黄浦区 2023 学年第二学期期中考试试卷

八年级 数学学科

（满分 100 分，考试时间 90 分钟）

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分）（每题只有一个选项正确）

1. 下列函数中，不是一次函数的是（　　）

A. $y=\dfrac{7}{x}$　　B. $y=\dfrac{2}{5}x$　　C. $y=\dfrac{1}{2}-3x$　　D. $y=\dfrac{3x+1}{2}$

2. 下列方程组中是二元二次方程组的是（　　）

A. $\begin{cases} x+\dfrac{1}{y}=0 \\ x^2-3y+5y^2=7 \end{cases}$　　B. $\begin{cases} x^2+\dfrac{1}{y}=5 \\ y^2-\dfrac{1}{x}=4 \end{cases}$　　C. $\begin{cases} x+3y=5 \\ x-y=3 \end{cases}$　　D. $\begin{cases} x+y=5 \\ xy=7 \end{cases}$

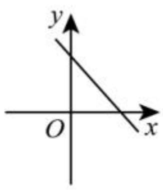
3. 下列方程中，有实数解的是（　　）

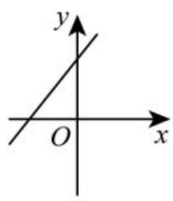
A. $3x^4+12=0$　　B. $\sqrt{x-1}+2=0$　　C. $\dfrac{3}{x-2}=\dfrac{x+1}{x-2}$　　D. $\sqrt{x-5}+\sqrt{5-x}=0$

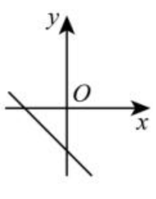
4. 一次函数 $y=(m-1)x+2$ 中，若 y 随 x 的增大而减小，则 m 的值可能是（　　）

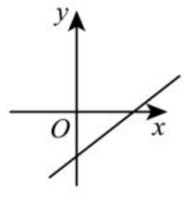
A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

5. 若直线 $y=kx+b$ 经过第一、二、四象限，则函数 $y=bx-k$ 的大致图象是（　　）

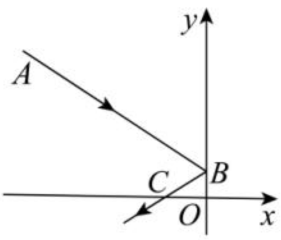
A. 

B. 

C. 

D. 

6. 如图，从光源 A 发出的一束光，遇到平面镜（y 轴）上的点 B 后的反射光线 BC 交 x 轴于点 $C(-1,0)$，若光线 AB 满足的函数关系式为：$y=-\dfrac{2}{3}x+b$，则 b 的值是（　　）



A. 2　　B. $\frac{3}{2}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. 1

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分）

7. 直线 $y=-2x-6$ 在 y 轴上的截距是______.

8. 方程 $32+x^5=0$ 的根是 $x=$______.

9. 直线 $y=3x-1$ 向______（填“上”或“下”）平移______个单位得到直线 $y=3x+3$.

10. 已知直线 $y=4x+2$ 与直线 $y=k^2x+k$ 平行，则 k 的值等于______.

11. 已知点 $A(-1,y_1)$，$B(2,y_2)$ 在函数 $y=-2x+5$ 的图像上，则 y_1______y_2.（填>、<或=）

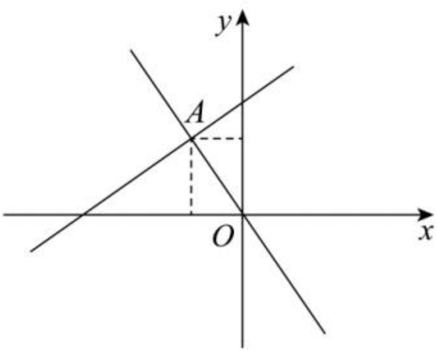
12. 用换元法解方程 $\frac{x^2-1}{2x}-\frac{x}{x^2-1}=5$，设 $\frac{x^2-1}{x}=y$，则得到关于 y 的整式方程为______.

13. 方程 $\sqrt{x-5}\cdot\sqrt{x+3}=0$ 的解为________.

14. 若关于 x 的方程 $\frac{2m+x}{x-3}-1=\frac{2}{x}$ 无解，则 m 的值是___________.

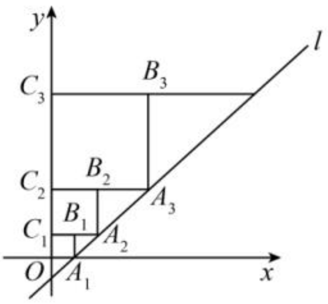
15. 一个二元一次方程和一个二元二次方程组成的二元二次方程组的解是：$\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$ 和 $\begin{cases}x=-2\\y=-1\end{cases}$，试写出一个符合要求的方程组______（一个即可）.

16. 如图，函数 $y=-2x$ 和 $y=kx+4$ 的图象相交于点 $A(m,3)$，则关于的 x 不等式 $kx+4+2x\ge 0$ 的解集为_________.

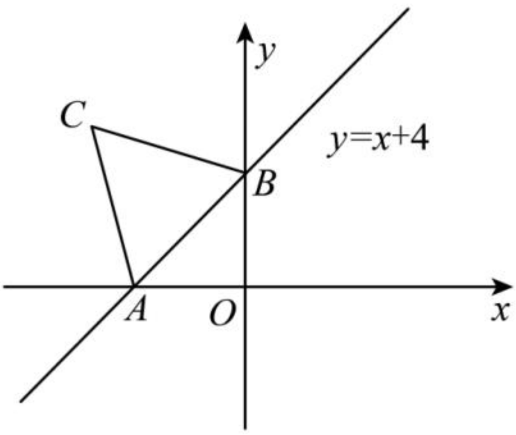


17. 在平面直角坐标系中，直线 l：$y=x-1$ 与 x 轴交于点 A_1，如图所示依次作正方形 $A_1B_1C_1O$、正方形

$A_2B_2C_2C_1$，、…、正方形 $A_nB_nC_nC_{n-1}$，使得点 A_1、A_2、A_3…在直线 l 上，点 C_1、C_2、C_3…在 y 轴正半轴上，则 $\triangle A_{2023}A_{2024}B_{2023}$ 的面积是______.



18. 如图直 $y=x+4$ 与 x 轴、y 轴分别交于 A，B 两点，以 AB 为边在 AB 左侧作等边三角形 ABC，若平面内有一点 $P(m,1)$，使得 $\triangle ABP$ 与 $\triangle ABC$ 的面积相等，则 m 的值为_______.



三、简答题：（本大题共 6 题，每题 6 分，满分 36 分）

19. 解关于 x 的方程：$ax-x=a^2-a$

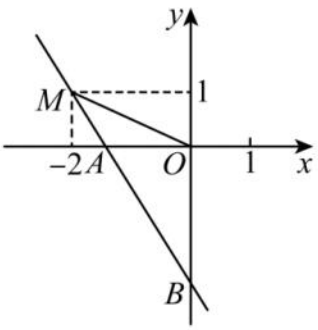
20. 解方程：$2\sqrt{x+5}+10=x$.

21. 解方程：$\frac{6x}{x^2-9}+\frac{3}{3-x}=1-\frac{1}{x+3}$.

22. 解方程组：$\begin{cases}x^2+xy=0\\x^2+4xy+4y^2=9\end{cases}$

23. 用换元法解方程组：$\begin{cases}\frac{2}{x-2}+\frac{3}{y}=-4\\\frac{6}{x-2}-\frac{1}{y}=8\end{cases}$

24. 如图，已知一次函数 $y=kx-3$ 图象经过点 $M(-2,1)$，且与 x 轴交于点 A .

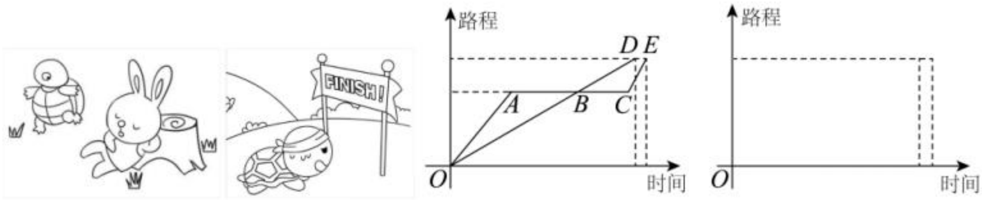


（1）求k的值；

（2）求$\triangle AOB$的面积．

四、解答题：（本大题共3题，25题6分，26题7分，27题9分，满分22分）

25．“龟兔赛跑”是一则著名的寓言故事，请完成下列问题：



图①　　图②　　图③　　图④

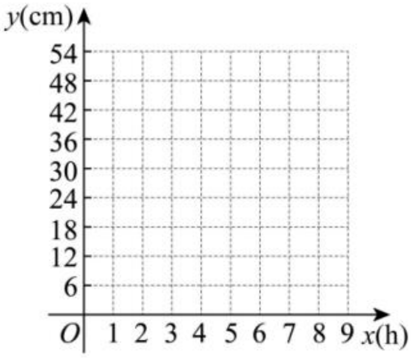
（1）图①描绘的场景对应图③中的点______，图②描绘的场景对应图③中的点______；

（2）你认为图③中的线段OA与线段CE是否平行？请说明你的理由；

（3）如果龟兔约定按照相同的规则再比赛一次，且兔龟都没睡觉兔子先到达终点，请在图④画出比赛的大致函数图像．

26．《九章算术》中记载，浮箭漏（如图①）出现于汉武帝时期，它由供水壶和箭壶组成，箭壶内装有箭尺，水匀速地从供水壶流到箭壶，箭壶中的水位逐渐上升，箭尺匀速上浮，可通过读取箭尺读数计算时间．某学校科技研究小组仿制了一套浮箭漏，并从函数角度进行了如下实验探究．研究小组每2h记录一次箭尺读数（箭尺最大读数为120cm），得到如表：

供水时间 $x(\mathrm{h})$	0	2	4	6	8
箭尺读数 $y(\mathrm{cm})$	6	18	30	42	54

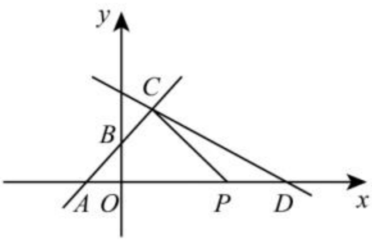


（1）如图②，建立平面直角坐标系，横轴表示供水时间$x(\text{h})$，纵轴表示箭尺读数$y(\text{cm})$，描出以表格中数据为坐标的各点，并连线；

（2）观察描出各点的分布规律，可以知道它是我们学过的______函数，请结合表格数据，求出该函数解析式；

（3）应用上述得到的规律计算：如果本次实验记录的开始时间是上午$8:00$，那么当箭尺读数为93cm 时是什么时候？

27. 如图，在平面直角坐标系中，直线$y=x+2$与x轴，y轴分别交于A，B两点，点$C(2,m)$为直线$y=x+2$上一点，直线$y=-\frac{1}{2}x+b$过点C.



（1）求m和b的值；

（2）直线$y=-\frac{1}{2}x+b$与x轴交于点D，动点P从点D开始以每秒1个单位的速度向x轴负方向运动，设点P的运动时间为t秒.

①若点P在线段DA上，设$\triangle ACP$的面积为S，请求出S与t之间的函数关系式，并写出自变量t的取值范围；

②是否存在t的值，使$\triangle ACP$为等腰三角形？若存在，直接写出t的值：若不存在，请说明理由.

黄浦区 2023 学年第二学期期中考试试卷

八年级 数学学科（答案解析）

（满分 100 分，考试时间 90 分钟）

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分）（每题只有一个选项正确）

1. 下列函数中，不是一次函数的是（　　）

A. $y=\frac{7}{x}$　　　　B. $y=\frac{2}{5}x$　　　　C. $y=\frac{1}{2}-3x$　　　　D. $y=\frac{3x+1}{2}$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了一次函数解析式，熟练掌握定义是解决本题的关键．

一般地，形如 $y=kx+b$（$k\neq0$，k、b 为常数）的函数叫做一次函数，直接根据定义即可做出判断．

【详解】解：A、$y=\frac{7}{x}$ 分母中含有未知数，不是一次函数，故本选项符合题意；

B、C、D 均是一次函数，故不符合题意．

故选：A．

2. 下列方程组中是二元二次方程组的是（　　）

A. $\begin{cases} x+\frac{1}{y}=0 \\ x^2-3y+5y^2=7 \end{cases}$　　B. $\begin{cases} x^2+\frac{1}{y}=5 \\ y^2-\frac{1}{x}=4 \end{cases}$　　C. $\begin{cases} x+3y=5 \\ x-y=3 \end{cases}$　　D. $\begin{cases} x+y=5 \\ xy=7 \end{cases}$

【答案】D

【解析】

【分析】含有两个未知数，且未知数的最高次数是 2，这样的整式方程组是二元二次方程组，根据定义逐一分析即可．

【详解】解：$\begin{cases} x+\frac{1}{y}=0 \\ x^2-3y+5y^2=7 \end{cases}$ 不符合整式方程组的条件，故 A 不符合题意；

$\begin{cases} x^2+\frac{1}{y}=5 \\ y^2-\frac{1}{x}=4 \end{cases}$ 不符合整式方程组的条件，故 B 不符合题意；

$\begin{cases}x+3y=5\\x-y=3\end{cases}$的最高次项的次数是 1，故 C 不符合题意；

$\begin{cases}x+y=5\\xy=7\end{cases}$符合二元二次方程组的条件，故 D 符合题意；

故选 D

【点睛】本题考查二元二次方程组的识别，掌握该定义是求解本题的关键.

3. 下列方程中，有实数解的是（　　）

A. $3x^4+12=0$　　B. $\sqrt{x-1}+2=0$　　C. $\frac{3}{x-2}=\frac{x+1}{x-2}$　　D. $\sqrt{x-5}+\sqrt{5-x}=0$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了一元二次方程、分式方程、无理方程的解法，掌握一元二次方程、分式方程及无理方程的解法是解决本题的关键.

解各个方程，根据解的情况得结论.

【详解】解：A、$3x^4+12=0$ 得 $x^4=-4$，无实数解，故本选项不符合题意；

B、$\sqrt{x-1}+2=0$ 得 $\sqrt{x-1}=-2$，无实数解，故本选项不符合题意；

C、$\frac{3}{x-2}=\frac{x+1}{x-2}$，去分母得 $x+1=3$，解得 $x=2$，但 $x=2$ 是增根，无实数解，故本选项不符合题意；

D、$\sqrt{x-5}+\sqrt{5-x}=0$，解得 $x=5$，故本选项符合题意.

故选：D.

4. 一次函数 $y=(m-1)x+2$ 中，若 y 随 x 的增大而减小，则 m 的值可能是（　　）

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的性质，熟练掌握一次函数的性质是解答本题的关键.

根据题意，y 随 x 的增大而减小，则 $m-1<0$，由此得到答案.

【详解】解：根据题意得：

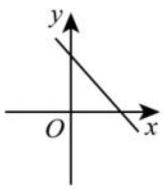
一次函数 $y=(m-1)x+2$ 中，若 y 随 x 的增大而减小，

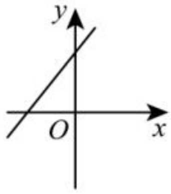
$\therefore m-1<0$，

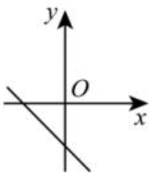
$\therefore m<1$，

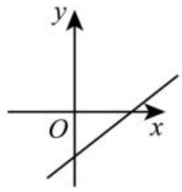
故选：A．

5. 若直线 $y=kx+b$ 经过第一、二、四象限，则函数 $y=bx-k$ 的大致图象是（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查的是一次函数图象与性质，熟记直线 $y=kx+b$，当 $k>0$，$b>0$ 时，图象经过第一、二、三象限；当 $k>0$，$b<0$ 时，图象经过第一、三、四象限；当 $k<0$，$b>0$ 时，图象经过第一、二、四象限；当 $k<0$，$b<0$ 时，图象经过第二、三、四象限．先判断 $b>0$，$-k>0$，从而可得答案．

【详解】解：∵一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过第一、二、四象限，

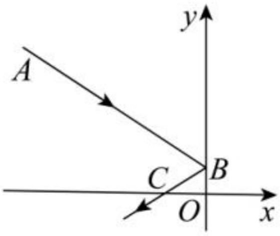
$\therefore k<0$，$b>0$，

$\therefore b>0$，$-k>0$，

∴一次函数 $y=bx-k$ 图象第一、二、三象限，

故选：B．

6. 如图，从光源 A 发出的一束光，遇到平面镜（y 轴）上的点 B 后的反射光线 BC 交 x 轴于点 $C\left(-1,0\right)$，若光线 AB 满足的函数关系式为：$y=-\dfrac{2}{3}x+b$，则 b 的值是（　　）



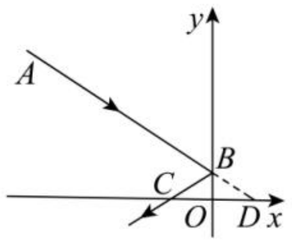
A. 2　　B. $\dfrac{3}{2}$　　C. $\dfrac{2}{3}$　　D. 1

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查待定系数法求函数解析式、全等三角形的判定与性质、坐标与图形，证明$\triangle BOC \cong \triangle BOD$得到$OD=OC$，进而求得点$D$坐标，然后利用待定系数法求解即可．

【详解】解：延长AB交x轴于点D，



由入射角等于反射角得$\angle CBO=\angle DBO$，又$OB=OB$，$\angle COB=\angle DOB$，

$\therefore \triangle BOC \cong \triangle BOD(\text{ASA})$，

$\therefore OD=OC$，

$\because C(-1,0)$，

$\therefore OC=1$，即$OD=1$，

$\therefore D(1,0)$，

代入$y=-\frac{2}{3}x+b$中，得$-\frac{2}{3}+b=0$，

$\therefore b=\frac{2}{3}$，

故选：C．

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分）

7. 直线$y=-2x-6$在y轴上的截距是______．

【答案】-6

【解析】

【分析】本题主要考查截距的定义，熟练掌握知识点是解决本题的关键．

一条直线与y轴交点的纵坐标叫做这条直线在y轴上的截距，简称直线的截距，依据定义即可求解．

【详解】解：当$x=0$时，$y=-6$，$\therefore$截距为-6，

故答案为：-6．

8. 方程$32+x^5=0$的根是$x=$______．

【答案】-2

【解析】

【分析】本题考查了解特殊的高次方程，熟练掌握解法是解决本题的关键．

本题中移项，得 $x^5=-32$，将问题转化为求一个已知数的 n 次方根的问题．

【详解】解：$32+x^5=0$，

$x^5=-32$

$x=-2$，

故答案为：-2

9. 直线 $y=3x-1$ 向______（填“上”或“下”）平移______个单位得到直线 $y=3x+3$．

【答案】　①. 上　②. 4

【解析】

【分析】本题考查了一次函数图像的平移，熟练掌握知识点是解决本题的关键．

根据平移规律“上加下减”，即可求解．

【详解】解：设平移后解析式为 $y=3x-1+b$，

则 $-1+b=3$，解得 $b=4$，因此确定为向上平移 4 个单位，

故答案为：上，4．

10. 已知直线 $y=4x+2$ 与直线 $y=k^2x+k$ 平行，则 k 的值等于______．

【答案】-2

【解析】

【分析】本题考查了一次函数图像平行的条件，熟练掌握知识点是解决本题的关键．

根据一次函数图像平行的条件：k 相同，b 不相同，即可得到 $\begin{cases}k^2=4\\k\neq 2\end{cases}$，求解即可．

【详解】解：由题意得：$\begin{cases}k^2=4\\k\neq 2\end{cases}$

解得：$k=-2$，

故答案为：-2．

11. 已知点 $A(-1,y_1)$，$B(2,y_2)$ 在函数 $y=-2x+5$ 的图像上，则 y_1______y_2．（填>、<或＝）

【答案】>

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的性质，根据一次函数的性质，$k=-2<0$，y 随 x 的增大而减小，结合 $-1<2$，

计算即可，熟练掌握性质是解题的关键.

【详解】∵点 $A\left(-1,y_1\right)$，$B\left(2,y_2\right)$在函数 $y=-2x+5$ 的图像上，

∴ $k=-2<0$，y 随 x 的增大而减小，

∵ $-1<2$，

∴ $y_2<y_1$，

故答案为：>.

12. 用换元法解方程 $\frac{x^2-1}{2x}-\frac{x}{x^2-1}=5$，设 $\frac{x^2-1}{x}=y$，则得到关于 y 的整式方程为______.

【答案】$y^2-10y-2=0$

【解析】

【分析】本题考查了用换元法解分式方程，掌握换元法、变量代换法，通过引进新的变量，可以把分散的条件联系起来，隐含的条件显露出来，或者把条件与结论联系起来，或者变为熟悉的形式，把复杂的计算和推证简化是解题的关键.

设 $\frac{x^2-1}{x}=y$，则 $\frac{x^2-1}{2x}=\frac{1}{2}y$，$\frac{x}{x^2-1}=\frac{1}{y}$，转化后再进一步整理得到整式方程即可.

【详解】解：设 $\frac{x^2-1}{x}=y$，则 $\frac{x^2-1}{2x}=\frac{1}{2}y$，$\frac{x}{x^2-1}=\frac{1}{y}$，

∴原方程可化为：$\frac{1}{2}y-\frac{1}{y}=5$，整理得：$y^2-10y-2=0$，

故答案为：$y^2-10y-2=0$.

13. 方程 $\sqrt{x-5}\cdot\sqrt{x+3}=0$ 的解为________.

【答案】$x=5$

【解析】

【分析】根据两个数的积为零，则至少一个为零，即可求解.

【详解】解：∵ $\sqrt{x-5}\cdot\sqrt{x+3}=0$，

∴ $\sqrt{x-5}=0$ 或 $\sqrt{x+3}=0$，

即 $x-5=0$ 或 $x+3=0$，

解得：$x=5$或$x=-3$，

经检验，$x=-3$时，$x-5<0$，故它不是原方程的解．

故答案为：$x=5$．

【点睛】本题考查的是解无理方程，关键是通过乘方转化为有理方程，注意解无理方程要检验．

14. 若关于x的方程$\frac{2m+x}{x-3}-1=\frac{2}{x}$无解，则$m$的值是___________．

【答案】$-\frac{1}{2}$或$-\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】将分式方程转化为整式方程，分整式方程无解和分式方程有增根两种情况求解即可．

【详解】解：$\frac{2m+x}{x-3}-1=\frac{2}{x}$，

方程两边同乘：$x(x-3)$，得：$2mx+x^2-x^2+3x=2x-6$，

整理得：$(2m+1)x=-6$，

①整式方程无解：$2m+1=0$，解得：$m=-\frac{1}{2}$；

②分式方程有增根：$x=0$或$x-3=0$，解得：$x=0$或$x=3$；

当$x=0$时：整式方程无解；

当$x=3$时：$3(2m+1)=-6$，解得：$m=-\frac{3}{2}$；

综上，当$m=-\frac{1}{2}$或$m=-\frac{3}{2}$时，分式方程无解；

故答案为：$-\frac{1}{2}$或$-\frac{3}{2}$．

【点睛】本题考查分式方程无解问题．熟练掌握整式方程无解或分式方程有增根时，分式方程无解，是解题的关键．

15. 一个二元一次方程和一个二元二次方程组成的二元二次方程组的解是：$\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$和$\begin{cases}x=-2\\y=-1\end{cases}$，试写出一个符合要求的方程组______（一个即可）．

【答案】$\begin{cases}x-2y=0\\x^2+y^2=5\end{cases}$（答案不唯一）

【解析】

【分析】观察方程组的两组解，可以看出$x=2y$，$x^2+y^2=5$，联立可得方程组．

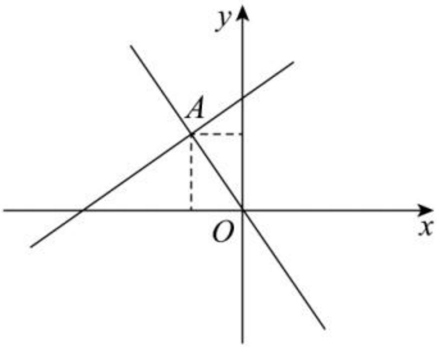
【详解】解：∵根据方程组的解可以看出$x=2y$，$x^2+y^2=5$

∴方程组$\begin{cases}x-2y=0\\x^2+y^2=5\end{cases}$符合条件

故答案为：$\begin{cases}x-2y=0\\x^2+y^2=5\end{cases}$（答案不唯一）

【点睛】本题考查了根据未知数的解写方程组，解题的关键是根据解之间的数量关系来表示方程组.

16. 如图，函数$y=-2x$和$y=kx+4$的图象相交于点$A(m,3)$，则关于的x不等式$kx+4+2x\geq0$的解集为__________.



【答案】$x\geq-1.5$

【解析】

【分析】此题考查了一次函数与一元一次不等式的关系，关键是求出A点坐标以及利用数形结合的思想．先利用待定系数法求出A点坐标，结合图象写出不等式$kx+4+2x\geq0$的解集即可.

【详解】解：将点$A(m,3)$代入$y=-2x$得，$-2m = 3$，

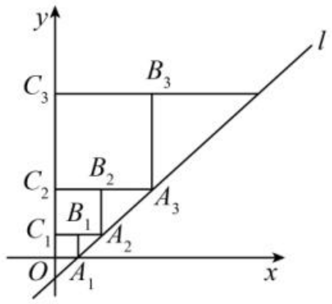
解得，$m=-1.5$，

所以点A的坐标为$(-1.5,3)$，

由图可知，不等式$kx+4+2x\geq0$的解集为$x\geq-1.5$.

故答案为：$x\geq-1.5$.

17. 在平面直角坐标系中，直线l：$y=x-1$与x轴交于点A_1，如图所示依次作正方形$A_1B_1C_1O$、正方形$A_2B_2C_2C_1$，、…、正方形$A_nB_nC_nC_{n-1}$，使得点A_1、A_2、A_3…在直线l上，点C_1、C_2、C_3…在y轴正半轴上，则$\triangle A_{2023}A_{2024}B_{2023}$的面积是______.



【答案】2^{4043}

【解析】

【分析】本题考查了一次函数图象上点的坐标特征以及规律型中点的坐标的变化，根据点的坐标的变化找出变化规律“$A_n\left(2^{n-1},2^{n-1}-1\right)$（$n$为正整数）”是解题的关键.

根据一次函数图象上点的坐标特征找出A_1、A_2、A_3、A_4的坐标，结合图形即可得知点B_n是线段C_nA_{n+1}的中点，由此即可得出点B_n的坐标，然后根据三角形的面积公式即可得到结论.

【详解】解：观察，发现：$A_1(1,0)$，$A_2(2,1)$，$A_3(4,3)$，$A_4(8,7)$，$A_5(16,15)$，$A_6(32,31)$，…，

$\therefore A_n\left(2^{n-1},2^{n-1}-1\right)$（$n$为正整数）.

观察图形可知：点B_n是线段C_nA_{n+1}的中点，

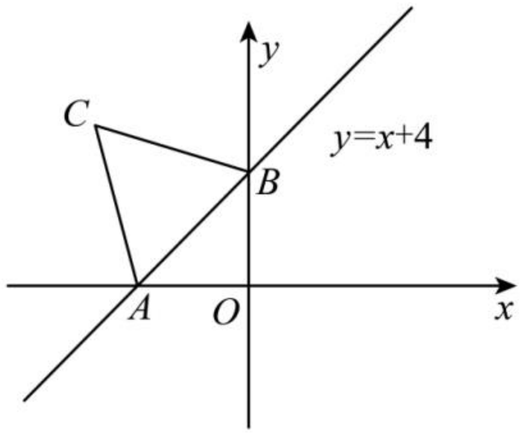
$\therefore$点B_n的坐标是$\left(2^{n-1},2^n-1\right)$，$A_n\left(2^{n-1},2^{n-1}-1\right)$（$n$为正整数），

$\therefore \triangle A_nA_{n+1}B_n$的面积是$\dfrac{1}{2}(2^{n-1})^2=2^{2n-3}$，

$\therefore \triangle A_{2023}A_{2024}B_{2023}$的面积$=2^{2\times2023-3}=2^{4043}$，

故答案为：2^{4043}.

18. 如图直$y=x+4$与x轴、y轴分别交于A，B两点，以AB为边在AB左侧作等边三角形ABC，若平面内有一点$P(m,1)$，使得$\triangle ABP$与$\triangle ABC$的面积相等，则m的值为______.

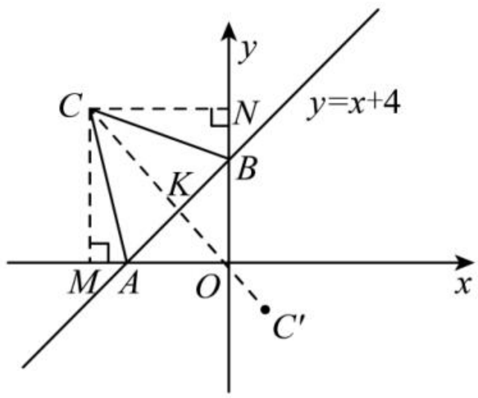


【答案】$-4\sqrt{3}-3$ 或 $4\sqrt{3}-3$

【解析】

【分析】本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，二次根式的混合运算，熟练掌握一次函数解析式的求法是解答本题的关键．利用直线解析式得到点 A，B 的坐标，求出 AB 长，根据 $BC=AC$，$OA=OB$ 得到 OC 垂直平分线段 AB，计算出点 C 坐标，求解过点 C 平行于直线 AB 的解析式，同理求解点 C 关于直线 AB 的对称的点 C' 的坐标及过点 C' 平行于直线 AB 的解析式，再利用一次函数的性质可得答案．

【详解】解：连接 CO 交 AB 于 K，作 $CM\perp x$ 轴，垂足为 M，作 $CN\perp y$ 轴，垂足为 N，



∵直线 AB 的解析式为 $y=x+4$，

∴ $A(-4,0)$，$B(0,4)$，

∴ $OA=OB$，$AB=AC=BC=4\sqrt{2}$，

∵ $AC=BC$，

∴ CO 是线段 AB 的垂直平分线，$\angle COM=\angle CON=45°$，

∴ $OK=AK=BK=\frac{1}{2}AB=2\sqrt{2}$，

$\therefore CK=\sqrt{\left(4\sqrt{2}\right)^2-\left(2\sqrt{2}\right)^2}=2\sqrt{6}$，

$\therefore CO=2\sqrt{6}+2\sqrt{2}$，

$\therefore CM=CN=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\left(2\sqrt{6}+2\sqrt{2}\right)=2\sqrt{3}+2$，

$\therefore C\left(-2\sqrt{3}-2,2\sqrt{3}+2\right)$，

设过点 C 平行于直线 AB 的解析式为 $y=x+b$，代入点 C 坐标得，

$2\sqrt{3}+2=-2\sqrt{3}-2+b$，

$\therefore b=4\sqrt{3}+4$，

$\therefore$过点 C 平行于直线 AB 的解析式为 $y=x+4\sqrt{3}+4$，

令 $y=1$时，$x=-4\sqrt{3}-3$，即 $m=-4\sqrt{3}-3$；

由对称性可得：$C'O=C'K-OK=CK-OK=2\sqrt{6}-2\sqrt{2}$，

同理可得：$C'\left(2\sqrt{3}-2,2-2\sqrt{3}\right)$，

过点 C' 平行于直线 AB 的解析式为 $y=x-4\sqrt{3}+4$，

令 $y=1$时，$x=m=4\sqrt{3}-3$，

综上，满足条件的 m 值为：$-4\sqrt{3}-3$ 或 $4\sqrt{3}-3$.

故答案为：$-4\sqrt{3}-3$ 或 $4\sqrt{3}-3$.

三、简答题：（本大题共 6 题，每题 6 分，满分 36 分）

19. 解关于 x 的方程：$ax-x=a^2-a$

【答案】当 $a\neq1$时，$x=a$；当 $a=1$时，方程有无数个解

【解析】

【分析】方程左边变形后，然后分 $a-1\neq0$ 和 $a-1=0$ 两种情形讨论.

【详解】解：$x(a-1)=a(a-1)$

当 $a-1\neq0$，即 $a\neq1$时，

$\therefore x=a$；

当$a-1=0$，即$a=1$时，

方程有无数个解．

综上，当$a\neq 1$时，$x=a$；当$a=1$时，方程有无数个解．

【点睛】此题考查了解一元一次方程，正确掌握一元一次方程的解法是解题的关键．

20. 解方程：$2\sqrt{x+5}+10=x$．

【答案】$x=20$

【解析】

【分析】根据二次根式和乘方的性质，得一元二次方程、一元一次不等式，通过求解即可得到答案．

【详解】$\because 2\sqrt{x+5}+10=x$

$\therefore 2\sqrt{x+5}=x-10$

$\therefore 4\left(x+5\right)=\left(x-10\right)^2$，且$x+5\geq 0$，$x-10\geq 0$

$\therefore \left(x-4\right)\left(x-20\right)=0$，$x\geq -5$，$x\geq 10$

$\therefore x_1=4$，$x_2=20$，$x\geq -5$，$x\geq 10$

$\therefore x=20$为方程的解．

【点睛】本题考查了二次根式、乘方、一元二次方程、一元一次不等式的知识；解题的关键是熟练掌握二次根式、乘方、一元二次方程、一元一次不等式的性质，从而完成求解．

21. 解方程：$\dfrac{6x}{x^2-9}+\dfrac{3}{3-x}=1-\dfrac{1}{x+3}$．

【答案】$x=1$

【解析】

【分析】分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到x的值，经检验即可得到分式方程的解．

【详解】解：$\dfrac{6x}{x^2-9}+\dfrac{3}{3-x}=1-\dfrac{1}{x+3}$

去分母得：$6x-3\left(x+3\right)=x^2-9-\left(x-3\right)$,

整理得：$x^2-4x+3=0,$

即$(x-1)(x-3)=0,$

解得：$x=1$或$x=3,$

当 $x=1$ 时，$(x+3)(x-3)\neq 0$,

当 $x=3$ 时，$(x+3)(x-3)=0$,

$\therefore x=3$ 是增根，分式方程的解为 $x=1$.

【点睛】此题考查了解分式方程，利用了转化的思想，解分式方程注意要检验.

22. 解方程组：$\begin{cases}x^2+xy=0\\x^2+4xy+4y^2=9\end{cases}$

【答案】$\begin{cases}x_1=0\\y_1=-\dfrac{3}{2}\end{cases}$,$\begin{cases}x_2=0\\y_2=\dfrac{3}{2}\end{cases}$,$\begin{cases}x_3=-3\\y_3=3\end{cases}$,$\begin{cases}x_4=3\\y_4=-3\end{cases}$

【解析】

【分析】由第一个等式可得 x（x+y）=0，从而讨论可①x=0，②x≠0，（x+y）=0，这两种情况下结合第二个等式（x+2y）^{2} =9 可得出 x 和 y 的值.

【详解】∵x(x+y)=0，

①当 x=0 时,$(x+2y)^2=9$，

解得：$y_1=\dfrac{3}{2}$,$y_2=-\dfrac{3}{2}$ ；

②当 x≠0，x+y=0 时，

∵x+2y=±3，

解得：$\begin{cases}x=-3\\y=3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=3\\y=-3\end{cases}$.

综上可得,原方程组的解是 $\begin{cases}x_1=0\\y_1=-\dfrac{3}{2}\end{cases}$,$\begin{cases}x_2=0\\y_2=\dfrac{3}{2}\end{cases}$,$\begin{cases}x_3=-3\\y_3=3\end{cases}$,$\begin{cases}x_4=3\\y_4=-3\end{cases}$.

【点睛】此题考查二元二次方程组，解题关键在于掌握运算法则.

23. 用换元法解方程组：$\begin{cases}\dfrac{2}{x-2}+\dfrac{3}{y}=-4\\\dfrac{6}{x-2}-\dfrac{1}{y}=8\end{cases}$

【答案】$\begin{cases}x=3\\y=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$

【解析】

【分析】本题考查了换元法解方程组．设 $\frac{1}{x-2}=u$，$\frac{1}{y}=v$，则原方程组可化为 $\begin{cases}2u+3v=-4\\6u-v=8\end{cases}$，求出 $\begin{cases}u=1\\v=-2\end{cases}$，

从而得到 $\begin{cases}\frac{1}{x-2}=1\\\frac{1}{y}=-2\end{cases}$，求解即可．

【详解】解：设 $\frac{1}{x-2}=u$，$\frac{1}{y}=v$，则原方程组可化为 $\begin{cases}2u+3v=-4\\6u-v=8\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}u=1\\v=-2\end{cases}$，

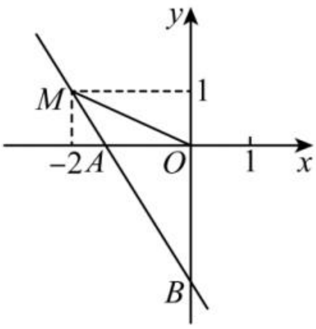
于是，得 $\begin{cases}\frac{1}{x-2}=1\\\frac{1}{y}=-2\end{cases}$，

得 $\begin{cases}x=3\\y=-\frac{1}{2}\end{cases}$，

检验：把 $x=3$，$y=-\frac{1}{2}$ 代入原方程组中所含各分式的分母，各分母的值不为零，

$\therefore$ 原方程组的解是 $\begin{cases}x=3\\y=-\frac{1}{2}\end{cases}$．

24. 如图，已知一次函数 $y=kx-3$ 图象经过点 $M\left(-2,1\right)$，且与 x 轴交于点 A．



（1）求 k 的值；

（2）求 $\triangle AOB$ 的面积．

【答案】（1）k 的值为 -2；

（2）$\frac{9}{4}$.

【解析】

【分析】（1）由一次函数 $y=kx-3$ 图象经过点 $M\left(-2,1\right)$，利用一次函数图象上点的坐标特征，可得出 $1=-2k-3$，解之即可得出 k 的值；

（2）利用一次函数图象上点的坐标特征，可求出点 A，B 的坐标，进而可得出 OA，OB 的值，再利用三角形的面积公式，即可求出 $\triangle AOB$ 的面积；

本题考查了一次函数图象上点的坐标特征以及三角形的面积，解题的关键是：（1）代入点的坐标，求出 k 值；（2）利用一次函数图象上点的坐标特征，求出点 A，B 的坐标.

【小问 1 详解】

$\because$ 一次函数 $y=kx-3$ 图象经过点 $M\left(-2,1\right)$，

$\therefore 1=-2k-3$，

解得：$k=-2$，

$\therefore k$ 的值为 -2；

【小问 2 详解】

由（1）可知：直线 AB 的解析式为 $y=-2x-3$，

当 $x=0$ 时，$y=-2\times0-3=-3$，

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $\left(0,-3\right)$，

$\therefore OB=3$；

当 $y=0$ 时，$-2x-3=0$，

解得：$x=-\frac{3}{2}$，

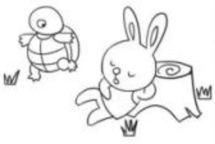
$\therefore$ 点 A 的坐标为 $\left(-\frac{3}{2},0\right)$，

$\therefore OA=\frac{3}{2}$，

$\therefore S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}OA\cdot OB=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times3=\frac{9}{4}$.

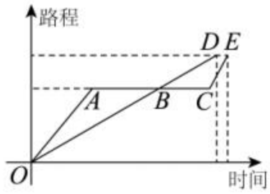
四、解答题：（本大题共 3 题，25 题 6 分，26 题 7 分，27 题 9 分，满分 22 分）

25．“龟兔赛跑”是一则著名的寓言故事，请完成下列问题：

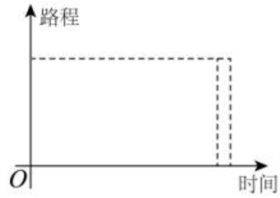


图①

图②



图③



图④

（1）图①描绘的场景对应图③中的点______，图②描绘的场景对应图③中的点______；

（2）你认为图③中的线段OA与线段CE是否平行？请说明你的理由；

（3）如果龟兔约定按照相同的规则再比赛一次，且兔龟都没睡觉兔子先到达终点，请在图④画出比赛的大致函数图像．

【答案】（1）B，D　　（2）不平行，理由见详解

（3）图见详解

【解析】

【分析】本题主要考查函数图像，解题的关键是理解题意；

（1）根据图像及题意可进行求解；

（2）根据图像可进行求解；

（3）根据题意可直接画出函数图像

【小问1详解】

解：图①描绘的场景对应图③中的点B，图②描绘的场景对应图③中的点D；

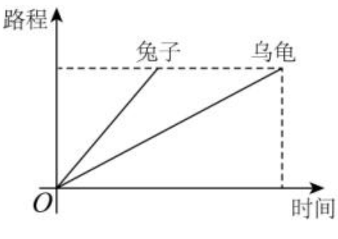
故答案为B，D；

【小问2详解】

解：线段OA与线段CE不平行；理由是因为兔子在发现自己被乌龟赶超了，速度肯定会有所提升，这样就比刚开始比赛时的速度更快，结合速度、时间和路程是成正比例关系的，速度越快，代表着直线的倾斜度也越陡，所以这两条直线是不会平行的；

【小问3详解】

解：由题意可得如下图像：

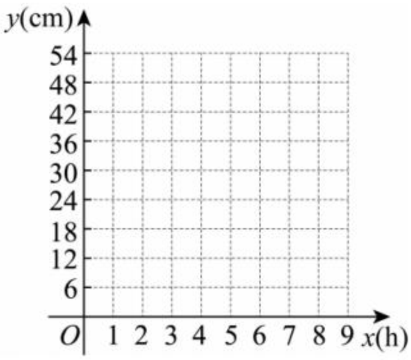


图④

26. 《九章算术》中记载，浮箭漏（如图①）出现于汉武帝时期，它由供水壶和箭壶组成，箭壶内装有箭尺，

水匀速地从供水壶流到箭壶，箭壶中的水位逐渐上升，箭尺匀速上浮，可通过读取箭尺读数计算时间．某学校科技研究小组仿制了一套浮箭漏，并从函数角度进行了如下实验探究．研究小组每 2h 记录一次箭尺读数（箭尺最大读数为120cm），得到如表：

供水时间 $x(\mathrm{h})$	0	2	4	6	8
箭尺读数 $y(\mathrm{cm})$	6	18	30	42	54



（1）如图②，建立平面直角坐标系，横轴表示供水时间 $x(\mathrm{h})$，纵轴表示箭尺读数 $y(\mathrm{cm})$，描出以表格中数据为坐标的各点，并连线；

（2）观察描出各点的分布规律，可以知道它是我们学过的______函数，请结合表格数据，求出该函数解析式；

（3）应用上述得到的规律计算：如果本次实验记录的开始时间是上午 $8:00$，那么当箭尺读数为93cm 时是什么时候？

【答案】（1）见详解　（2）一次；$y=6x+6$

（3）$22:30$

【解析】

【分析】本题主要考查一次函数的应用，解题的关键是读懂题意，掌握待定系数法求函数解析式．

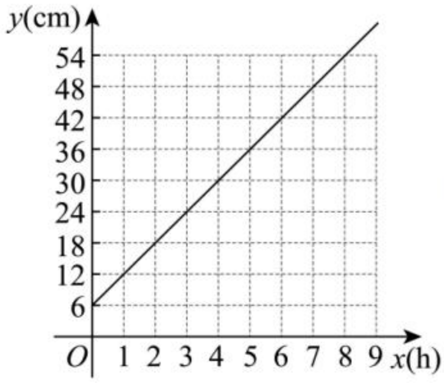
（1）由表格描点，连线即可；

（2）根据函数图象可得是一次函数，用待定系数法可求出函数关系式；

（3）求出 $y=93$ 时 x 的值，然后计算即可．

【小问 1 详解】

解：描出以表格中数据为坐标的各点，并连线，如图：



【小问 2 详解】

解：设解析式为 $y=kx+b\left(k\neq0\right)$，

当 $x=0, y=6$， $x=2, y=18$，

则有 $\begin{cases}2k+b=18\\b=6\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}k=6\\b=6\end{cases}$，

∴解析式为： $y=6x+6$，

故答案为：一次.

函数解析式为 $y=6x+6$.

【小问 3 详解】

解：当 $y=93$ 时，即 $6x+6=93$，

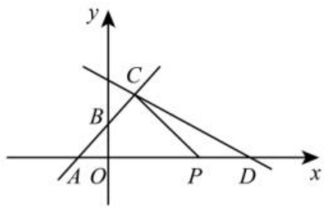
解得： $x=14.5$，

即经过 14.5h，箭尺读数为 93cm，

∵本次实验记录的开始时间是上午 $8:00$，

∴当箭尺读数为 93cm 时是 $22:30$.

27. 如图，在平面直角坐标系中，直线 $y=x+2$ 与 x 轴，y 轴分别交于 A, B 两点，点 $C\left(2,m\right)$ 为直线 $y=x+2$ 上一点，直线 $y=-\frac{1}{2}x+b$ 过点 C.



（1）求 m 和 b 的值；

（2）直线 $y=-\frac{1}{2}x+b$ 与 x 轴交于点 D，动点 P 从点 D 开始以每秒 1 个单位的速度向 x 轴负方向运动，设点 P 的运动时间为 t 秒.

①若点 P 在线段 DA 上，设 $\triangle ACP$ 的面积为 S，请求出 S 与 t 之间的函数关系式，并写出自变量 t 的取值范围；

②是否存在 t 的值，使 $\triangle ACP$ 为等腰三角形？若存在，直接写出 t 的值：若不存在，请说明理由.

【答案】（1）$m=4$，$b=5$

（2）①$S=24-2t\left(0\le t<12\right)$；②存在，4 或 $12-4\sqrt{2}$ 或 $12+4\sqrt{2}$ 或 8

【解析】

【分析】（1）在 $y=x+2$ 中，当 $x=0$ 时，$y=2$；当 $y=0$ 时，$x=-2$；即可得出答案；求出点 $C(2,4)$，代入直线 $y=-\frac{1}{2}x+b$ 即可得出答案；

（2）求出 $D(10,0)$，则 $OD=10$，$AD=OA+OD=12$；①设 $PD=t$，则 $AP=12-t$，过 C 作 $CE\perp AP$ 于 E，由三角形面积 S 与 t 之间的函数关系式；

②过 C 作 $CE\perp AP$ 于 E，则 $CE=4$，$AE=4$，由勾股定理求出 $AC=4\sqrt{2}$；分三种情况：当 $AC=PC$ 时；当 $AP=AC$ 时；当 $PC=PA$ 时；分别求出 t 的值即可.

【小问 1 详解】

解在 $y=x+2$ 中，当 $x=0$ 时，$y=2$；

当 $y=0$ 时，$x=-2$；

$\therefore A(-2,0)$，$B(0,2)$；

$\because$ 点 C 在直线 $y=x+2$ 上，

$\therefore m=2+2=4$，

又 $\because$ 点 $C(2,4)$ 也在直线 $y=-\frac{1}{2}x+b$ 上，

$\therefore -\frac{1}{2}\times 2+b=4$，

解得：$b=5$；

【小问 2 详解】

解：在 $y=-\frac{1}{2}x+5$ 中，当 $y=0$ 时，$x=10$，

$\therefore D(10,0)$，

$\therefore OD=10$，

$\because A(-2,0)$，

$\therefore OA=2$，

$\therefore AD=OA+OD=12$；

①设 $PD=t$，则 $AP=12-t$，过 C 作 $CE\perp AP$ 于 E，如图 1 所示：

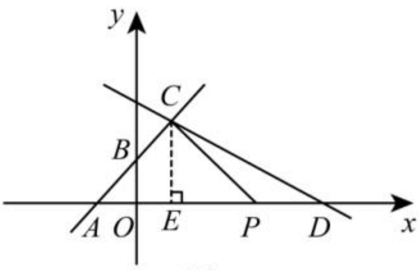


图1

则 $CE=4$，

$\therefore S=\frac{1}{2}(12-t)\times 4=24-2t\left(0\le t<12\right)$，

②存在，理由如下：

过 C 作 $CE\perp AP$ 于 E，如图 1 所示：

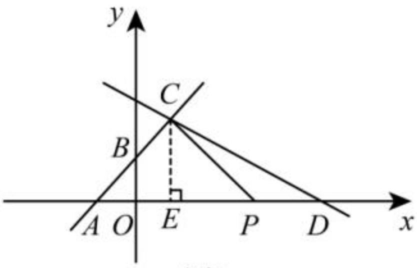


图1

则 $CE=4$，$OE=2$，

$\therefore AE=OA+OE=4$，

$\therefore AC=\sqrt{AE^2+CE^2}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$；

a、当 $AC=PC$ 时，$AP=2AE=8$，

\ $PD=AD-AP=4$，

$\therefore t=4$；

b、当 $AP=AC$ 时，如图 2 所示：

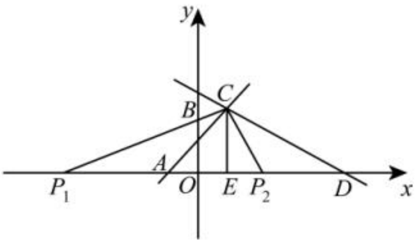


图2

则 $AP_1=AP_2=AC=4\sqrt{2}$，

$\therefore DP_1=12-4\sqrt{2}$，$DP_2=12+4\sqrt{2}$，

$\therefore t=12-4\sqrt{2}$，或 $t=12+4\sqrt{2}$；

c、当 $PC=PA$ 时，如图 3 所示：

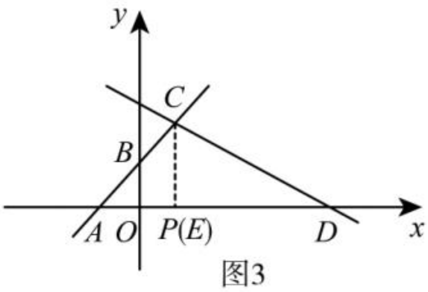


图3

设 $EP=m$，则 $CP=\sqrt{m^2+4^2}$，$AP=m+4$，

$\therefore \sqrt{m^2+4^2}=m+4$，

解得：$m=0$，

$\therefore P$ 与 E 重合，$AP=4$，

\ $PD=8$，

$\therefore t=8$；

综上所述，存在 t 的值，使 $\triangle ACP$ 为等腰三角形，t 的值为 4 或 $12-4\sqrt{2}$ 或 $12+4\sqrt{2}$ 或 8.

【点睛】本题是一次函数综合题目，考查了一次函数的应用、坐标与图形性质、三角形面积、等腰三角形的性质、勾股定理以及分类讨论等知识；本题综合性强，熟练掌握一次函数的应用和等腰三角形的性质是解题的关键.