青浦区 2023 学年第二学期八年级学情调研

数学试卷

（时间 90 分钟，满分 100 分）2024.04

考生注意：本卷共有 25 题，请将所有答案写在答题纸上，写在试卷上一律不计分.

一、选择题（本大题共 6 题，每题 2 分，满分 12 分）【每题只有一个正确选项，在答题纸相应位置填涂】

1. 下列函数中，是一次函数的是（　　）

A. $y=3$　　B. $y=\frac{x}{3}$　　C. $y=\frac{3}{x}$　　D. $y=3x^2$

2. 如果一次函数 $y=kx+b$（k、b 是常数，$k\neq0$）的图像经过第一、二、四象限，那么 k、b 应满足的条件是（ ）

A. k＞0，且 b＞0　　B. k＜0，且 b＞0　　C. k＞0，且 b＜0　　D. k＜0，且 b＜0

3. 下列关于 x 的方程中，二项方程是（　　）

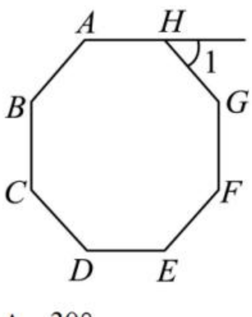
A. $x^3-2x=3$　　B. $x^3-8x^2=0$　　C. $2x^3=0$　　D. $2x^3+3=0$

4. 下列方程中，有实数根的是（　　）

A. $x^4+16=0$　　B. $x^2+3x+6=0$

C. $\frac{x^2-9}{x+3}=0$　　D. $\sqrt{x-3}+\sqrt{2x}=0$

5. 一般地，各边相等、各角也相等的多边形叫做正多边形．比如：等边三角形是正三角形，正方形是正四边形．如图，八边形 $ABCDEFGH$ 是正八边形，那么它的一个外角 $\angle1$ 的度数为（　　）



A. $30°$　　B. $36°$　　C. $40°$　　D. $45°$

6. 甲乙两个工程队修建某段公路．如果甲乙两队合作，12 天可以完成；如果甲队单独做 3 天后，乙队加入．两队继续工作 6 天，共完成了总工作量的 $\frac{3}{5}$．设甲队单独完成这项工程需要 x 天，乙队单独完成这项工程需要 y 天，那么根据题意，可列方程组为（　　）

A. $\begin{cases}\dfrac{12}{x}+\dfrac{12}{y}=1\\ \dfrac{3}{x}+\dfrac{6}{y}=1\end{cases}$ B. $\begin{cases}\dfrac{12}{x}+\dfrac{12}{y}=1\\ \dfrac{9}{x}+\dfrac{6}{y}=1\end{cases}$ C. $\begin{cases}\dfrac{12}{x}+\dfrac{12}{y}=1\\ \dfrac{9}{x}+\dfrac{6}{y}=\dfrac{3}{5}\end{cases}$ D. $\begin{cases}\dfrac{12}{x}+\dfrac{12}{y}=1\\ \dfrac{3}{x}+\dfrac{6}{y}=\dfrac{3}{5}\end{cases}$

二、填空题（本大题共 12 题，每小题 3 分，满分 36 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置】

7. 一次函数 $y=-2x+3$ 的截距是________

8. 函数 $f(x)=5x-1$，$f(3)=$________

9. 如果将直线 $y=-x+7$ 向下平移 2 个单位，那么所得直线的表达式是________

10. 如果一次函数 y=kx+3（k 是常数，k≠0）的图象经过点（1，0），那么 y 的值随 x 的增大而_____.（填“增大”或“减小”）

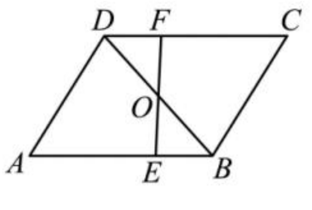
11. 用换元法解方程 $\dfrac{x+1}{x^2}+\dfrac{x^2}{x+1}=2$ 时，若设 $\dfrac{x+1}{x^2}=y$，则原方程可化为关于 y 的整式方程是____________.

12. 方程 $\dfrac{x^2}{x-2}=\dfrac{4}{x-2}$ 的根是__.

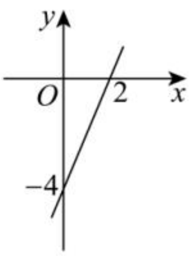
13. 某公司 1 月份的营业额为 25 万，3 月份的营业额为 36 万，如果 1、2 月份的增长率相同，那么增长率为________

14. 通过画出多边形的对角线，可以把多边形内角和问题转化为三角形内角和问题，如果从一个 n 边形的一个顶点出发最多引出 3 条对角线，那么这个 n 边形的内角和是__________.

15. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，O 为 BD 的中点，EF 过点 O 且分别交 AB、CD 于点 E、F. 如果 $AE=8$，那么 CF 的长为________

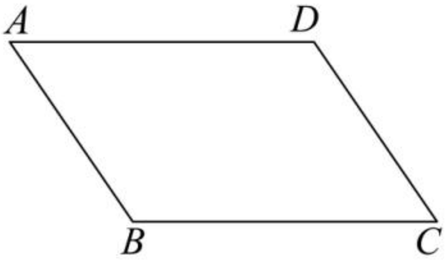


16. 已知一次函数 $y=kx+b$ 的图像如图所示，当 $y>-4$ 时，x 的取值范围是________



17. 定义：形如 $x+\frac{mn}{x}=m+n$（m、n 不为零），且两个解分别为 $x_1=m$，$x_2=n$ 的方程称为“十字分式方程”．例如 $x+\frac{6}{x}=5$ 为十字分式方程，可化为 $x+\frac{2\times 3}{x}=2+3$，则 $x_1=2$，$x_2=3$．如果关于 x 的十字分式方程 $x-\frac{1-k^2}{x}=2k$ 的两个解分别为 x_1，x_2（其中 $k>1$，且 $x_1<x_2$），那么 $\frac{x_2-1}{2x_1+2}=$________

18. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$AB=10$，$BC=15$，面积为 120，点 P 是边 AD 上一点，连接 PB，将线段 PB 绕着点 P 旋转 $90°$ 得到线段 PQ，如果点 Q 恰好落在直线 AD 上，那么线段 AQ 的长为________

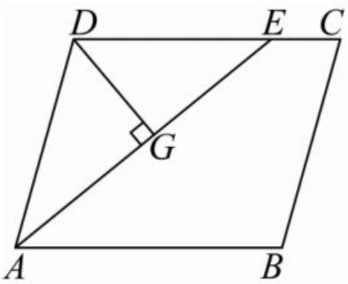


三、解答题（本大题共 7 题，满分 52 分）

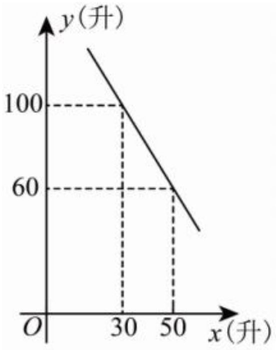
19. 解方程：$x-\sqrt{2x-3}=3$．

20. 解方程组：$\begin{cases} x-y=-2 \\ x^2-xy-2y^2=0 \end{cases}$．

21. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$AB=7$，$\angle BAD$ 的平分线交 DC 于点 E，$EC=2$，$DG\perp AE$，垂足为点 G，$DG=3$，求 AE 的长.



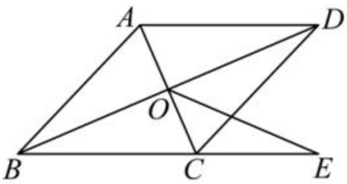
22. 某学校为了加强常规和应急消毒工作，计划购买甲、乙两种类型的消毒剂，预计购进乙种类型的消毒剂 y（升）与甲种类型的消毒剂 x（升）之间的函数关系如图所示.



（1）求y关于x的函数解析式（不需要写定义域）；

（2）该学校用2000元选购了甲种类型的消毒剂，用2400元选购了乙种类型的消毒剂，甲种类型消毒剂的单价比乙种类型消毒剂的单价贵20元，求选购的甲、乙两种类型的消毒剂分别是多少升？

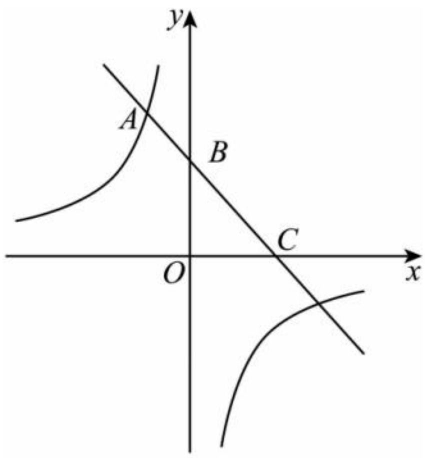
23. 已知：如图，在四边形$ABCD$中，$AD=BC$，对角线AC、BD相交于点O，E在边BC的延长线上，且$OE=OB$，$\angle ADB=\angle OEB$.



（1）求证：四边形$ABCD$是平行四边形；

（2）连接DE，求证：$DE\perp BE$.

24. 如图，在平面直角坐标系xOy中，一次函数$y=-x+b$的图象与反比例函数$y=-\dfrac{12}{x}$的图象交于点$A\left(-2,6\right)$，与y轴交于点B，与x轴交于点C.

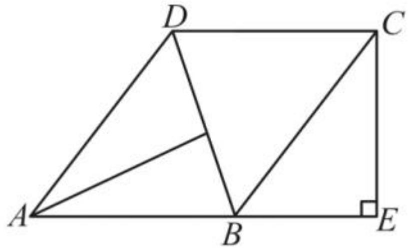


（1）求b的值和点B的坐标；

（2）如果点P是该反比例函数图象上一点，且点P的横坐标小于-2，连接BP、PC，当$\triangle PBC$的面积等于10时，求点P的坐标；

（3）如果点D在该反比例函数的图象上，点Q在x轴上，当以A、B、D、Q为顶点的四边形为平行四边形时，直接写出点Q的坐标．

25. 如图，在平行四边形$ABCD$中，对角线$BD=5$，过点C作$CE\perp AB$，交AB延长线于点E，$BE=4$．



（1）当$BC=BD$时，求AE的长；

（2）设$AB=x$，$EC=y$，求y关于x的函数关系式（不需要写定义域）；

（3）当$\triangle ABD$是等腰三角形时，求AB的长．

青浦区 2023 学年第二学期八年级学情调研

数学试卷（答案解析）

（时间 90 分钟，满分 100 分）2024.04

考生注意：本卷共有 25 题，请将所有答案写在答题纸上，写在试卷上一律不计分.

一、选择题（本大题共 6 题，每题 2 分，满分 12 分）【每题只有一个正确选项，在答题纸相应位置填涂】

1. 下列函数中，是一次函数的是（　　）

A. $y=3$　　B. $y=\frac{x}{3}$　　C. $y=\frac{3}{x}$　　D. $y=3x^2$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查一次函数的解析式，熟练掌握一次函数的定义是解题的关键.

一般的，形如 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$，（$k$，$b$ 为常数）的函数叫做一次函数，根据定义判断即可.

【详解】解：根据一次函数的定义：一般的，形如 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$，（$k$，$b$ 为常数）的函数叫做一次函数，

可得只有 B 选项是一次函数；

故选 B.

2. 如果一次函数 $y=kx+b$（k、b 是常数，$k\neq 0$）的图像经过第一、二、四象限，那么 k、b 应满足的条件是（ ）

A. k＞0，且 b＞0　　B. k＜0，且 b＞0　　C. k＞0，且 b＜0　　D. k＜0，且 b＜0

【答案】B

【解析】

【详解】解：∵一次函数 $y=kx+b$（k、b 是常数，$k\neq 0$）的图像经过第一、二、四象限，

∴k＜0，b＞0，

故选：B.

3. 下列关于 x 的方程中，二项方程是（　　）

A. $x^3-2x=3$　　B. $x^3-8x^2=0$　　C. $2x^3=0$　　D. $2x^3+3=0$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了二项方程的概念：如果一元 n 次方程的一边只有含未知数的一项和非零的常数项，另一边是零，那么这样的方程就叫做二项方程，关于 x 的一元 n 次二项方程的一般形式为：$ax^n+b=0$

（$a\neq 0$，$b\neq 0$，n是正整数）；根据此定义进行判断即可．

【详解】解：A、方程左边含有未知数的两个项，缺少非零的常数项，且右边不为零，故不符合二项方程的定义；

B、方程左边含有未知数的两个项，缺少非零的常数项，故不符合二项方程的定义；

C、方程左边只含有未知数的一项，缺少非零的常数项，故不符合二项方程的定义；

D、符合二项方程的定义；

故选：D．

4. 下列方程中，有实数根的是（　　）

A. $x^4+16=0$　　　　B. $x^2+3x+6=0$

C. $\dfrac{x^2-9}{x+3}=0$　　　　D. $\sqrt{x-3}+\sqrt{2x}=0$

【答案】C

【解析】

【分析】此题考查高次方程，一元二次方程根的判别式的意义，分式有意义的条件，无理方程．利用在实数范围内，一个数的偶数次幂不能为负数对A进行判断；利用判别式的意义对B进行判断；利用分子为0且分母不为0对C进行判断；利用非负数的性质对D进行判断．

【详解】解：A、因为$x^4=-16<0$，所以原方程没有实数解，所以本选项不符合题意；

B、因为$\Delta=3^2-4\times 6=-15<0$，所以原方程没有实数解，所以本选项不符合题意；

C、$x^2-9=0$，且$x+3\neq 0$，

解得$x=3$，所以本选项符合题意；

D、$\because x-3\geq 0$，$2x\geq 0$，

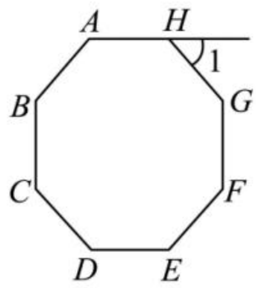
$\therefore x\geq 3$，

$\therefore \sqrt{x-3}+\sqrt{2x}\neq 0$，

∴原方程无解，所以本选项不符合题意；

故选：C．

5. 一般地，各边相等、各角也相等的多边形叫做正多边形．比如：等边三角形是正三角形，正方形是正四边形．如图，八边形$ABCDEFGH$是正八边形，那么它的一个外角$\angle 1$的度数为（　　）



A. 30° B. 36° C. 40° D. 45°

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了多边形外角和为360°，正多边形的性质；根据多边形的每个内角相等，则其每个外角也相等，再由多边形外角和为360°即可求解．

【详解】解：∵八边形$ABCDEFGH$是正八边形，

∴正八边形的每个内角相等，

∵正八边形的每个内角与其外角互补，

∴正八边形的每个外角相等，

∵多边形外角和为360°，

∴$\angle 1 = 360^\circ \div 8 = 45^\circ$；

故选：D．

6. 甲乙两个工程队修建某段公路．如果甲乙两队合作，12 天可以完成；如果甲队单独做 3 天后，乙队加入．两队继续工作 6 天，共完成了总工作量的$\frac{3}{5}$．设甲队单独完成这项工程需要x天，乙队单独完成这项工程需要y天，那么根据题意，可列方程组为（　　）

A. $\begin{cases}\frac{12}{x}+\frac{12}{y}=1\\ \frac{3}{x}+\frac{6}{y}=1\end{cases}$ B. $\begin{cases}\frac{12}{x}+\frac{12}{y}=1\\ \frac{9}{x}+\frac{6}{y}=1\end{cases}$ C. $\begin{cases}\frac{12}{x}+\frac{12}{y}=1\\ \frac{9}{x}+\frac{6}{y}=\frac{3}{5}\end{cases}$ D. $\begin{cases}\frac{12}{x}+\frac{12}{y}=1\\ \frac{3}{x}+\frac{6}{y}=\frac{3}{5}\end{cases}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了由实际问题抽象出分式方程组．根据“甲乙两队合作，12 天可以完成；甲队独做 3 天后，乙队加入，两队继续工作了 6 天，共完成了总工作量的$\frac{3}{5}$”，可得出关于x，y的方程组，此题得解．

【详解】解：∵甲乙两队合作，12 天可以完成，

$\therefore \frac{12}{x}+\frac{12}{y}=1$；

$\because$ 甲队独做 3 天后，乙队加入，两队继续工作了 6 天，共完成了总工作量的 $\frac{3}{5}$，

$\therefore \frac{3+6}{x}+\frac{6}{y}=\frac{3}{5}$，即 $\frac{9}{x}+\frac{6}{y}=\frac{3}{5}$.

$\therefore$ 根据题意可列出方程组 $\begin{cases}\frac{12}{x}+\frac{12}{y}=1\\ \frac{9}{x}+\frac{6}{y}=\frac{3}{5}\end{cases}$.

故选：C.

二、填空题（本大题共 12 题，每小题 3 分，满分 36 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置】

7. 一次函数 $y=-2x+3$ 的截距是________

【答案】3

【解析】

【分析】本题考查了直线与纵坐标交点问题；令 $x=0$，可求得 y 的值，从而可得截距.

【详解】解：对于 $y=-2x+3$，令 $x=0$，$y=3$，

即截距为 3，

故答案为：3.

8. 函数 $f\left(x\right)=5x-1$，$f\left(3\right)=$________

【答案】14

【解析】

【分析】本题考查求一次函数的值，熟练掌握代入求值是解题的关键.

根据解析式代入计算即可.

【详解】解：$\because f\left(x\right)=5x-1$，

$\therefore f\left(3\right)=5\times3-1=14$，

故答案为：14.

9. 如果将直线 $y=-x+7$ 向下平移 2 个单位，那么所得直线的表达式是________

【答案】$y=-x+5$

【解析】

【分析】本题考查了一次函数图像的平移；对于一次函数图像上下平移，根据上加下减的法则即可求得平移后的函数解析式.

【详解】解：∵直线 $y=-x+7$ 向下平移 2 个单位，

∴ $y=-x+7-2$，即 $y=-x+5$；

故答案为：$y=-x+5$.

10. 如果一次函数 y=kx+3（k 是常数，k≠0）的图象经过点（1，0），那么 y 的值随 x 的增大而_____．（填"增大"或"减小"）

【答案】减小

【解析】

【分析】根据点的坐标利用一次函数图象上点的坐标特征可求出 k 值，再利用一次函数的性质即可得出结论.

【详解】∵一次函数 y=kx+3（k 是常数，k≠0）的图象经过点（1，0），

∴0=k+3，

∴k=﹣3，

∴y 的值随 x 的增大而减小，

故答案为减小.

【点睛】本题考查了一次函数的图象与性质，熟练掌握待定系数法以及一次函数的增减性与一次函数的比例系数 k 之间的关系是解题的关键．

11. 用换元法解方程 $\frac{x+1}{x^2}+\frac{x^2}{x+1}=2$ 时，若设 $\frac{x+1}{x^2}=y$，则原方程可化为关于 y 的整式方程是____________.

【答案】$y^2-2y+1=0$

【解析】

【分析】利用换元法，再化成整式方程即可.

【详解】解：设 $\frac{x+1}{x^2}=y$，则原方程可变为：$y+\frac{1}{y}=2$，

化为整式方程为 $y^2-2y+1=0$，

故答案为：$y^2-2y+1=0$.

【点睛】考查了换元法解分式方程，换元法解分式方程时常用方法之一，它能够把一些分式方程化繁为简，

化难为易，对此应注意总结能用换元法解的分式方程的特点，寻找解题技巧．

12. 方程 $\frac{x^2}{x-2}=\frac{4}{x-2}$ 的根是__．

【答案】$x=-2$

【解析】

【分析】首先方程两边同乘以最简公分母，去掉分母，然后解方程求解，即可，最后要把 x 的值代入最简公分母进行检验．

【详解】$\frac{x^2}{x-2}=\frac{4}{x-2}$，

方程两边同乘以 $(x-2)$ 得：$x^2=4$，

∴$x_1=2$，$x_2=-2$，

检验：当 $x_1=2$ 时，$x-2=0$，所以 $x_1=2$ 不是原方程的解，

当 $x_2=-2$ 时，$x-2=-4$，所以 $x_2=-2$ 为原方程的解．

故答案为：$x=-2$．

【点睛】本题考查了解分式方程、分式方程的增根，直接开平方法解一元二次方程，正确的去分母是解题的关键．

13. 某公司 1 月份的营业额为 25 万，3 月份的营业额为 36 万，如果 1、2 月份的增长率相同，那么增长率为________

【答案】20%

【解析】

【分析】本题主要查了一元二次方程的应用．设增长率为 x，根据“1 月份的营业额为 25 万，3 月份的营业额为 36 万，”列出方程，即可求解．

【详解】解：设增长率为 x，根据题意得：

$25(1+x)^2=36$，

解得：$x_1=0.2=20\%, x_2=-2.2$（不符合题意，舍去），

答：增长率为 20%．

故答案为：20%

14. 通过画出多边形的对角线，可以把多边形内角和问题转化为三角形内角和问题，如果从一个 n 边形的一个顶点出发最多引出 3 条对角线，那么这个 n 边形的内角和是__________．

【答案】$720°$

【解析】

【分析】从一个 n 边形的一个顶点出发最多引出 3 条对角线，可知该多边形为六边形．根据多边形内角和公式 180°（n-2），可求得该六边形的内角和为 720°．

【详解】解：∵任意一个 n 边形的一个顶点可引出的对角线的条数为（n-3）条，

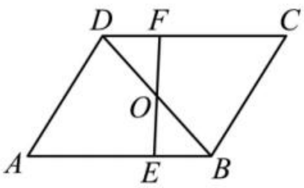
∴该多边形的边数为 6．

∴该六边形的内角和为 180°（n-2）=180°×4=720°．

故答案为：720°．

【点睛】本题主要考查多边形的任意一个顶点引出的对角线条数以及多边形的内角和公式，熟练掌握多边形的任意一个顶点引出的对角线条数以及多边形的内角和公式是解题关键．

15. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，O 为 BD 的中点，EF 过点 O 且分别交 AB 、CD 于点 E 、F ．如果 $AE=8$，那么 CF 的长为________



【答案】8

【解析】

【分析】本题主要考查了平行四边形的性质、全等三角形的判定与性质等知识点．根据平行四边形可得 $CD=AB, CD\parallel AB$，从而得到 $\angle FDO=\angle EBO, \angle DFO=\angle BEO$，可证明 $\triangle DOF\cong\triangle BOE$，从而得到 $DF=BE$，即可．

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore CD=AB, CD\parallel AB$，

$\therefore \angle FDO=\angle EBO, \angle DFO=\angle BEO$，

∵O 为 BD 的中点，

$\therefore OD=OB$，

$\therefore \triangle DOF\cong\triangle BOE(\mathrm{AAS})$，

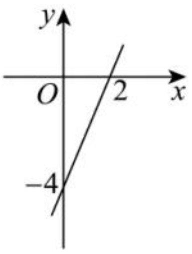
$\therefore DF=BE$，

$\therefore CD-DF=AB-BE$，

$\therefore CF = AE = 8$.

故答案为：8

16. 已知一次函数 $y = kx + b$ 的图像如图所示，当 $y > -4$ 时，x 的取值范围是________



【答案】$x > 0$

【解析】

【分析】本题考查了一次函数与一元一次不等式；观察函数图像，图像位于 y 轴右侧的自变量的取值即是不等式 $y > -4$ 的解集.

【详解】解：当 $y > -4$ 时，函数图像位于 y 轴右侧，

此时 x 的取值范围是 $x > 0$，

故答案为：$x > 0$.

17. 定义：形如 $x + \frac{mn}{x} = m + n$（m、n 不为零），且两个解分别为 $x_1 = m$，$x_2 = n$ 的方程称为“十字分式方程”. 例如 $x + \frac{6}{x} = 5$ 为十字分式方程，可化为 $x + \frac{2 \times 3}{x} = 2 + 3$，则 $x_1 = 2$，$x_2 = 3$. 如果关于 x 的十字分式方程 $x - \frac{1-k^2}{x} = 2k$ 的两个解分别为 x_1，x_2（其中 $k > 1$，且 $x_1 < x_2$），那么 $\frac{x_2 - 1}{2x_1 + 2} =$________

【答案】$\frac{1}{2}$##0.5

【解析】

【分析】本题主要考查了因式分解的应用、分式方程等知识点；理解“十字分式方程”的定义以及题目中的答题方法是解题的关键. 把原方程变形为 $x + \frac{(k+1)(k-1)}{x} = (k+1) + (k-1)$，再结合运用“十字分式方程”求得 $x_1 = k-1, x_2 = k+1$，最后代入运算即可求解.

【详解】解：$x - \frac{1-k^2}{x} = 2k$，

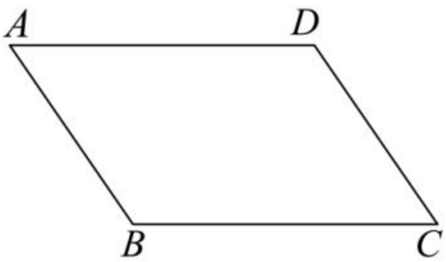
$\therefore x+\dfrac{(k+1)(k-1)}{x}=(k+1)+(k-1)$，

$\therefore x_1=k-1, x_2=k+1$，

$\therefore \dfrac{x_2-1}{2x_1+2}=\dfrac{k+1-1}{2(k-1)+2}=\dfrac{k}{2k}=\dfrac{1}{2}$.

故答案为：$\frac{1}{2}$

18. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$AB=10$，$BC=15$，面积为 120，点 P 是边 AD 上一点，连接 PB，将线段 PB 绕着点 P 旋转 $90°$ 得到线段 PQ，如果点 Q 恰好落在直线 AD 上，那么线段 AQ 的长为________



【答案】2 或 14

【解析】

【分析】本题考查了平行四边形的性质，旋转的性质，勾股定理，注意分类讨论；由题意得 $BP\perp AD$；分顺时针旋转与逆时针旋转两种情况，利用旋转性质及勾股定理即可求解．根据题意确定 $BP\perp AD$ 是解题的关键．

【详解】解：∵线段 PB 绕着点 P 旋转 $90°$ 得到线段 PQ，点 Q 恰好落在直线 AD 上，

$\therefore BP\perp AD$，

$\because BC\cdot BP=120$，

$\therefore BP=120\div BC=8$，

由勾股定理得：$AP=\sqrt{AB^2-BP^2}=6$；

当线段 PB 绕着点 P 顺时针旋转 $90°$ 时，如图，

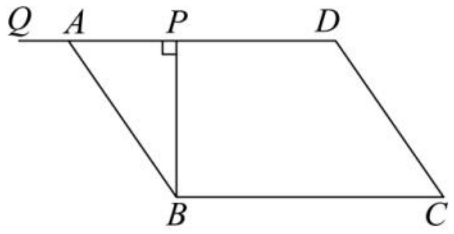
$\therefore PQ=BP=8$，

$\therefore AQ=PQ-AP=2$；

当线段 PB 绕着点 P 逆时针旋转 $90°$ 时，

则 PQ 在点 P 的右侧，

$\therefore AQ = AP + PQ = 6 + 8 = 14$；



综上，AQ 的长为 2 或 14；

故答案为：2 或 14．

三、解答题（本大题共 7 题，满分 52 分）

19. 解方程：$x - \sqrt{2x - 3} = 3$．

【答案】$x = 6$

【解析】

【分析】本题主要考查二次根式转化为一元二次方程的解．根据二次根式的运算方法，完全平方公式的运用，因式分解等方法即可求解．

【详解】解：$x - \sqrt{2x - 3} = 3$，

$\therefore \sqrt{2x - 3} = x - 3$，

$\therefore 2x - 3 = (x - 3)^2$，

即 $x^2 - 8x + 12 = 0$，

解得：$x_1 = 2, x_2 = 6$，

检验：当 $x_1 = 2$ 时，左边 $= 2 - \sqrt{2 \times 2 - 3} = 1 \neq$ 右边，舍去；

当 $x_2 = 6$ 时，左边 $= 6 - \sqrt{2 \times 6 - 3} = 3 =$ 右边；

$\therefore$ 原方程的解为 $x = 6$．

20. 解方程组：$\begin{cases} x - y = -2 \\ x^2 - xy - 2y^2 = 0 \end{cases}$．

【答案】$\begin{cases} x_1 = -1 \\ y_1 = 1 \end{cases}$，$\begin{cases} x_2 = -4 \\ y_2 = -2 \end{cases}$

【解析】

【分析】注意到$x^2-xy-2y^2$可分解为$(x+y)(x-2y)$，从而将原高次方程组转换为两个二元一次方程组求解.

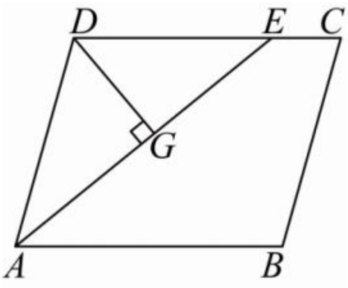
【详解】解：由$x^2-xy-2y^2=0$得$(x+y)(x-2y)=0$，即$x+y=0$或$x-2y=0$，

∴原方程组可化为$\begin{cases}x-y=-2\\x+y=0\end{cases}$或$\begin{cases}x-y=-2\\x-2y=0\end{cases}$.

解$\begin{cases}x-y=-2\\x+y=0\end{cases}$得$\begin{cases}x=-1\\y=1\end{cases}$；解$\begin{cases}x-y=-2\\x-2y=0\end{cases}$得$\begin{cases}x=-4\\y=-2\end{cases}$.

∴原方程组的解为$\begin{cases}x_1=-1\\y_1=1\end{cases}$，$\begin{cases}x_2=-4\\y_2=-2\end{cases}$.

21. 如图，在平行四边形$ABCD$中，$AB=7$，$\angle BAD$的平分线交DC于点E，$EC=2$，$DG\perp AE$，垂足为点G，$DG=3$，求AE的长.



【答案】$AE=8$

【解析】

【分析】由平行四边形的性质可得DE的长，$\angle DEA=\angle EAB$；由角平分线性质得$AD=DE$，利用等腰三角形的性质及勾股定理即可求解.

【详解】解：∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴$DC=AB=7$，$AB\parallel DC$，

∴$DE=DC-CE=5$，$\angle DEA=\angle EAB$，

∵AE平分$\angle BAD$，

∴$\angle DAE=\angle EAB$，

∴$\angle DEA=\angle DAE$，

∴$AD=DE$；

∵$DG\perp AE$，

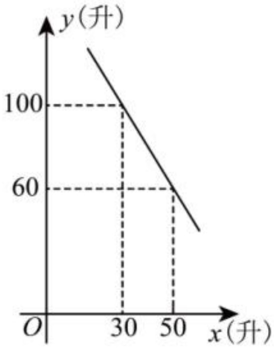
∴$AE=2GE$；

在 $\mathrm{Rt}\triangle DGE$ 中，由勾股定理得 $GE=\sqrt{DE^2-DG^2}=4$，

$\therefore AE=2GE=8$.

【点睛】本题考查了平行四边形的性质，等腰三角形的判定与性质，角平分线的定义，勾股定理.

22. 某学校为了加强常规和应急消毒工作，计划购买甲、乙两种类型的消毒剂，预计购进乙种类型的消毒剂 y（升）与甲种类型的消毒剂 x（升）之间的函数关系如图所示.



（1）求 y 关于 x 的函数解析式（不需要写定义域）；

（2）该学校用 2000 元选购了甲种类型的消毒剂，用 2400 元选购了乙种类型的消毒剂，甲种类型消毒剂的单价比乙种类型消毒剂的单价贵 20 元，求选购的甲、乙两种类型的消毒剂分别是多少升？

【答案】（1）y 关于 x 的函数解析式为 $y=-2x+160$

（2）甲种类型消毒剂购买了 40 升，乙种类型消毒剂购买了 80 升

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的应用，分式方程的应用，利用待定系数法求出 解析式是解题的关键.

（1）在图像上找两点，利用待定系数法即可求解；

（2）设甲种类型消毒剂购买了 x 升，则乙种类型消毒剂购买了 $(-2x+160)$ 升，根据等量关系：甲种类型消毒剂的单价比乙种类型消毒剂的单价贵 20 元，列出分式方程并求解即可.

【小问 1 详解】

解：设所求函数解析式为 $y=kx+b$，

由图像知，直线过 $(30,100)$、$(50,60)$ 两点，

把这两点坐标分别代入 $y=kx+b$ 中，得：$\begin{cases}30k+b=100\\50k+b=60\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=-2\\b=160\end{cases}$，

$\therefore$ y 关于 x 的函数解析式为 $y=-2x+160$.

【小问 2 详解】

解：设甲种类型消毒剂购买了 x 升，则乙种类型消毒剂购买了 $(-2x+160)$ 升，

根据题意，得：$\dfrac{2000}{x}=\dfrac{2400}{-2x+160}+20$，

整理得：$x^2-240x+8000=0$，

解得：$x_1=40$，$x_2=200$，

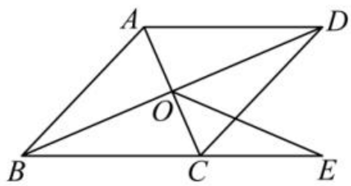
经检验，$x=40$，$x=200$ 都是原方程的解，但当 $x=200$ 时，$-2x+160=-240<0$，与题意不符，

$\therefore x=40$，

$\therefore -2x+160=-2\times 40+160=80$；

答：甲种类型消毒剂购买了 40 升，乙种类型消毒剂购买了 80 升．

23. 已知：如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AD=BC$，对角线 AC、BD 相交于点 O，E 在边 BC 的延长线上，且 $OE=OB$，$\angle ADB=\angle OEB$．



（1）求证：四边形 $ABCD$ 是平行四边形；

（2）连接 DE，求证：$DE\perp BE$．

【答案】（1）见解析　　（2）见解析

【解析】

【分析】本题考查了直角三角形的判定，平行四边形的性质，熟记定理是解题的关键．

（1）证明 $\angle ADB=\angle OBC$，推出 $AD\parallel BC$，利用对边平行且相等的四边形是平行四边形即可证明结论成立；

（2）由平行四边形的性质得到 $BO=OD$，由等量代换推出 $OE=OD$，根据三角形内角和定理即可得到结论．

【小问 1 详解】

证明：$\because OE=OB$，

$\therefore \angle OBE=\angle OEB$，

$\because \angle ADB=\angle OEB$，

$\therefore \angle ADB=\angle OBC$，

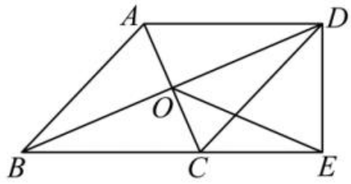
$\therefore AD // BC$，

$\because AD = BC$，

$\therefore$四边形$ABCD$是平行四边形；

【小问2详解】

证明：$\because$四边形$ABCD$是平行四边形，



$\therefore BO = OD$，

$\because OE = OB$，

$\therefore OE = OD$，

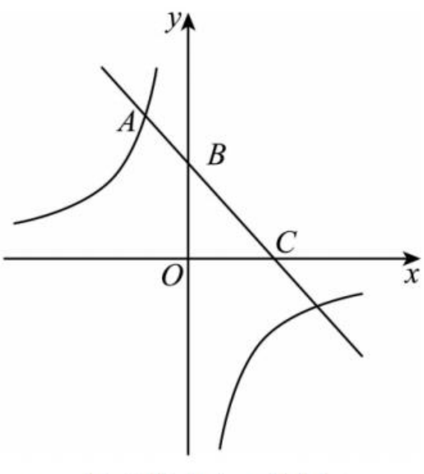
$\therefore \angle OBE = \angle OEB$，$\angle OED = \angle ODE$，

$\because \angle OBE + \angle OEB + \angle OED + \angle ODE = 180°$，

$\therefore \angle BEO + \angle DEO = \angle BED = 90°$，

$\therefore DE \perp BE$.

24. 如图，在平面直角坐标系xOy中，一次函数$y=-x+b$的图象与反比例函数$y=-\dfrac{12}{x}$的图象交于点$A(-2,6)$，与y轴交于点B，与x轴交于点C.



（1）求b的值和点B的坐标；

（2）如果点P是该反比例函数图象上一点，且点P的横坐标小于-2，连接BP、PC，当$\triangle PBC$的面积等于10时，求点P的坐标；

（3）如果点D在该反比例函数的图象上，点Q在x轴上，当以A、B、D、Q为顶点的四边形为平行四边

形时，直接写出点Q的坐标．

【答案】（1）$b=4$，$\left(0,4\right)$；

（2）$\left(-4,3\right)$

（3）$\left(4,0\right)$或$\left(-\frac{4}{5},0\right)$或$\left(-4,0\right)$

【解析】

【分析】本题主要考查了一次函数与反比例函数的综合应用，平行四边形的性质：

（1）利用待定系数法解答，即可；

（2）过点P作$PE\perp x$轴于点E，设点P的坐标为$\left(m,-\frac{12}{m}\right)$，则$PE=-\frac{12}{m},OE=-m$，根据$S_{\triangle PBC}+S_{\triangle PEC}=S_{四边形OBPE}+S_{\triangle OBC}$，得到关于$m$的方程，即可；

（3）设点D的坐标为$\left(s,-\frac{12}{s}\right)$，点$Q$的坐标为$\left(t,0\right)$，分三种情况：若以$AD,BQ$为对角线时，若以$AB,DQ$为对角线时，若以$AQ,DB$为对角线时，即可求解．

【小问1详解】

解：把$A\left(-2,6\right)$代入$y=-x+b$，得：

$6=-\left(-2\right)+b$，解得：$b=4$，

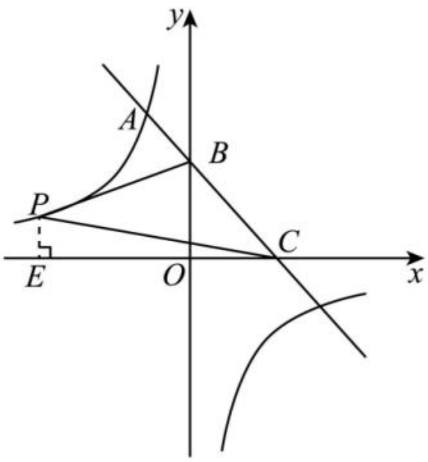
∴一次函数的解析式为$y=-x+4$，

当$x=0$时，$y=4$，

∴点B的坐标为$\left(0,4\right)$；

【小问2详解】

解：如图，过点P作$PE\perp x$轴于点E，



设点 P 的坐标为$\left(m,-\dfrac{12}{m}\right)$，则 $PE=-\dfrac{12}{m},OE=-m$，

对于 $y=-x+4$，

当 $y=0$ 时，$x=4$，

$\therefore$点 C 的坐标为$(4,0)$，

$\therefore OC=4$，

$\because$点 B 的坐标为$(0,4)$，

$\therefore OB=4$，

$\because S_{\triangle PBC}+S_{\triangle PEC}=S_{四边形OBPE}+S_{\triangle OBC}$，△PBC 的面积等于 10，

$\therefore 10+\dfrac{1}{2}\times\left(-\dfrac{12}{m}\right)\times(4-m)=\dfrac{1}{2}\times\left(-\dfrac{12}{m}+4\right)\times(-m)+\dfrac{1}{2}\times4\times4$，

解得：$m_1=-4,m_2=3$（舍去），

$\therefore$点 P 的坐标为$(-4,3)$；

【小问 3 详解】

解：设点 D 的坐标为$\left(s,-\dfrac{12}{s}\right)$，点 Q 的坐标为$(t,0)$，

若以 AD,BQ 为对角线时，

$\begin{cases}\dfrac{-2+s}{2}=\dfrac{t+0}{2}\\ \dfrac{6-\dfrac{12}{s}}{2}=\dfrac{4+0}{2}\end{cases}$，解得：$\begin{cases}s=6\\t=4\end{cases}$，

∴点 Q 的坐标为 $(4,0)$；

若以 AB, DQ 为对角线时，

$\begin{cases} \dfrac{-2+0}{2}=\dfrac{t+s}{2} \\ \dfrac{6+4}{2}=\dfrac{-\frac{12}{s}+0}{2} \end{cases}$，解得：$\begin{cases} s=-\dfrac{6}{5} \\ t=-\dfrac{4}{5} \end{cases}$，

∴点 Q 的坐标为 $\left(-\dfrac{4}{5},0\right)$；

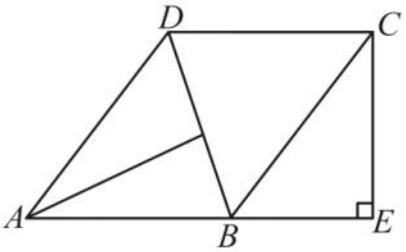
若以 AQ, DB 为对角线时，

$\begin{cases} \dfrac{-2+t}{2}=\dfrac{0+s}{2} \\ \dfrac{6+0}{2}=\dfrac{-\frac{12}{s}+4}{2} \end{cases}$，解得：$\begin{cases} s=-6 \\ t=-4 \end{cases}$，

∴点 Q 的坐标为 $(-4,0)$；

综上所述，点 Q 的坐标为 $(4,0)$ 或 $\left(-\dfrac{4}{5},0\right)$ 或 $(-4,0)$.

25. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 $BD=5$，过点 C 作 $CE\perp AB$，交 AB 延长线于点 E，$BE=4$.



（1）当 $BC=BD$ 时，求 AE 的长；

（2）设 $AB=x$，$EC=y$，求 y 关于 x 的函数关系式（不需要写定义域）；

（3）当 $\triangle ABD$ 是等腰三角形时，求 AB 的长.

【答案】（1）12

（2）$y=\sqrt{9+8x-x^2}$

（3）$AB=5$ 或 $AB=8$ 或 $AB=\dfrac{4+\sqrt{66}}{2}$

【解析】

【分析】本题主要考查了解直角三角形、勾股定理、求函数解析式、平行四边形的性质，熟练掌握勾股定理是解题的关键.

（1）过点 C 作 $CO \parallel BD$ 交 AB 延长线于点 O， 根据平行四边形的性质和等腰三角形的性质求解即可.

（2）由（1）可得 $AB = CD = BO, BD = CO$，根据勾股定理得到 $CE^2 = CO^2 - OE^2$，代入数据求解即可.

（3）分情况讨论，①当 $AB = BD$ 时，可得 $AB = 5$，②当 $AD = BD$ 时，由（1）可得 $AB = 8$，③当 $AD = AB$ 时，由（1）可得 $AB = AD = CB = OB$，根据勾股定理可得 $CE^2 = BC^2 - BE^2 = CO^2 - OE^2$，代入数据计算求解即可.

【小问 1 详解】

解：过点 C 作 $CO \parallel BD$ 交 AB 延长线于点 O，

$\because CO \parallel BD, CD \parallel AB$，

$\therefore$四边形 $DBOC$ 是平行四边形.

$\therefore AB = CD = BO, BD = CO$，

$\because BC = BD$，

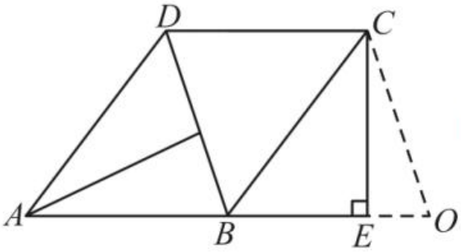
$\therefore BC = CO$，

$\because CE \perp AB$，

$\therefore BO = 2BE = 8$，

$\therefore AB = 8$，

$\therefore AE = AB + BE = 8 + 4 = 12$；



【小问 2 详解】

解：由（1）可得 $AB = CD = BO, BD = CO$，

$\therefore OE = x - 4, CO = 5$，

$\because CE^2 = CO^2 - OE^2$，

$\therefore y^2 = 5^2 - (x - 4)^2$

解得：$y = \sqrt{9 + 8x - x^2}$．

【小问 3 详解】

解：当$\triangle ABD$是等腰三角形时，

①当$AB=BD$时，

$AB=5$.

②当$AD=BD$时，

$\because AD=BC$，

$\therefore BC=BD$，

由（1）可得：$AB=8$.

③当$AD=AB$时，

由（1）可得$AB=AD=CB=OB$，

$\because CE^2=BC^2-BE^2=CO^2-OE^2$，

$\therefore AB^2-4^2=5^2-\left(AB-4\right)^2$，

$\therefore AB^2-16=25-AB^2-16+8x$，

$\therefore 2AB^2-8AB-25=0$，

解得$AB=\dfrac{4+\sqrt{66}}{2}$或$AB=\dfrac{4-\sqrt{66}}{2}$（舍去），

综上所述：AB的长为$AB=5$或$AB=8$或$AB=\dfrac{4+\sqrt{66}}{2}$.