数图象读取信息, 读懂图象找到等量关系是解答本题的关键.

27. 如图, 已知一次函数 $y = -2x + 4$ 的图像与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、点 B , 将线段 AB 绕点 A 顺时针旋转 90° , 点 B 的对应点记为点 C . 连接 AC 、 BC . 过点 C 作 x 轴的垂线, 交 x 轴于点 D . 点 M 是线段 BC 上的一个动点.

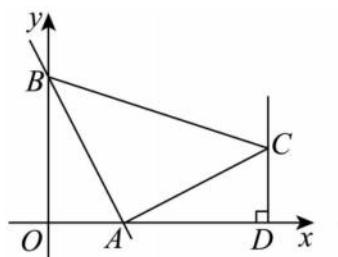


图1

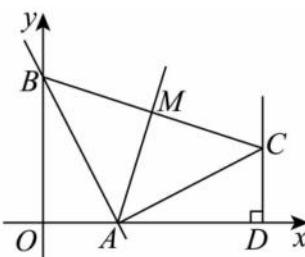


图2

(1) 如图 1, 求直线 BC 的表达式.

(2) 如图 1, 当直线 $AM \perp x$ 轴时, 平面内是否存在一点 G , 使得以点 C 、 D 、 M 、 G 为顶点的四边形是平行四边形? 若有, 请直接写出点 G 的坐标; 若没有, 请说明理由.

(3) 如图 2, 当射线 AM 与直线 AB 的夹角为 45° 时, 在射线 AM 上取一点 Q , 使 $AQ = AB$, 求点 Q 的坐标.

【答案】(1) $y = -\frac{1}{3}x + 4$

$$(2) G \text{ 点坐标为 } \left(2, \frac{16}{3}\right) \text{ 或 } \left(2, \frac{4}{3}\right) \text{ 或 } \left(10, -\frac{4}{3}\right)$$

$$(3) Q\left(2+\sqrt{2}, 3\sqrt{2}\right)$$

【解析】

【分析】(1) 先求出 A, B 点坐标, 通过 AAS 证明 $\triangle OAB \cong \triangle DCA$, 得到 $OA = DC = 2$, $AD = BO = 4$, 即可求出 C, D 两点坐标, 用待定系数法即可求解;

(2) $AM \perp x$ 轴于 A 点, 则 $AM \parallel CD$, 先求出 M 点坐标, 分别在①当 CD 是平行四边形的边时, ②当 CD 是平行四边形的对角线时, 进行求解即可;

(3) 先得出 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 然后求出 M 点坐标, 利用待定系数法求出 AM 解析式, 设 Q 点坐标为 (Q_x, Q_y) , 过 Q 点作 $QT \perp x$ 轴于 T 点, 利用勾股定理即可求解.

【小问 1 详解】

解: 一次函数 $y = -2x + 4$ 的图像与 x 轴、 y 轴分别交于 A, B 两点,

\therefore 当 $x = 0$ 时, $y = 4$, 当 $y = 0$ 时, $x = 2$,

$$\therefore A(2, 0), B(0, 4),$$

$\because \angle BAC = 90^\circ$,

$\therefore \angle OAB + \angle CAD = 90^\circ$,

$\therefore \angle OAB + \angle OBA = 90^\circ$,

$\therefore \angle CAD = \angle OBA$,

$\because CD \perp x$ 轴,

$\therefore \angle CDA = \angle AOB = 90^\circ$,

$\because AB = AC$,

$\therefore \triangle OAB \cong \triangle DCA$ (AAS),

$\therefore OA = DC = 2$, $AD = BO = 4$,

$$\therefore D(6, 0), C(6, 2),$$

设直线 BC 的解析式为 $y = kx + b$,

$$\therefore \begin{cases} b = 4 \\ 6k + b = 2 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = -\frac{1}{3} \\ b = 4 \end{cases}$$

\therefore 直线 BC 的解析式为: $y = -\frac{1}{3}x + 4$;

【小问 2 详解】

存在, 如图,

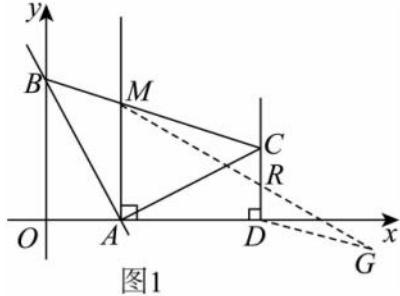


图1

$AM \perp x$ 轴于 A 点, 则 $AM \parallel CD$,

\because 点 M 在 BC 上, 且点 M 的横坐标是 2, 直线 BC 表达式为 $y = -\frac{1}{3}x + 4$,

\therefore 当 $x=2$ 时, $y = -\frac{1}{3} \times 2 + 4 = \frac{10}{3}$,

\therefore 点 M 的坐标为 $\left(2, \frac{10}{3}\right)$,

①当 CD 是平行四边形的边时, $MG = CD = 2$, $\frac{10}{3} + 2 = \frac{16}{3}$, $\frac{10}{3} - 2 = \frac{4}{3}$,

\therefore 当 G 在 M 上方时, G 点坐标为 $\left(2, \frac{16}{3}\right)$, 当 G 在 M 下方时, G 点坐标为 $\left(2, \frac{4}{3}\right)$;

②当 CD 是平行四边形的对角线时, 如图 1, 取 CO 点 R 连接 MR 并延长至点 G , 使 $MR = GR$, 连接 DG , 则 $DG \parallel MC$ 且 $DG = MC$,

设 G 点坐标为 (x', y') , 点 $M\left(2, \frac{10}{3}\right)$, 点 $C(6, 2)$, 点 $D(6, 0)$,

$\therefore 6 - 2 = x' - 6$, $2 - \frac{10}{3} = y' - 0$,

解得: $x' = 10$, $y' = -\frac{4}{3}$,

$\therefore G$ 点坐标为 $\left(10, -\frac{4}{3}\right)$,

综上所述 G 点坐标为 $\left(2, \frac{16}{3}\right)$ 或 $\left(2, \frac{4}{3}\right)$ 或 $\left(10, -\frac{4}{3}\right)$,

【小问 3 详解】

$\because AB = AC, \angle BAC = 90^\circ$,

$\therefore \triangle ABC$ 为等腰直角三角形,

\therefore 点 M 在线段 BC 上,

$\therefore \angle BAM = 45^\circ$,

$\therefore AM \perp BC, M$ 为 BC 中点,

$\therefore B(0,4), C(6,2)$,

$\therefore M\left(\frac{0+6}{2}, \frac{4+2}{2}\right)$, 即 $M(3,3)$,

设射线 AM 的表达式为 $y = k'x + b'(y \geq 0)$, 过点 A 、点 M ,

$\therefore \begin{cases} 0 = 2k' + b' \\ 3 = k' + b' \end{cases}$, 解得: $\begin{cases} k' = 3 \\ b' = -6 \end{cases}$,

$\therefore y = 3x - 6, AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$,

设 Q 点坐标为 (Q_x, Q_y) ,

如图 2, 过 Q 点作 $QT \perp x$ 轴于 T 点,

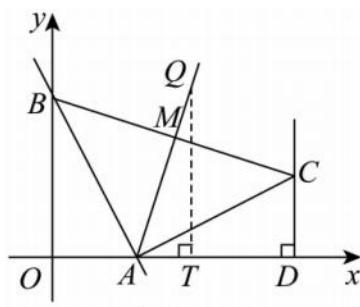


图2

$Q_T = Q_y$,

$AT = Qx - OA = Q_x - 2$,

$AQ = \sqrt{QT^2 + AT^2} = \sqrt{Q_y^2 + (Q_x - 2)^2} = \sqrt{(3Q_x - 6)^2 + (Qx - 2)^2}$,

$\therefore AB = AQ$,

$\therefore 2\sqrt{5} = \sqrt{(3Q_x - 6)^2 + (Qx - 2)^2}$, 整理得 $(Qx - 2)^2 = 2$,

解得: $Q_x = 2 + \sqrt{2}$ 或 $2 - \sqrt{2}$,

$\therefore Q$ 点横坐标值大于 A 点横坐标值,

$$\therefore Q_x = 2 + \sqrt{2}, \quad Q_y = 3Q_x - 6 = 3\sqrt{2},$$

$$\therefore Q \text{ 点坐标为 } (2 + \sqrt{2}, 3\sqrt{2}).$$

【点睛】本题考查了一次函数的几何应用，一次函数与坐标轴的交点，全等三角形的判定与性质，平行四边形的性质，勾股定理，求一次函数解析式，等腰直角三角形的判定与性质，中点坐标的求解，旋转性质，准确作出辅助线，分情况讨论是解答本题的关键.