金山区 2023 学年第二学期期中诊断评估

初二年级数学学科试卷

（时间 90 分钟，满分 100 分）

一、选择题：（本大题共有 6 题，每题 3 分，满分 18 分）

1. 下列函数中，y 是 x 的一次函数的是（　　）

A. $y=\frac{1}{x}$　　B. $y=-3x+1$　　C. $y=\sqrt{x}+1$　　D. $y=x^2+1$

2. 下列说法正确的是（　　）

A. $x^3+3x=0$ 是二项方程　　B. $x^2+\sqrt{2}x-3=0$ 是无理方程

C. $\frac{x^2-x}{3}=2$ 是分式方程　　D. $2x^2+y=3$ 是二元二次方程

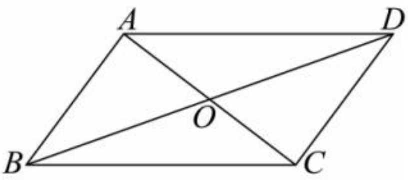
3. 下列方程中，有实数根的方程是（　　）

A. $x^3+2=0$　　B. $\sqrt{x-2}+1=0$　　C. $\frac{x}{x^2-1}=\frac{1}{x^2-1}$　　D. $x^2-2x+3=0$

4. 一个多边形的内角和是它外角和的 2 倍，则这个多边形是（　　）

A. 四边形　　B. 五边形　　C. 六边形　　D. 七边形

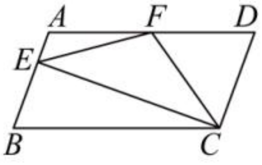
5. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 和 BD 相交于点 O．下列条件不能判断四边形 $ABCD$ 是平行四边形的是（　　）



A. $AB=DC, AD=BC$；　　B. $AB \parallel DC, AD=BC$；

C. $AB \parallel DC, \angle BAD=\angle BCD$；　　D. $OA=OC, OB=OD$；

6. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，AD=2AB，F 是 AD 的中点，作 CE⊥AB，垂足 E 在线段 AB 上，连接 EF、CF，那么下列结论中一定成立的个数是（　）



①∠DCF=$\frac{1}{2}$∠BCD；②EF=CF；③ $S_{\Delta BEC}=2S_{\Delta CEF}$；④∠DFE=3∠AEF；

A. 1 个　　　　B. 2 个　　　　C. 3 个　　　　D. 4 个

二、选择题：（本大题共有 12 题，每题 2 分，满分 24 分）

7. 直线 $y=3x-5$ 的截距是__________.

8. 将直线 $y=-x-2$ 向上平移 3 个单位长度，所得直线的函数表达式是__________________.

9. 关于 x 的方程 $x\left(a-3\right)=1$ 有解，那么实数 a 的取值范围是__________.

10. 方程 $\sqrt{x-1}\cdot\sqrt{x-2}=0$ 的解是______.

11. 用换元法解方程 $\frac{x^2-2}{x}+\frac{x}{x^2-2}=3$，如果设 $y=\frac{x^2-2}{x}$，那么原方程可化为关于 y 的整式方程为

________.

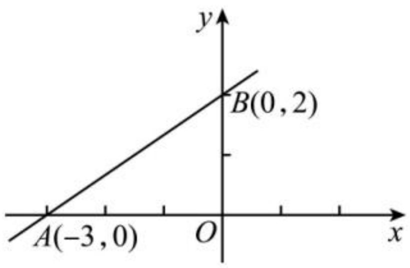
12. 已知：点 $A\left(-1,a\right)$、$B\left(2,b\right)$ 在函数 $y=-2x+m$ 的图像上，则 a___________b（在横线上填写“>”或“=”或“<”）.

13. 已知一次函数 $y=\left(2m-6\right)x+m-1$ 的图象不经过第三象限，则 m 的取值范围是__________.

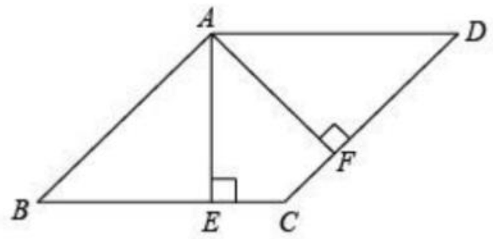
14. 方程组 $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=1\\ \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=5\end{cases}$ 的解是______.

15. 如果分式方程 $\frac{x}{x-3}-1=\frac{k}{x-3}$ 有增根，那么 k 的值是_________.

16. 如图，一次函数 $y=kx+b$ 的图像经过 A、B 两点，则关于 x 的不等式 $kx+b<2$ 的解集是___________.



17. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$AE\perp BC$ 于 E，$AF\perp CD$ 于 F，$\angle EAF=45°$，且 $AE+AF=3\sqrt{2}$，则平行四边形 $ABCD$ 的周长等于______.



18. 当一个凸四边形的一条对角线把原四边形分割成两个等腰三角形时，我们称这个四边形为“双等腰四边形”，其中这条对角线叫做这个四边形的“等腰线”．如果凸四边形 $ABCD$ 是“双等腰四边形”，对角线 BD 是该四边形的“等腰线”，其中 $\angle ABC=90°$，$AB=BC=CD=6\neq AD$，那么凸四边形 $ABCD$ 的面积为________.

三、计算题（本大题共，3 题，每题 6 分，满分 18 分）

19. 解方程：$\dfrac{x}{x+2}-3=\dfrac{8}{x^2-4}$.

20. 解方程：$x-\sqrt{x+1}-1=0$.

21. 解方程组：$\begin{cases}x^2-2xy+y^2-1=0\\ x+2y=5\end{cases}$.

四、解答题（本大题共 5 题，22、23 每题 7 分，24、25 每题 8 分，26 题 10 分，满分 40 分）

22. 已知直线 $l_1: y=kx+b$ 经过点 $A(0,-2)$、$B(2,m)$，且平行于直线 $l: y=2x$．求：

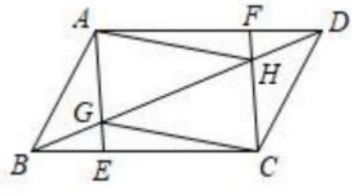
（1）直线 l_1 的解析式及 B 点的坐标.

（2）如果直线 l_2 经过点 B，且与 y 轴的正半轴交于点 C，使得 $\triangle ABC$ 的面积为 8，求直线 l_2 的解析式.

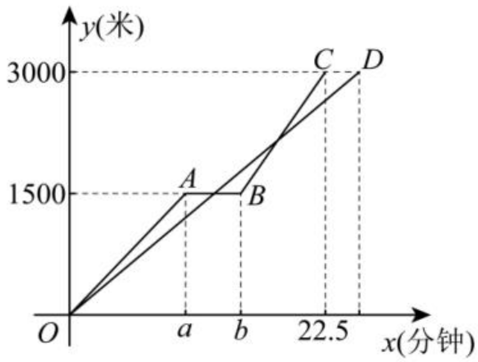
23. 近年来，我国逐步完善养老金保险制度．甲，乙两人计划分别缴纳养老保险金 12 万元和 8 万元，虽然甲计划每年比乙计划每年多缴纳养老保险金 0.1 万元，但是甲计划缴纳养老保险金的年数还是比乙要多 4 年，已知甲、乙两人计划缴纳养老保险金的年数都不超过 20 年，求甲计划每年缴纳养老保险金多少万元？

24. 已知：如图，在▱$ABCD$ 中，$AE\perp BC$，$CF\perp AD$，垂足分别为 E、F，AE、CF 分别与 BD 相交于点 G、H，连接 AH、CG.

求证：四边形 $AGCH$ 是平行四边形.



25. 小明和爸爸同时从家骑自行车去图书馆，爸爸先以 150 米/分的速度骑行一段时间，休息了 5 分钟，再以 m 米/分的速度到达图书馆，小明始终以同一速度骑行，两人行驶的路程 y（米）与时间 x（分）的关系如图所示，请结合图象，解答下列问题：

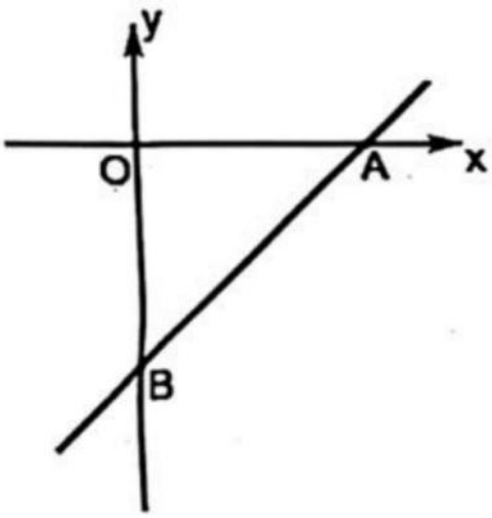


（1）$a=$__________分，$b=$__________分，$m=$__________米/分；

（2）若小明的速度是 120 米/分，小明在途中与爸爸第二次相遇的时间是__________分，此时距图书馆的距离是__________米；

（3）在（2）的条件下，爸爸自第二次出发至到达图书馆前，与小明相距 100 米的时间是__________分.

26. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=x-8$ 分别与 x 轴、y 轴交于 A、B 点，直线 BC 与 x 轴相交于点 $C\left(-2,0\right)$，点 D 在第四象限，$BD\perp BA$.



（1）求直线 BC 的解析式；

（2）当 $S_{\triangle ABD}=3S_{\triangle BOC}$ 时，求点 D 的坐标；

（3）在（2）的条件下，已知点 P 在 x 轴上，点 Q 在直线 BC 上，如果以点 C、D、P、Q 为顶点的四边形是平行四边形，请直接写出点 P 和点 Q 的坐标.

金山区 2023 学年第二学期期中诊断评估

初二年级数学学科试卷（答案解析）

（时间 90 分钟，满分 100 分）

一、选择题：（本大题共有 6 题，每题 3 分，满分 18 分）

1. 下列函数中，y 是 x 的一次函数的是（　　）

A. $y=\frac{1}{x}$　　B. $y=-3x+1$　　C. $y=\sqrt{x}+1$　　D. $y=x^2+1$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的定义，解题关键是掌握一次函数的一般形式为 $y=kx+b$，其中 $k\neq0$，x 的次数是 1，b 为任意实数.

【详解】解：A、$y=\frac{1}{x}$ 中，x 的次数不是 1，不是一次函数，不符合题意；

B、$y=-3x+1$，是一次函数，符合题意；

C、$y=\sqrt{x}+1$ 中，x 的次数不是 1，不是一次函数，不符合题意；

D、$y=x^2+1$，x 的次数不是 1，不是一次函数，不符合题意；

故选：B

2. 下列说法正确的是（　　）

A. $x^3+3x=0$ 是二项方程　　B. $x^2+\sqrt{2}x-3=0$ 是无理方程

C. $\frac{x^2-x}{3}=2$ 是分式方程　　D. $2x^2+y=3$ 是二元二次方程

【答案】D

【解析】

【分析】根据二项方程的定义，无理方程的定义，二元二次方程的定义，分式方程的定义逐个判断即可.

【详解】解：A．方程的左边两项都含未知数，故本选项不符合题意；

B．根号内没有未知数，不是无理方程，故本选项不符合题意；

C．分母中不能未知数，不是分式方程，故本选项不符合题意；

D．方程是二元二次方程，故本选项符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查了二项方程、无理方程、二元二次方程、分式方程的定义等知识点，注意：根号内含有未知数的方程，叫无理方程，分母中含有未知数的方程，叫分式方程．

3. 下列方程中，有实数根的方程是（　　）

A. $x^3+2=0$　　B. $\sqrt{x-2}+1=0$　　C. $\dfrac{x}{x^2-1}=\dfrac{1}{x^2-1}$　　D. $x^2-2x+3=0$

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查了解无理方程，解分式方程，解一元二次方程，解方程即可判断 A；根据 $\sqrt{x-2}\geq 0$ 即可判断 B；解分式方程然后检验即可判断 C；利用判别式即可判断 D．

【详解】解：A、∵ $x^3+2=0$，则 $x^3=-2$，

∴ $x=\sqrt[3]{-2}$，原方程有实数根，符合题意；

B、∵ $\sqrt{x-2}+1=0$，

∴ $\sqrt{x-2}=-1$，这与 $\sqrt{x-2}\geq 0$ 矛盾，

∴原方程无实数根，不符合题意；

C、∵ $\dfrac{x}{x^2-1}=\dfrac{1}{x^2-1}$，

∴ $x=1$，

检验，当 $x=1$ 时，$x^2-1=0$，

∴ $x=1$ 是原方程的增根，即原方程无实数根，不符合题意；

D、$\Delta=\left(-2\right)^2-4\times 3\times 1=-8<0$，则原方程无实数根，不符合题意；

故选：A．

4. 一个多边形的内角和是它外角和的 2 倍，则这个多边形是（　　）

A. 四边形　　B. 五边形　　C. 六边形　　D. 七边形

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了多边形的内角和与外角和的问题．设这个多边形的边数是 n，根据“一个多边形的内角和是它外角和的 2 倍”，列出方程，即可求解．

【详解】解：设这个多边形的边数是 n，根据题意得：

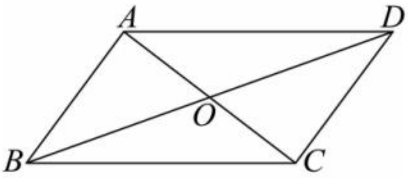
$(n-2)\times180^\circ=2\times360^\circ$，

解得：$n=6$，

即这个多边形是六边形.

故选：C

5. 如图，在四边形$ABCD$中，对角线AC和BD相交于点O. 下列条件不能判断四边形$ABCD$是平行四边形的是（　　）



A. $AB=DC,AD=BC$；　　B. $AB\parallel DC,AD=BC$；

C. $AB\parallel DC,\angle BAD=\angle BCD$；　　D. $OA=OC,OB=OD$；

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了平行四边形的判定方法，熟练掌握平行四边形的判定方法是解题的关键. 由平行四边形的判定方法分别对各个选项进行判断即可.

【详解】解：A、$\because AB=DC,AD=BC$，

$\therefore$四边形$ABCD$是平行四边形，故选项A不符合题意；

B、$\because AB\parallel DC,AD=BC$，

$\therefore$四边形$ABCD$不一定是平行四边形，也可能是等腰梯形，故选项B符合题意，

C、$\because AB\parallel DC$，

$\therefore \angle ABC+\angle BCD=180^\circ$.

$\because \angle BAD=\angle BCD$，

$\therefore \angle ABC+\angle BAD=180^\circ$，

$\therefore AD\parallel BC$，

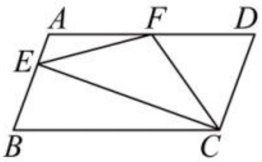
$\therefore$四边形$ABCD$是平行四边形，故选项C不符合题意；

D、$\because OA=OC,OB=OD$，

$\therefore$四边形$ABCD$是平行四边形，故选项D不符合题意；

故选：B．

6. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，AD=2AB，F 是 AD 的中点，作 CE⊥AB，垂足 E 在线段 AB 上，连接 EF、CF，那么下列结论中一定成立的个数是（　　）



①∠DCF=$\frac{1}{2}$∠BCD；②EF=CF；③ $S_{\Delta BEC}=2S_{\Delta CEF}$；④∠DFE=3∠AEF；

A. 1 个　　　　B. 2 个　　　　C. 3 个　　　　D. 4 个

【答案】C

【解析】

【详解】解：①∵F 是 AD 的中点，∴$AF=FD$．∵在▱ $ABCD$ 中，$AD=2AB$，∴$AF=FD=CD$，

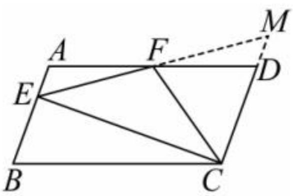
∴∠DFC=∠DCF．∵AD∥BC，∴∠DFC=∠FCB，∴∠DCF=∠BCF，∴∠DCF=$\frac{1}{2}$∠BCD，故此选项正确；

②延长 EF，交 CD 延长线于 M．∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，∴AB∥CD，∴∠A=∠MDF．∵F 为 AD 中点，∴$AF=FD$. 在△AEF 和△DFM 中，∵∠A=∠FDM, $AF=DF$, ∠AFE=∠DFM, ∴△AEF≌△DMF（ASA），∴$FE=MF$，∠AEF=∠M，∵CE⊥AB，∴∠AEC=90°，∴∠AEC=∠ECD=90°．∵$FM=EF$，∴FC=EF，故②正确；

③∵$EF=FM$，∴$S_{\triangle EFC}=S_{\triangle CFM}$．∵$MC>BE$，∴$S_{\triangle BEC}<2S_{\triangle EFC}$，故 $S_{\triangle BEC}=2S_{\triangle CEF}$ 错误；

④设∠FEC=x，则∠FCE=x，∴∠DCF=∠DFC=90°﹣x，∴∠EFC=180°﹣2x，∴∠EFD=90°﹣x+180°﹣2x=270°﹣3x．∵∠AEF=90°﹣x，∴∠DFE=3∠AEF，故此选项正确．

故选 C．



点睛：本题主要考查了平行四边形的性质以及全等三角形的判定与性质等知识，得出△AEF≌△DME 是解题的关键．

二、选择题：（本大题共有 12 题，每题 2 分，满分 24 分）

7. 直线 $y=3x-5$ 的截距是__________．

【答案】-5

【解析】

【分析】根据截距的定义：直线方程 y=kx+b 中，b 就是截距解答即可.

【详解】直线 $y=3x-5$ 的截距是−5.

故答案为−5.

【点睛】此题考查一次函数图象，解题关键在于掌握一次函数图象上点的坐标特征.

8. 将直线 $y=-x-2$ 向上平移 3 个单位长度，所得直线的函数表达式是________________.

【答案】$y=-x+1$

【解析】

【分析】根据平移法则上加下减可得出平移后的解析式.

【详解】解：将直线 $y=-x-2$ 向上平移 3 个单位长度，所得直线的函数表达式是：$y=-x-2+3=-x+1$.

故答案为：$y=-x+1$.

【点睛】本题考查的是一次函数的图象与几何变换，熟知函数图象平移的法则是解答此题的关键.

9. 关于 x 的方程 $x\left(a-3\right)=1$ 有解，那么实数 a 的取值范围是__________.

【答案】$a\neq 3$

【解析】

【分析】此题考查了一元一次方程的解，弄清方程有解的条件是解本题的关键．根据方程有解确定出 a 的范围即可.

【详解】解：∵关于 x 的方程 $x\left(a-3\right)=1$ 有解，

∴ $a-3\neq 0$，

∴ $a\neq 3$.

故答案为：$a\neq 3$.

10. 方程 $\sqrt{x-1}\cdot\sqrt{x-2}=0$ 的解是______.

【答案】$x=2$

【解析】

【分析】两边平方得出关于 x 的整式方程，解之求得 x 的值，再根据二次根式有意义的条件得出符合方程的 x 的值，可得答案.

【详解】解：$\sqrt{x-1}\cdot\sqrt{x-2}=0$

两边平方得 $\left(x-2\right)\left(x-1\right)=0$，

则 $x-2=0$ 或 $x-1=0$，

解得：$x=2$ 或 $x=1$，

又 $\begin{cases} x-2\geq 0 \\ x-1\geq 0 \end{cases}$

解得：$x\geq 2$，

∴ $x=2$，

故答案为：$x=2$.

【点睛】

本题主要考查无理方程，解无理方程的基本思想是把无理方程转化为有理方程来解，在变形时要注意根据方程的结构特征选择解题方法常用的方法有：乘方法，配方法，因式分解法，设辅助元素法，利用比例性质法等.

11. 用换元法解方程 $\frac{x^2-2}{x}+\frac{x}{x^2-2}=3$，如果设 $y=\frac{x^2-2}{x}$，那么原方程可化为关于 y 的整式方程为________.

【答案】$y^2-3y+1=0$

【解析】

【分析】设 $y=\frac{x^2-2}{x}$，则 $\frac{x}{x^2-2}=\frac{1}{y}$，根据换元法解答即可，注意最后的形式是整式方程.

【详解】解：设 $y=\frac{x^2-2}{x}$，则原方程可变形为：$y+\frac{1}{y}=3$，

即为 $y^2-3y+1=0$；

故答案为：$y^2-3y+1=0$

【点睛】本题考查了换元法解方程，正确变形是关键.

12. 已知：点 $A(-1,a)$、$B(2,b)$ 在函数 $y=-2x+m$ 的图像上，则 a __________ b（在横线上填写“>”或“=”或“<”）.

【答案】>

【解析】

【分析】此题主要考查了一次函数的增减性，比较简单．解答此题的关键是熟知一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$

的增减性，当 $k>0$ 时，y 随 x 的增大而增大；当 $k<0$ 时，y 随 x 的增大而减小．一次函数 $y=kx+b$ 的性质，当 $k<0$ 时，y 将随 x 的增大而减小，即可得出 a，b 的大小关系即可．

【详解】解：$\because k=-2<0$，

$\therefore y$ 将随 x 的增大而减小，

$\because -1<2$，

$\therefore a>b$．

故答案为：$>$．

13. 已知一次函数 $y=(2m-6)x+m-1$ 的图象不经过第三象限，则 m 的取值范围是__________．

【答案】$1\le m<3$

【解析】

【分析】本题考查了利用一次函数图象经过的象限求参数，掌握一次函数的系数与图象的关系是解题关键．根据一次函数 $y=(2m-6)x+m-1$ 的图象不经过第三象限，得到 $2m-6<0$，$m-1\ge 0$，解不等式即可得到 m 的取值范围．

【详解】解：一次函数 $y=(2m-6)x+m-1$ 的图像不经过第三象限，

$\therefore 2m-6<0$，$m-1\ge 0$，

$\therefore m<3$，$m\ge 1$，

$\therefore m$ 的取值范围是 $1\le m<3$，

故答案为：$1\le m<3$．

14. 方程组 $\begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=1\\ \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=5\end{cases}$ 的解是______．

【答案】$\begin{cases}x=\dfrac{1}{3}\\ y=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$

【解析】

【分析】利用加减消元法求出 x，y 的值，经检验即可得到分式方程组的解．

【详解】解：$\begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=1① \\ \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=5②\end{cases}$，

由①+②得，$\dfrac{2}{x}=6$，$x=\dfrac{1}{3}$，

把 $x=\dfrac{1}{3}$ 代入①得，$y=-\dfrac{1}{2}$，

∴$\begin{cases}x=\dfrac{1}{3} \\ y=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$，

经检验：$\begin{cases}x=\dfrac{1}{3} \\ y=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$ 是原方程组的解．

∵原方程组的解为 $\begin{cases}x=\dfrac{1}{3} \\ y=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$．

【点睛】本题考查了解分式方程组，熟练掌握加减消元法和分式方程的解法是解题的关键．

15. 如果分式方程 $\dfrac{x}{x-3}-1=\dfrac{k}{x-3}$ 有增根，那么 k 的值是_________．

【答案】3

【解析】

【分析】分式方程去分母转化为整式方程，由分式方程有增根确定出 k 的值即可．

【详解】解：$\dfrac{x}{x-3}-1=\dfrac{k}{x-3}$

去分母得：x-（x-3）=k，

∵分式方程 $\dfrac{x}{x-3}-1=\dfrac{k}{x-3}$ 有增根，

∴x-3=0，

解得：x=3，

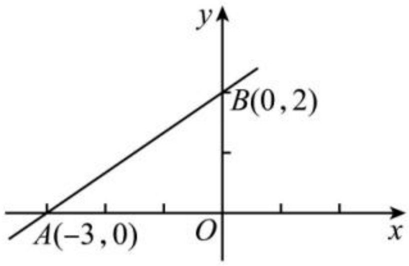
把 x=3 代入 x-（x-3）=k 得：k=3，

故答案为：3

【点睛】本题考查分式方程的增根，增根问题可按如下步骤进行：①让最简公分母为 0 确定增根；②化分

式方程为整式方程；③把增根代入整式方程即可求得相关字母的值．

16. 如图，一次函数 $y=kx+b$ 的图像经过 A、B 两点，则关于 x 的不等式 $kx+b<2$ 的解集是___________．



【答案】$x<0$

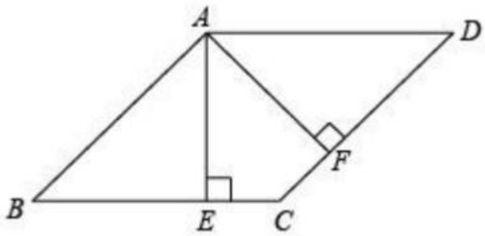
【解析】

【分析】本题考查了一次函数与一元一次不等式的关系及数形结合思想的应用．解决此类问题关键是仔细观察图形，注意几个关键点（交点、原点等），做到数形结合．直接根据图象解答即可．

【详解】解：由图象可知，关于 x 的不等式 $kx+b<2$ 的解集是 $x<0$．

故答案为：$x<0$．

17. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$AE\perp BC$ 于 E，$AF\perp CD$ 于 F，$\angle EAF=45°$，且 $AE+AF=3\sqrt{2}$，则平行四边形 $ABCD$ 的周长等于______．



【答案】12

【解析】

【分析】求平行四边形的周长就要先求出 AB、AD 的长，利用平行四边形的性质和勾股定理即可求出．

【详解】解：∵ $\angle EAF=45°$，

∴ $\angle C=360°-\angle AEC-\angle AFC-\angle EAF=135°$，

∴ $\angle B=\angle D=180°-\angle C=45°$，

∴ $AE=BE$，$AF=DF$，

设 $AE=x$，则 $AF=3\sqrt{2}-x$，

在 $Rt\triangle ABE$ 中，根据勾股定理可得，$AB=\sqrt{AE^2+BE^2}=\sqrt{2}x$，

同理可得 $AD=\sqrt{2}\left(3\sqrt{2}-x\right)$，

$\therefore$平行四边形 $ABCD$ 的周长是 $2\left(AB+AD\right)=2\left[\sqrt{2}x+\sqrt{2}\left(3\sqrt{2}-x\right)\right]=12$.

故答案为：12.

【点睛】利用平行四边形的性质结合等角对等边、勾股定理来解决有关的计算和证明，这类试题的处理要注意分析其中的性质定理.

18. 当一个凸四边形的一条对角线把原四边形分割成两个等腰三角形时，我们称这个四边形为“双等腰四边形”，其中这条对角线叫做这个四边形的“等腰线”．如果凸四边形 $ABCD$ 是“双等腰四边形”，对角线 BD 是该四边形的“等腰线”，其中 $\angle ABC=90°$，$AB=BC=CD=6\neq AD$，那么凸四边形 $ABCD$ 的面积为________.

【答案】$9+9\sqrt{3}$ 或 $27+9\sqrt{3}$

【解析】

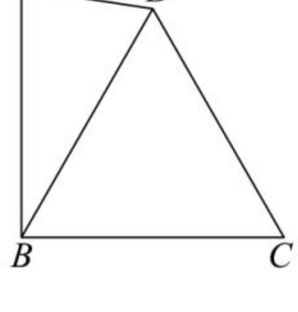
【分析】根据“等腰四边形”的定义画出图形，对角线 BD 是该四边形的“等腰线”，所以 ΔCBD 和 ΔABD 为等腰三角形，由于 $AB=BC=CD\neq AD$，ΔABD 中分两种情形：① $AB=BD$，② $AD=BD$．当 $AB=BD$ 时，由于 $AB=BC=CD$，可得 ΔBDC 为等边三角形，$\angle ABC=90°$，则 $\angle ABD=30°$，过点 D 作 $DE\perp AB$，$DF\perp BC$，解直角三角形求出两个等腰三角形的高，结论可得；当 $AD=BD$ 时，过点 D 作 $DE\perp AB$，根据等腰三角形的三线合一，$BE=\dfrac{1}{2}AB$，过点 D 作 $DF\perp CB$，交 CB 延长线于点 F，根据四边形 $EBFD$ 为矩形，$DF=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{1}{2}CD$，可得 $\angle DCB=30°$，由于 $\angle ABC=90°$，解直角三角形求出两个等腰三角形的高，结论可得.

【详解】解：$\because$ 凸四边形 $ABCD$ 是“等腰四边形”，对角线 BD 是该四边形的“等腰线”，

$\therefore\triangle CBD$ 和 $\triangle ABD$ 为等腰三角形.

由于 $AB\neq AD$，在 $\triangle ABD$ 中分两种情形：① $AB=BD$，② $AD=BD$.

当① $AB=BD$ 时，如下图：



$\because AB=BC=CD$， $AB=BD$，

$\therefore BC=CD=BD$，

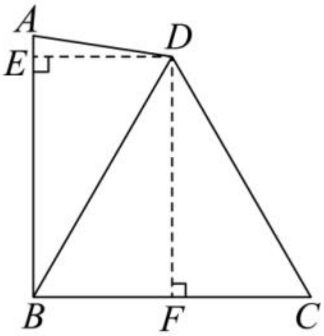
$\therefore \triangle BDC$为等边三角形，

$\therefore \angle DBC=60^\circ$，

$\because \angle ABC=90^\circ$，

$\therefore \angle ABD=30^\circ$，

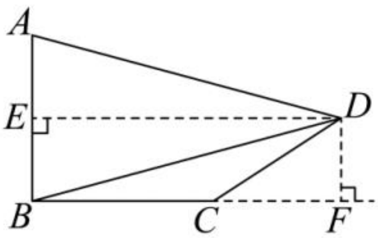
过点D作$DE\perp AB$，$DF\perp BC$，



则$DE=\dfrac{1}{2}BD=3$，$DF=\dfrac{\sqrt{3}}{2}BD=3\sqrt{3}$，

$\therefore S_{ABCD}=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle BCD}=\dfrac{1}{2}AB\cdot DE+\dfrac{1}{2}BC\cdot DF=9+9\sqrt{3}$；

当② $AD=BD$时，如下图，



过点D作$DE\perp AB$，过点D作$DF\perp CB$，交BC延长线于点F，

$\because AD=BD$，$DE\perp AB$，

$\therefore \mathrm{BE}=\dfrac{1}{2}\mathrm{AB}$.

$\because DE\perp AB$，$DF\perp CB$，$\angle ABC=90^\circ$，

$\therefore$四边形$EBFD$为矩形.

$\therefore DF=BE=\dfrac{1}{2}AB$.

$\because AB=CD$，

$\therefore DF=\frac{1}{2}CD=3$.

在 $Rt\triangle DCF$ 中，$\sin\angle DCF=\frac{DF}{CD}=\frac{1}{2}$，

$\therefore \angle DCF=30^\circ$.

$\therefore CF=3\sqrt{3}$，

$\therefore DE=BF=6+3\sqrt{3}$，

$\therefore S_{ABCD}=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}AB\cdot DE+\frac{1}{2}BC\cdot DF=27+9\sqrt{3}$，

故答案为：$9+9\sqrt{3}$ 或 $27+9\sqrt{3}$.

【点睛】本题主要考查了等腰三角形，多边形的对角线，等腰直角三角形、解直角三角形、割补法求面积等知识点．本题是阅读题，正确理解题意是解题的关键.

三、计算题（本大题共，3 题，每题 6 分，满分 18 分）

19. 解方程：$\frac{x}{x+2}-3=\frac{8}{x^2-4}$.

【答案】$x=1$

【解析】

【分析】观察可得最简公分母是 $(x+2)(x-2)$，方程两边乘最简公分母，可以把分式方程转化为整式方程求解.

【详解】解：方程两边同时乘以 $(x+2)(x-2)$，

得 $x(x-2)-3(x+2)(x-2)=8$，

整理，得 $x^2+x-2=0$，

$\therefore x_1=-2$，$x_2=1$.

经检验 $x_1=-2$ 是增根，$x_2=1$ 是原方程的解，

$\therefore$ 原方程的解为 $x=1$.

【点睛】本题主要考查了解可以化为一元二次方程的分式方程，解题的关键是熟练掌握解分式方程和一元二次方程的步骤和方法.

20. 解方程：$x-\sqrt{x+1}-1=0$.

【答案】$x=3$

【解析】

【分析】首先移项，然后两边平方，再移项，合并同类项，即可．

【详解】解：$x-\sqrt{x+1}-1=0$

$x-1=\sqrt{x+1}$，

$x^2-2x+1=x+1$，

$x^2-3x=0$，

解得：$x_1=0$；$x_2=3$，

经检验：$x_1=0$ 是增根，舍去，$x_2=3$ 是原方程的根，

所以原方程的根是 $x=3$．

【点睛】本题主要考查解无理方程，关键在于掌握好方法，认真正确地进行运算，注意最后要把 x 的值代入原方程进行检验．

21. 解方程组：$\begin{cases}x^2-2xy+y^2-1=0\\x+2y=5\end{cases}$．

【答案】$\begin{cases}x_1=1\\y_1=2\end{cases}$，$\begin{cases}x_2=\dfrac{7}{3}\\y_2=\dfrac{4}{3}\end{cases}$

【解析】

【分析】将方程①转化为 $x-y+1=0$ 或 $x-y-1=0$，再次联立方程②，得到两个方程组，然后逐一求解，即可解决问题．

【详解】解：$\begin{cases}x^2-2xy+y^2-1=0①\\x+2y=5②\end{cases}$，

由①得：$x-y+1=0$ 或 $x-y-1=0$

原方程组化为 $\begin{cases}x-y+1=0\\x+2y=5\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x-y-1=0\\x+2y=5\end{cases}$；

解得：$\begin{cases}x_1=1\\y_1=2\end{cases}$，$\begin{cases}x_2=\dfrac{7}{3}\\y_2=\dfrac{4}{3}\end{cases}$，

$\therefore$ 原方程组的解是 $\begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = 2 \end{cases}$，$\begin{cases} x_2 = \dfrac{7}{3} \\ y_2 = \dfrac{4}{3} \end{cases}$.

【点睛】本题考查了二元高次方程的求解问题；解题的一般策略是降次转化，化高次方程组为低次方程组，然后求解.

四、解答题（本大题共 5 题，22、23 每题 7 分，24、25 每题 8 分，26 题 10 分，满分 40 分）

22. 已知直线 $l_1: y = kx + b$ 经过点 $A(0,-2)$、$B(2,m)$，且平行于直线 $l: y = 2x$．求：

（1）直线 l_1 的解析式及 B 点的坐标.

（2）如果直线 l_2 经过点 B，且与 y 轴的正半轴交于点 C，使得 $\triangle ABC$ 的面积为 8，求直线 l_2 的解析式.

【答案】（1）直线 l_1 的解析式为 $y = 2x - 2$，点 B 的坐标为 $(2,2)$

（2）直线 l_2 的解析式为 $y = -2x + 6$

【解析】

【分析】本题考查了两直线相交或平行问题：两条直线的交点坐标，就是由这两条直线相对应的一次函数表达式所组成的二元一次方程组的解；若两条直线是平行的关系，那么他们的自变量系数相同，即 k 值相同．也考查了待定系数法求一次函数解析式.

（1）根据一次函数图象上点的坐标特征易得 $b = -2$，根据两直线平行的问题易得 $k = 2$，从而可确定直线 l_1 的解析式，进而可得点 B 的坐标；

（2）设 C 点坐标为 $(0,t)$，然后根据三角形面积公式得到 $\frac{1}{2} \times 2 \cdot |t + 2| = 8$，求出 t 的值可得到 C 点坐标，由 B、C 的坐标，利用待定系数法即可求解.

【小问 1 详解】

解：$\because l_1: y = kx + b$ 经过点 $A(0,-2)$，

$\therefore b = -2$，

$\because$ 直线 $l_1: y = kx + b$ 平行于直线 $l: y = 2x$，

$\therefore k = 2$，

$\therefore$ 直线 l_1 的解析式为 $y = 2x - 2$，

$\because y = 2x - 2$ 经过点 $B(2,m)$，

$\therefore m=2\times2-2=2$，

$\therefore$点 B 的坐标为 $\left(2,2\right)$；

【小问 2 详解】

如图，设 C 点坐标为 $\left(0,t\right)$，，

$\because$ $\triangle ABC$ 的面积为 8，

$\therefore \dfrac{1}{2}\times2\cdot\left|t+2\right|=8$，

解得：$t=6$ 或 $t=-10$（舍去），

$\therefore C\left(0,6\right)$，

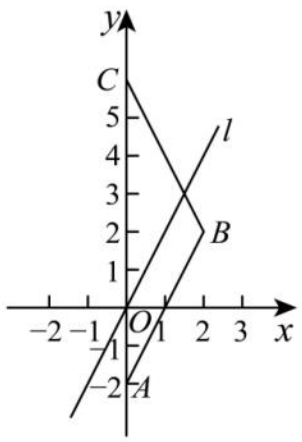
设直线 l_2 的解析式为 $y=px+q$，

$\because$直线 l_2 经过点 $B\left(2,2\right)$，与 y 轴的正半轴相交于点 $C\left(0,6\right)$，

$\therefore \begin{cases}2p+q=2\\0+q=6\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}p=-2\\q=6\end{cases}$，

$\therefore$直线 l_2 的解析式为 $y=-2x+6$.



23. 近年来，我国逐步完善养老金保险制度．甲，乙两人计划分别缴纳养老保险金 12 万元和 8 万元，虽然甲计划每年比乙计划每年多缴纳养老保险金 0．1 万元，但是甲计划缴纳养老保险金的年数还是比乙要多 4 年，已知甲、乙两人计划缴纳养老保险金的年数都不超过 20 年，求甲计划每年缴纳养老保险金多少万元？

【答案】甲计划每年缴纳养老保险金 0.6 万元

【解析】

【分析】设乙每年缴纳养老保险金为 x 万元，则甲每年缴纳养老保险金为 $\left(x+0.1\right)$ 万元，根据：甲计划缴纳养老保险金的年数还是比乙要多 4 年，即可列出方程，解方程并检验后即得答案.

【详解】解：设乙每年缴纳养老保险金为 x 万元，则甲每年缴纳养老保险金为 $\left(x+0.1\right)$ 万元，

根据题意可得：$\dfrac{12}{x+0.1}-\dfrac{8}{x}=4$，

解这个方程，得 $x_1=0.4$，$x_2=0.5$，

经检验，$x_1=0.4, x_2=0.5$ 都是原方程的根，

但是当 $x=0.4$ 时，甲计划缴纳养老保险金的年数是 $\dfrac{12}{0.5}=24$ 年，超过了 20 年，不合题意，应舍去，

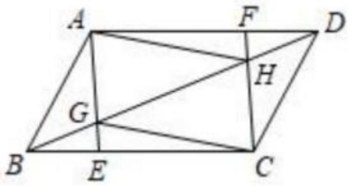
$0.5+0.1=0.6$ 万元；

答：甲计划每年缴纳养老保险金 0.6 万元.

【点睛】本题考查了分式方程的应用，正确理解题意、找准相等关系是解题的关键.

24. 已知：如图，在▱*ABCD* 中，$AE\perp BC$，$CF\perp AD$，垂足分别为 *E*、*F*，*AE*、*CF* 分别与 *BD* 相交于点 *G*、*H*，连接 *AH*、*CG*.

求证：四边形 *AGCH* 是平行四边形.



【答案】证明见解析

【解析】

【分析】法 1：由平行四边形对边平行，且 *CF* 与 *AD* 垂直，得到 *CF* 与 *BC* 垂直，根据 *AE* 与 *BC* 垂直，得到 *AE* 与 *CF* 平行，得到一对内错角相等，利用等角的补角相等得到∠*AGB*=∠*DHC*，根据 *AB* 与 *CD* 平行，得到一对内错角相等，再由 *AB*=*CD*，利用 AAS 得到三角形 *ABG* 与三角形 *CDH* 全等，利用全等三角形对应边相等得到 *AG*=*CH*，利用一组对边平行且相等的四边形为平行四边形即可得证；

法 2：连接 *AC*，与 *BD* 交于点 *O*，利用平行四边形的对角线互相平分得到 *OA*=*OC*，*OB*=*OD*，再由 *AB* 与 *CD* 平行，得到一对内错角相等，根据 *CF* 与 *AD* 垂直，*AE* 与 *BC* 垂直，得一对直角相等，利用 *ASA* 得到三角形 *ABG* 与三角形 *CDH* 全等，利用全等三角形对应边相等得到 *BG*=*DH*，根据等式的性质得到 *OG*=*OH*，利用对角线互相平分的四边形为平行四边形即可得证.

【详解】证明：在▱*ABCD* 中，*AD* // *BC*，*AB* // *CD*，

∵$CF\perp AD$，

∴$CF\perp BC$，

∵$AE\perp BC$，

∴$AE\parallel CF$，即 $AG\parallel CH$，

∴ $\angle AGH=\angle CHG$，

∵ $\angle AGB=180°-\angle AGH$， $\angle DHC=180°-\angle CHG$，

∴ $\angle AGB=\angle DHC$，

∵$AB\parallel CD$，

∴ $\angle ABG=\angle CDH$，

在△ABG 和△CDH 中，

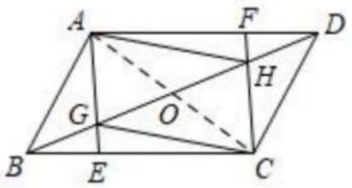
$$\begin{cases}\angle ABG=\angle CDH\\ \angle AGB=\angle DHC\\ AB=CD\end{cases},$$

∴ $\triangle ABG\cong\triangle CDH$，

∴$AG=CH$，

∴四边形 $AGCH$ 是平行四边形；

法 2：连接 AC，与 BD 相交于点 O，



在▱$ABCD$ 中，$AO=CO$，$BO=DO$，$\angle ABE=\angle CDF$，$AB\parallel CD$，

∴ $\angle ABG=\angle CDH$，

∵$CF\perp AD$，$AE\perp BC$，

∴ $\angle AEB=\angle CFD=90°$ ，

∴ $\angle BAG=\angle DCH$，

在△ABG 和△CDH 中，

$$\begin{cases}\angle BAG=\angle DCH\\ AB=CD\\ \angle ABG=\angle CDH\end{cases},$$

$\therefore \triangle ABG \cong \triangle CDH$，

$\therefore BG=DH$，

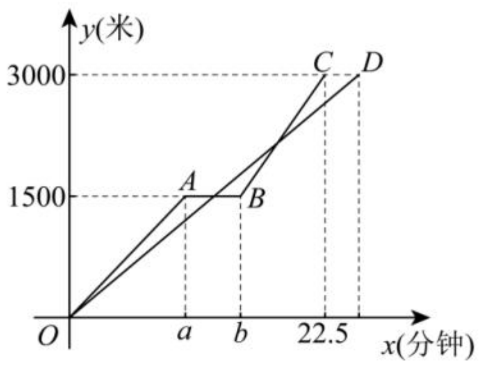
$\therefore BO-BG=DO-DH$，

$\therefore OG=OH$，

$\therefore$四边形 $AGCH$ 是平行四边形．

【点睛】此题考查了平行四边形的判定与性质和全等三角形的判定和性质，熟练掌握平式子变形的判定与性质是解本题的关键．

25. 小明和爸爸同时从家骑自行车去图书馆，爸爸先以 150 米/分的速度骑行一段时间，休息了 5 分钟，再以 m 米/分的速度到达图书馆，小明始终以同一速度骑行，两人行驶的路程 y（米）与时间 x（分）的关系如图所示，请结合图象，解答下列问题：



（1）$a=$__________分，$b=$__________分，$m=$__________米/分；

（2）若小明的速度是 120 米/分，小明在途中与爸爸第二次相遇的时间是__________分，此时距图书馆的距离是__________米；

（3）在（2）的条件下，爸爸自第二次出发至到达图书馆前，与小明相距 100 米的时间是__________分．

【答案】（1）10，15，200；

（2）18.75，750；

（3）17.5 或 20

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的应用，函数图象获取信息，一元一次方程的应用，利用分类讨论和数形结合的思想解决问题是关键．

（1）根据速度＝路程÷时间，求出 a 的值，进而求出 b 的值，再根据速度＝路程÷时间，求出 m 的值即可；

（2）由图象可知，小明在途中与爸爸第二次相遇在 BC 段，分别求出 BC 段和 OD 段的关系时，求出路程相等时 x 的值，进而求出行驶的路程，即可求解；

（3）分两种情况讨论：①当爸爸和小明第二次相遇前相距 100 米；②当爸爸和小明第二次相遇后相距 100 米，

分别列方程求解即可．

【小问 1 详解】

解：由题意可知，折线$OABC$为爸爸行驶的路程与时间的关系图，线段OD为小明行驶的路程与时间的关系图，

$\therefore a=1500\div 50=10$分钟，

$b=a+5=15$分钟，

$\left(3000-1500\right)\div\left(22.5-15\right)=200$米/分，

故答案为：10，15，200；

【小问 2 详解】

解：由图象可知，小明在途中与爸爸第二次相遇在BC段，

设BC段的关系式为$y_1=kx+b$，

将点$\left(15,1500\right)$和$\left(22.5,3000\right)$代入，得：

$\begin{cases}15k+b=1500\\22.5k+b=3000\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k=200\\b=-1500\end{cases}$，

$\therefore BC$段的解析式为$y=200x-1500$，

$\because$小明的速度是 120 米/分，

$\therefore OD$段的关系式为$y_2=120x$，

$\because y_1=y_2$，即$200x-1500=120x$，

解得：$x=18.75$，即小明在途中与爸爸第二次相遇的时间是18.75分，

此时行驶的路程$y_1=y_2=2250$，

距图书馆的距离是$3000-2250=750$米，

故答案为：18.75，750；

【小问 3 详解】

解：①当爸爸和小明第二次相遇前相距100米，

则$y_2-y_1=120x-\left(200x-1500\right)=100$，

解得：$x=17.5$；

②当爸爸和小明第二次相遇后相距100米，

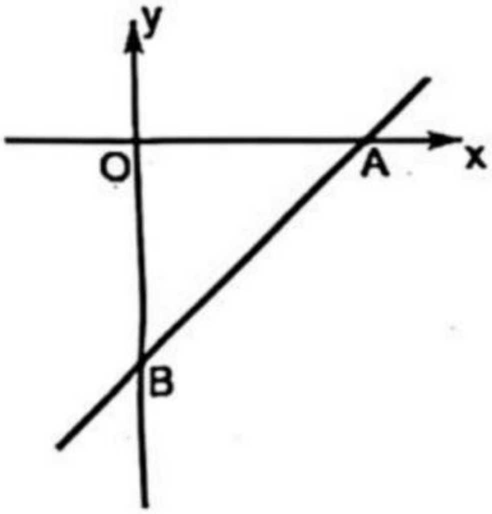
则 $y_1-y_2=200x-1500-120x=100$，

解得：$x=20$，

即爸爸自第二次出发至到达图书馆前，与小明相距 100 米的时间是17.5或20分，

故答案为：17.5或20

26. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=x-8$ 分别与 x 轴、y 轴交于 A、B 点，直线 BC 与 x 轴相交于点 $C(-2,0)$，点 D 在第四象限，$BD\perp BA$．



（1）求直线 BC 的解析式；

（2）当 $S_{\triangle ABD}=3S_{\triangle BOC}$ 时，求点 D 的坐标；

（3）在（2）的条件下，已知点 P 在 x 轴上，点 Q 在直线 BC 上，如果以点 C、D、P、Q 为顶点的四边形是平行四边形，请直接写出点 P 和点 Q 的坐标．

【答案】（1）$y=-4x-8$

（2）$(3,-11)$

（3）$P\left(-\frac{17}{4},0\right)$，$Q\left(\frac{3}{4},-11\right)$ 或 $P\left(\frac{1}{4},0\right)$，$Q\left(\frac{3}{4},-11\right)$ 或 $P\left(\frac{1}{4},0\right)$，$Q\left(-\frac{19}{4},11\right)$．

【解析】

【分析】（1）先求出点 B 的坐标，然后设直线 BC 的解析式为 $y=kx+b$，利用待定系数法求解即可；

（2）过点 D 作 $DE\perp y$ 轴于点 E，根据 A 、B 、C 三点的坐标，得出 $OB=OA$，$S_{\triangle BOC}=8$，，由勾股定理得到 $AB=8\sqrt{2}$，再结合 $S_{\triangle ABD}=3S_{\triangle BOC}$，求出 $BD=3\sqrt{2}$，证明 $\triangle BED$ 是等腰直角三角形，推出

$BE = DE = 3$，即可得出点 D 的坐标；

（3）分三种情况讨论：①四边形 $CDQP$ 为平行四边形时，根据平行四边形的性质，得到点 Q 的纵坐标为 -11，进而得到点 Q 的坐标，再根据 $CP = DQ = \frac{9}{4}$，得到点 P 的坐标；②四边形 $CQDP$ 为平行四边形时，同①理求解；③四边形 $CDPQ$ 为平行四边形时，结合平行四边形的性质，利用待定系数法，求出直线 DP 的解析式，进而的得到点 P 的坐标，再根据坐标两点的中点公式，求出点 Q 的坐标.

【小问 1 详解】

解：$\because$ 直线 $y = x - 8$ 分别与 y 轴交于 B 点，

令 $x = 0$，则 $y = -8$，

$\therefore B(0, -8)$，

设直线 BC 的解析式为 $y = kx + b$，

$\therefore \begin{cases} b = -8 \\ -2k + b = 0 \end{cases}$，解得：$\begin{cases} k = -4 \\ b = -8 \end{cases}$，

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y = -4x - 8$；

【小问 2 详解】

解：如图，过点 D 作 $DE \perp y$ 轴于点 E，

$\because$ 直线 $y = x - 8$ 分别与 x 轴交于 A 点，

令 $y = 0$，则 $x - 8 = 0$，解得：$x = 8$，

$\therefore A(8, 0)$，

$\therefore OA = 8$，

$\because B(0, -8)$，$C(-2, 0)$，

$\therefore OB = OA = 8$，$OC = 2$，

$\therefore S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} OC \cdot OB = \frac{1}{2} \times 2 \times 8 = 8$，

Q $\angle AOB = 90°$，

$\therefore \angle ABO = 45°$，$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 8\sqrt{2}$，

$\because S_{\triangle ABD} = 3S_{\triangle BOC}$，

$\therefore S_{\triangle ABD}=24$，

$\because BD\perp BA$，

$\therefore S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}BD\cdot AB=24$，

$\therefore BD=3\sqrt{2}$，

$\because \angle ABD=90°$，$\angle ABO=45°$，

$\therefore \angle DBE=45°$，

$\because DE\perp y$轴，

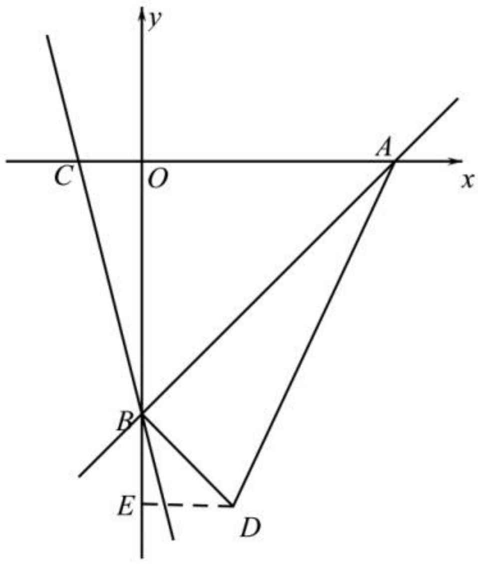
$\therefore \triangle BED$是等腰直角三角形，

$\therefore BE=DE$，$BD=\sqrt{BE^2+DE^2}=\sqrt{2}BE=\sqrt{2}DE=3\sqrt{2}$，

$\therefore BE=DE=3$，

$\therefore OE=OB+BE=8+3=11$，

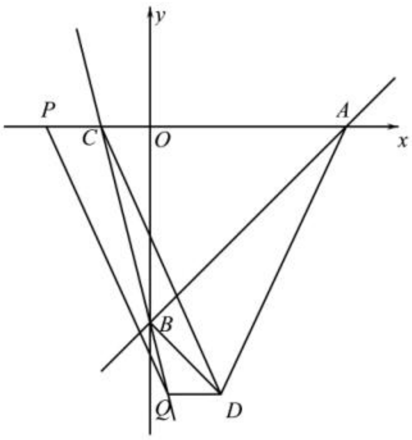
$\therefore$点D的坐标为$(3,-11)$；



【小问3详解】

解：以点$C(-2,0)$、$D(3,-11)$、P、Q为顶点的四边形是平行四边形，

①如图，四边形$CDQP$为平行四边形时，



$\therefore DQ // CP // x$ 轴， $DQ = CP$ ，

$\therefore$ 点 Q 的纵坐标为 -11，

$\because$ 点 Q 在直线 BC 上，

令 $y = -11$，则 $-4x - 8 = -11$，解得： $x = \dfrac{3}{4}$，

$\therefore Q\left(\dfrac{3}{4}, -11\right)$

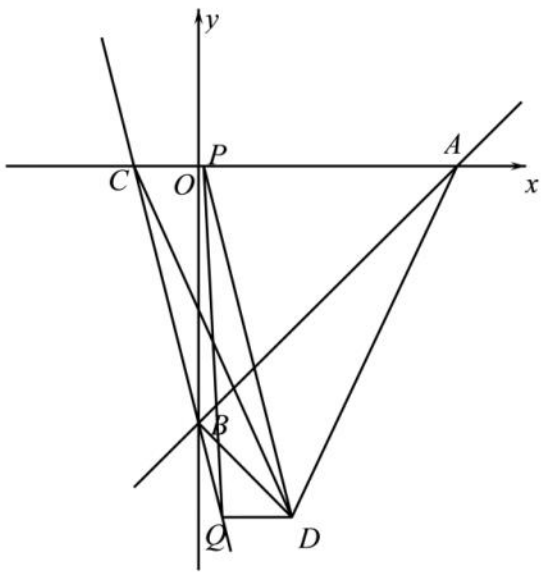
$\therefore DQ = 3 - \dfrac{3}{4} = \dfrac{9}{4}$，

$\therefore CP = \dfrac{9}{4}$，

$\therefore OP = OC + CP = 2 + \dfrac{9}{4} = \dfrac{17}{4}$，

$\therefore P\left(-\dfrac{17}{4}, 0\right)$；

②如图，四边形 $CQDP$ 为平行四边形时，



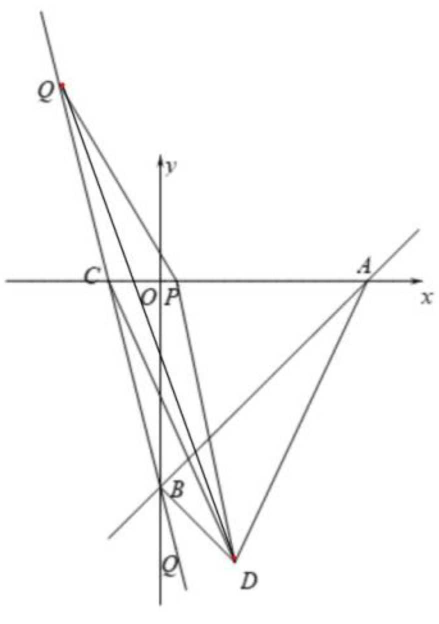
同①理可得，$Q\left(\frac{3}{4},-11\right)$，$CP=DQ=\frac{9}{4}$，

$\because OC=2$，

$\therefore OP=\frac{9}{4}-2=\frac{1}{4}$，

$\therefore P\left(\frac{1}{4},0\right)$；

③如图，四边形$CDPQ$为平行四边形时，



$\therefore CQ /\!/ DP$，

$\therefore$ 设直线 DP 的解析式为 $y=-4x+t$，

则 $-4\times 3+t=-11$，解得：$t=1$，

$\therefore$ 直线 DP 的解析式为 $y=-4x+1$，

令 $y=0$，则 $-4x+1=0$，

解得：$x=\frac{1}{4}$，

$\therefore P\left(\frac{1}{4},0\right)$

设点 $Q(m,n)$，

则 $\begin{cases}\frac{-2+\frac{1}{4}}{2}=\frac{3+m}{2}\\ 0=\frac{n-11}{2}\end{cases}$，解得：$\begin{cases}m=-\frac{19}{4}\\ n=11\end{cases}$，

$\therefore Q\left(-\frac{19}{4},11\right)$

综上可知，以点 C、D、P、Q 为顶点的四边形是平行四边形，点 P 和点 Q 的坐标为 $P\left(-\frac{17}{4},0\right)$，$Q\left(\frac{3}{4},-11\right)$ 或 $P\left(\frac{1}{4},0\right)$，$Q\left(\frac{3}{4},-11\right)$ 或 $P\left(\frac{1}{4},0\right)$，$Q\left(-\frac{19}{4},11\right)$.

【点睛】本题是一次函数综合题，考查了一次函数的图象的性质，求一次函数解析式，平行四边形的性质，勾股定理，等腰直角三角形的判定和性质等知识，利用数形结合和分类讨论的思想解决问题是关键.