上外双语 2023 学年第二学期预备年级数学学科期末质量调研卷二卷

（卷面满分 50 分）2024.6

一、选择题（每题 3 分，共 9 分）

1. 关于 x 的方程 $ax+3=2x-b$ 有无穷多个解，则 $a+b=$________（　　）

A. -5　　B. 5　　C. -1　　D. 1

2. 已知线段 $AB=10\text{cm}$，$AC+BC=12\text{cm}$，则点 C 的位置是在：①线段 AB 上；②线段 AB 的延长线上；③线段 BA 的延长线上；④直线 AB 外，其中可能出现的情况有（　　）.

A. 3 种　　B. 2 种　　C. 1 种　　D. 0 种

3. 已知甲地到乙地的公路，只有上坡路和下坡路，没有平路，一辆汽车上坡时速度为 20km/h，下坡时速度为 35km/h，车从甲地开往乙地需 9 小时，若从乙地返回甲地上下坡的速度不变，时间为 7.5 小时，那么甲乙两地的公路长（　　）

A. 300km　　B. 210km　　C. 200km　　D. 150km

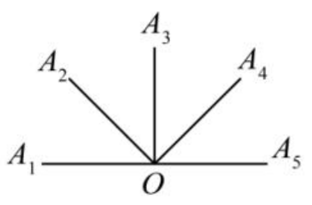
二、填空题（每题 3 分，共 15 分）

4. $|x-1|+|x-2|+|x-3|+|x-4|+|x-5|$ 的最小值为______.

5. 已知方程组 $\begin{cases}x+my=5\\x+1=y\end{cases}$ 有正整数解，则正整数 m 的值是____________.

6. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases}-6<x<2\\x-m<m\end{cases}$ 无解，那么 m 的取值范围是________

7. 如图 $\angle A_1OA_5$ 是一个平角，$\angle A_3OA_2-\angle A_2OA_1=\angle A_4OA_3-\angle A_3OA_2=\angle A_5OA_4-\angle A_4OA_3=2°$，则图中所有小于平角的角的度数之和为________.



8. 对于三个数 a、b、c，用 $M\{a,b,c\}$ 表示这三个数的平均数，用 $\min\{a,b,c\}$ 表示这三个数中最小的数.

（1）若 $\min\{1,3,4-2x\}=x$，则 x 的值为________________________________.

（2）若 $M\{3x+y,x+2y+11,4x-y-2\}=\min\{3x+y,x+2y+11,4x-y-2\}$，

则 $x-y=$____.

三、解答题（共 26 分）

9. 求方程 $x+y+z=1999$ 的非负整数解的个数.

10. 解不等式$\dfrac{x+3}{2x+1}<2$.

11. 清明假期小刚与好友一同前往上海迪士尼乐园游玩，他们一早到达乐园入口等待8：30开园，已知入口处有若干条安检通道让游客通过安检入园（每天开放的安检通道数量当天不会改变），游客每分钟按相同的人数源源不断到达这里等待入园，8：42小刚通过安检进入乐园．回家后小刚通过新闻了解到，平均一个人通过安检通道入园耗时15秒，当天直到9：45安检处才没有排队人群，游客可以随到随检

（1）根据小刚当天的排队记录，他8：30到达入口处时排在第1200位，则当天开放的安检通道有多少条？

（2）根据以往数据分析，若开园时等待在入口处的游客人数与清明假期假时一致，但安检通道增加至清明假期时的1.1倍且每分钟到达入口处的游客人数与清明假期时一致时，从9：20开始游客可以随到随检．当每分钟到达入口处的游客人数增加10人时，若不增加安检通道数量，游客何时才能随到随检？

（3）迪士尼乐园管理方估计五一假期开园时等待在入口处的游客人数与清明假期假时一致时，但每分钟到达入口处的游客人数将增加50%，若希望最晚10：00开始游客可以随到随检，那至少需要增加多少条安检通道？

12. 如图，O为直线AB上一点，过点O作射线OC，使得$\angle BOC=120^\circ$，将一直角三角尺的直角顶点放在O处，一边OM在射线OB上，另一边ON在直线AB下方．

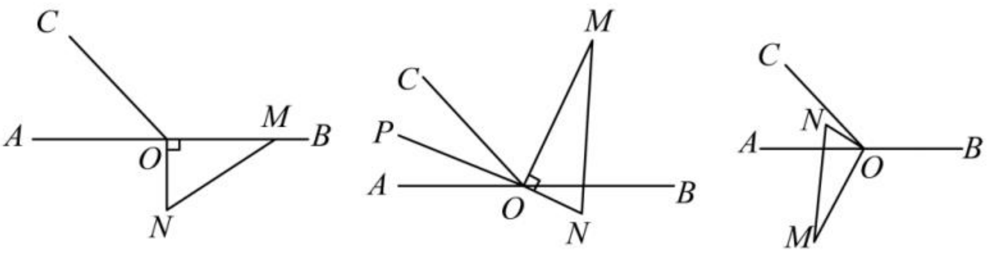


图1　　图2　　图3

（1）将图（1）中的三角尺绕点O按逆时针方向旋转到图（2）的位置，使一边OM刚好平分$\angle BOC$．反向延长射线ON到点P，

①$\angle COP=$________°；②$\angle AOM=\angle NOC-$________°．

（2）将图（2）中的三角尺继续按逆时针方向旋转到（3）的位置，使一边ON在$\angle AOC$内部，

①若OE平分$\angle COM$，设$\angle NOC=x^\circ$，则当x满足什么条件时，射线OE落在$\angle AOC$的内部________（直接在横线上写出结论）

②请问$\angle AOM$与$\angle NOC$的数量关系是否发生变化？说明理由

上外双语2023学年第二学期预备年级数学学科期末质量调研卷二卷（答案解析）

（卷面满分50分）2024.6

一、选择题（每题3分，共9分）

1. 关于 x 的方程 $ax+3=2x-b$ 有无穷多个解，则 $a+b=$________（　　）

A. -5　　　　B. 5　　　　C. -1　　　　D. 1

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了一元一次方程的解，解题的关键是明确一元一次方程有无数个解的情况．

利用方程 $ax+3=2x-b$ 有无数多个解，可得 a，b 的值，即可求出 $a+b$ 的值．

【详解】解：　$ax+3=2x-b$

$(a-2)x=-b-3$，

$\because$ 方程 $ax+3=2x-b$ 有无数多个解，

$\therefore a-2=0$，$-b-3=0$，解得 $a=2$，$b=-3$，

$\therefore a+b=-1$，

故选：C．

2. 已知线段 $AB=10\text{cm}$，$AC+BC=12\text{cm}$，则点 C 的位置是在：①线段 AB 上；②线段 AB 的延长线上；③线段 BA 的延长线上；④直线 AB 外，其中可能出现的情况有（　　）．

A. 3种　　　　B. 2种　　　　C. 1种　　　　D. 0种

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查两点间的距离与线段的和差，本题根据题干所给情况，一一结合图形分析即可解题．

【详解】解：①如图点 C 在线段 AB 上，

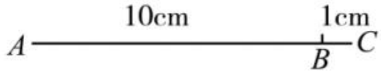
$\because AB=10\text{cm}$，

$\therefore AC+BC=10\text{cm}$，与题干 $AC+BC=12\text{cm}$ 矛盾，

$\therefore$ 点 C 不可能在线段 AB 上，

即①不符合题意．

②如图点 C 在线段 AB 的延长线上，



$\because AB = 10\text{cm}$， $AC + BC = 12\text{cm}$，

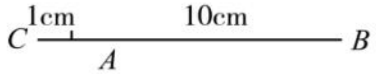
$\therefore AC + BC = AB + BC + BC = 10 + 2BC = 12$，解得 $BC = 1\text{cm}$．

$\therefore$当 $BC = 1\text{cm}$ 时，满足 $AC + BC = 12\text{cm}$，

即点 C 可能出现在线段 AB 的延长线上．

②符合题意．

③如图点 C 在线段 BA 的延长线上，

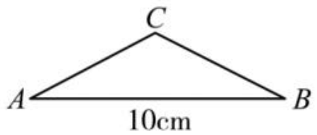


证明方法与②类似，即当 $AC = 1\text{cm}$ 时，满足 $AC + BC = 12\text{cm}$，

所以点 C 可能出现在线段 BA 的延长线上，

③符合题意．

④如图点 C 在直线 AB 外，



由线段和差可知 $AC + BC > AB$，即 $AC + BC > 10\text{cm}$，可以为 12cm，

所以点 C 可能出现在直线 AB 外，

④符合题意．

综上所述，点 C 的位置可能出现在②③④．

故选 A．

3. 已知甲地到乙地的公路，只有上坡路和下坡路，没有平路，一辆汽车上坡时速度为 $20\text{km}/\text{h}$，下坡时速度为 $35\text{km}/\text{h}$，车从甲地开往乙地需 9 小时，若从乙地返回甲地上下坡的速度不变，时间为 7.5 小时，那么甲乙两地的公路长（　　）

A. 300km　　B. 210km　　C. 200km　　D. 150km

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了二元一次方程组的应用，设从甲到乙中，上坡路长为 $x\text{km}$，下坡路长为 $y\text{km}$，根据“车从甲地开往乙地需 9 小时，若从乙地返回甲地上下坡的速度不变，时间为 7.5 小时”列方程组求解即可．

【详解】解：设从甲到乙中，上坡路长为 $x\text{km}$，下坡路长为 $y\text{km}$，

根据题意，得$\begin{cases}\dfrac{x}{20}+\dfrac{y}{35}=9\\ \dfrac{y}{20}+\dfrac{x}{35}=7.5\end{cases}$，

化简得$\begin{cases}7x+4y=1260\\4x+7y=1050\end{cases}$，

两式相加，得$11x+11y=2310$，

$\therefore x+y=210$，

即甲乙两地的公路长210km，

故选：B．

二、填空题（每题3分，共15分）

4. $|x-1|+|x-2|+|x-3|+|x-4|+|x-5|$的最小值为______．

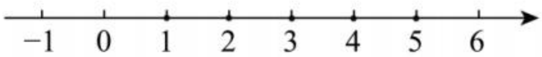
【答案】6

【解析】

【分析】本题考查了绝对值的意义，根据绝对值的意义，结合图形解答即可求解，掌握数形结合思想是解题的关键．

【详解】解：式子$|x-1|+|x-2|+|x-3|+|x-4|+|x-5|$表示$x$对应的点分别与到$1,2,3,4,5$对应的点的距离和，可知当$x$在$1$和$5$的中点时，即$x=3$，距离和最小，最小值为$2+1+0+1+2=6$，

故答案为：6．



5. 已知方程组$\begin{cases}x+my=5\\x+1=y\end{cases}$有正整数解，则正整数$m$的值是____________．

【答案】1或2##2或1

【解析】

【分析】本题考查了含参二元一次方程组的解法，解方程组$\begin{cases}x+my=5\\x+1=y\end{cases}$，用含$m$的代数式表示出$y$是解答本题的关键．

先解$\begin{cases}x+my=5\\x+1=y\end{cases}$，用含$m$的代数式表示$y$的值，再根据方程组有正整数解求出$m$的值．

【详解】$\begin{cases}x+my=5①\\x+1=y②\end{cases}$，

①－② 得，$my-1=5-y$

解得：$y=\dfrac{6}{m+1}$

∵方程组有正整数解，m 为正整数，

∴ $m+1=2$ 或 $m+1=3$ 或 $m+1=6$

∴ $m=1$ 或 $m=2$ 或 $m=5$

∴ $y=3$ 或 $y=2$ 或 $y=1$

∴分别代入②得，$x=2$ 或 $x=1$ 或 $x=0$（不符合题意，舍去）

∴正整数 m 的值是 1 或 2.

故答案为：1 或 2.

6. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases}-6<x<2\\x-m<m\end{cases}$ 无解，那么 m 的取值范围是________

【答案】$m\le -3$

【解析】

【分析】本题考查了不等式的解集，先解不等式 $x-m<m$，然后根据不等式组无解，即可求出 m 的取值范围.

【详解】解：解不等式 $x-m<m$，得 $x<2m$，

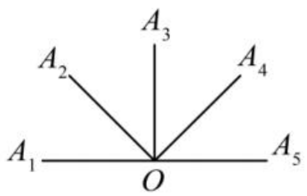
∵ $\begin{cases}-6<x<2\\x-m<m\end{cases}$ 无解，

∴ $2m\le -6$，

∴ $m\le -3$，

故答案为：$m\le -3$.

7. 如图 $\angle A_1OA_5$ 是一个平角，$\angle A_3OA_2-\angle A_2OA_1=\angle A_4OA_3-\angle A_3OA_2=\angle A_5OA_4-\angle A_4OA_3=2°$，则图中所有小于平角的角的度数之和为________.



【答案】720°##720 度

【解析】

【分析】设 $\angle A_2OA_1=x°$，则 $\angle A_3OA_2=(x+2)°$，$\angle A_4OA_3=(x+4)°$，$\angle A_5OA_4=(x+6)°$，根据平角

定义可求出 x 的值，然后写出所有小于平角的角的度数，最后求和即可．

【详解】解：设 $\angle A_2OA_1=x^\circ$，则 $\angle A_3OA_2=(x+2)^\circ$，$\angle A_4OA_3=(x+4)^\circ$，$\angle A_5OA_4=(x+6)^\circ$，

根据题意，得 $x+x+2+x+4+x+6=180$，

解得 $x=42$，

∴小于平角的角如下：

$\angle A_2OA_1=42^\circ$，$\angle A_3OA_2=44^\circ$，$\angle A_4OA_3=46^\circ$，$\angle A_5OA_4=48^\circ$，$\angle A_1OA_3=86^\circ$，$\angle A_2OA_4=90^\circ$，

$\angle A_5OA_3=94^\circ$，$\angle A_3OA_1=132^\circ$，$\angle A_5OA_2=138^\circ$，

∴小于平角的角的和为 $42^\circ+44^\circ+46^\circ+48^\circ+86^\circ+90^\circ+94^\circ+132^\circ+138^\circ=720^\circ$，

故答案为：720°．

8. 对于三个数 a、b、c，用 $M\{a,b,c\}$ 表示这三个数的平均数，用 $\min\{a,b,c\}$ 表示这三个数中最小的数．

（1）若 $\min\{1,3,4-2x\}=x$，则 x 的值为________________________________．

（2）若 $M\{3x+y,x+2y+11,4x-y-2\}=\min\{3x+y,x+2y+11,4x-y-2\}$，

则 $x-y=$____．

【答案】　①. 1　②. $\frac{13}{3}$

【解析】

【分析】（1）分 $\min\{1,3,4-2x\}=1$ 和 $\min\{1,3,4-2x\}=4-2x$ 两种情况进行讨论求解即可；

（2）设 $a=3x+y,b=x+2y+11,c=4x-y-2$，根据 $M\{a,b,c\}=\min\{a,b,c\}$，推出 $a=b=c$，即：

$3x+y=x+2y+11=4x-y-2$，整理得到 $\begin{cases}2x-y=11① \\ x-2y=2②\end{cases}$，即可得解．

【详解】解：（1）①当 $\min\{1,3,4-2x\}=1$ 时，则：$x=1$，此时 $4-2x=2$，满足题意；

②当 $\min\{1,3,4-2x\}=4-2x$ 时，则：$4-2x=x$，解得：$x=\frac{4}{3}$，

∵ $\frac{4}{3}>1$，

∴不符合题意；

∴ $x=1$；

故答案为：1；

（2）设 $a=3x+y,b=x+2y+11,c=4x-y-2$，

由题意知：$M\{a,b,c\}=\min\{a,b,c\}$，

$\because M\{a,b,c\}=\dfrac{a+b+c}{3}$，

当$\min\{a,b,c\}=c$时，则：$a\geq c,b\geq c$，

$\therefore \dfrac{a+b+c}{3}=c$，

$\therefore a+b=2c$，

$\because a\geq c,b\geq c$，

$\therefore$只有$a=b=c$时，$a+b=2c$；

$\therefore a=b=c$，

同理当：$\min\{a,b,c\}=b$或$\min\{a,b,c\}=a$时：$a=b=c$，

$\therefore$当$M\{3x+y,x+2y+11,4x-y-2\}=\min\{3x+y,x+2y+11,4x-y-2\}$时，

$3x+y=x+2y+11=4x-y-2$，

即：$\begin{cases}3x+y=x+2y+11\\3x+y=4x-y-2\end{cases}$，整理，得：$\begin{cases}2x-y=11①\\x-2y=2②\end{cases}$，

①+②，得：$3x-3y=13$，

$\therefore x-y=\dfrac{13}{3}$；

故答案为：$\dfrac{13}{3}$.

【点睛】本题考查解一元一次方程，解二元一次方程组，解题的关键是理解并掌握新定义.

三、解答题（共26分）

9. 求方程$x+y+z=1999$的非负整数解的个数.

【答案】非负整数解个数有2001000个.

【解析】

【分析】本题考查了三元一次不定方程的解，先确定x、y、z的值，再分类讨论即可，掌握知识点的应用是解题的关键.

【详解】解：当$x=0$时，$y+z=1999$，y分别取$0\sim1999$. 则z取$1999\sim0$，共2000组，

当$x=1$时，$y+z=1998$，y分别取$0\sim1998$则z取$1998\sim0$共1999组，

依次类推：共有：$2000+1999+\cdots+2+1$

$=\left(2000+1\right)\times 2000\div 2$

$=2001000$，

答：非负整数解个数有2001000.

10. 解不等式$\dfrac{x+3}{2x+1}<2$.

【答案】$x<-\dfrac{1}{2}$或$x>\dfrac{1}{3}$

【解析】

【分析】本题考查了解一元一次不等式，熟练掌握不等式的性质和不等式的解法是解题的关键．分别讨论当$2x+1<0$和当$2x+1>0$时，对不等式$\dfrac{x+3}{2x+1}<2$进行去分母后，再进行求解即可.

【详解】解：当$2x+1<0$时，即$x<-\dfrac{1}{2}$.

不等式两边同乘以$2x+1$，得$x+3>4x+2$，$x<\dfrac{1}{3}$.

$\therefore$不等式解为$x<-\dfrac{1}{2}$

当$2x+1>0$时，即$x>-\dfrac{1}{2}$，

不等式两边同乘以$2x+1$，得$x+3<4x+2$，$x>\dfrac{1}{3}$，

$\therefore$不等式解为$x>\dfrac{1}{3}$

综上，不等式解为$x<-\dfrac{1}{2}$或$x>\dfrac{1}{3}$.

11. 清明假期小刚与好友一同前往上海迪士尼乐园游玩，他们一早到达乐园入口等待 8：30 开园，已知入口处有若干条安检通道让游客通过安检入园（每天开放的安检通道数量当天不会改变），游客每分钟按相同的人数源源不断到达这里等待入园，8：42 小刚通过安检进入乐园．回家后小刚通过新闻了解到，平均一个人通过安检通道入园耗时 15 秒，当天直到 9：45 安检处才没有排队人群，游客可以随到随检

（1）根据小刚当天的排队记录，他 8：30 到达入口处时排在第 1200 位，则当天开放的安检通道有多少条？

（2）根据以往数据分析，若开园时等待在入口处的游客人数与清明假期假时一致，但安检通道增加至清明假期时的 1.1 倍且每分钟到达入口处的游客人数与清明假期时一致时，从 9：20 开始游客可以随到随检．当每分钟到达入口处的游客人数增加 10 人时，若不增加安检通道数量，游客何时才能随到随检？

（3）迪士尼乐园管理方估计五一假期开园时等待在入口处的游客人数与清明假期假时一致时，但每分钟到达入口处的游客人数将增加 50%，若希望最晚 10：00 开始游客可以随到随检，那至少需要增加多少条安检通道？

【答案】（1）当天开放的安检通道有 25 条.

（2）游客 11：00 才能随到随检．

（3）至少需要增加 10 条安检通道．

【解析】

【分析】（1）设当天开放的安检通道有 n 条，再建立方程 $12\times 4n=1200$，解方程即可；

（2）设 8：30 开园时，排队的人数为 x 人，每分钟到达的人数为 y 人，游客的随检时间为 k 时，再根据提示的三个时间段分别建立方程，可得方程组，从而可得答案；

（3）设至少需要增加 m 条安检通道，再根据检测人数不小于原来人数加上增加的人数列不等式即可．

【小问 1 详解】

解：$\because 42-30=12$（分钟），1 分钟通过的人数为 $60\times\dfrac{1}{15}=4$（人），

设当天开放的安检通道有 n 条，

$\therefore 12\times 4n=1200$，

解得：$n=25$，

答：当天开放的安检通道有 25 条．

【小问 2 详解】

设 8：30 开园时，排队的人数为 x 人，每分钟到达的人数为 y 人，游客的随检时间为 k 时，则

$$\begin{cases} x+75y=25\times\dfrac{1}{15}\times 60\times 75 \\ x+50y=25\times 1.1\times\dfrac{1}{15}\times 60\times 50 \\ x+(k-8:30)(y+10)=25\times\dfrac{1}{15}\times 60\,(k-8:30) \end{cases},$$

解得：$\begin{cases} x=1500 \\ y=80 \\ k=11:00 \end{cases}$，

$\therefore$ 当每分钟到达入口处的游客人数增加 10 人时，若不增加安检通道数量，游客 11：00 才能随到随检．

【小问 3 详解】

设至少需要增加 m 条安检通道，则，

$x+90\times(1+50\%)y\le(25+m)\times\dfrac{1}{15}\times 60\times 90$，而 $\begin{cases} x=1500 \\ y=80 \end{cases}$，

解得：$m\ge 9\dfrac{1}{6}$，

$\therefore m$ 的最小整数值为 10．

$\therefore$ 至少需要增加 10 条安检通道．

【点睛】本题考查的是一元一次方程的应用，三元一次方程组的应用，不等式的应用，熟练的设未知数，确定相等或不等关系是解本题的关键.

12. 如图，O 为直线 AB 上一点，过点 O 作射线 OC，使得 $\angle BOC=120°$，将一直角三角尺的直角顶点放在 O 处，一边 OM 在射线 OB 上，另一边 ON 在直线 AB 下方.

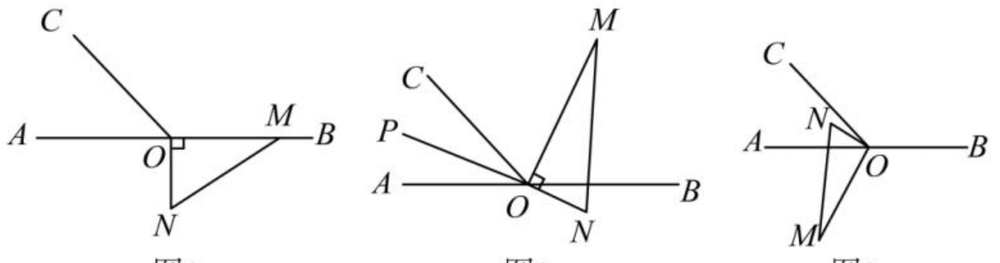


图1　　图2　　图3

（1）将图（1）中的三角尺绕点 O 按逆时针方向旋转到图（2）的位置，使一边 OM 刚好平分 $\angle BOC$．反向延长射线 ON 到点 P，

①$\angle COP=$________°；②$\angle AOM=\angle NOC-$________°.

（2）将图（2）中的三角尺继续按逆时针方向旋转到（3）的位置，使一边 ON 在 $\angle AOC$ 内部，

①若 OE 平分 $\angle COM$，设 $\angle NOC=x°$，则当 x 满足什么条件时，射线 OE 落在 $\angle AOC$ 的内部_______（直接在横线上写出结论）

②请问 $\angle AOM$ 与 $\angle NOC$ 的数量关系是否发生变化？说明理由

【答案】（1）①30；②30

（2）①$x<30$；②变化，$\angle AOM-\angle NOC=30°$，理由见解析

【解析】

【分析】本题考查了角的和差关系，旋转的性质，角平分线的定义等知识，解题的关键是：

（1）①利用角平分线定义 $\angle COM=\angle BOM=60°$，利用角的和差关系求出 $\angle BON=30°$，然后利用对顶角的性质求解即可；

②利用①中有关角的度数可求出 $\angle AOM=120°$，$\angle NOC=150°$，即可求解；

（2）①利用角平分线定义得出 $\angle COE=\left(45+\frac{1}{2}x\right)°$，结合射线 OE 落在 $\angle AOC$ 的内部，则 $45+\frac{1}{2}x<60$，解不等式即可；

②利用角的和差关系求出 $\angle AOM=30°+\angle CON$，即可求解.

【小问1详解】

解：①∵ $\angle BOC=120°$，

∴ $\angle AOC=60°$，

∵ OM 平分 $\angle BOC$，

∴ $\angle COM=\angle BOM=\frac{1}{2}\angle BOC=60^{\circ}$，

∵ $\angle MON=90^{\circ}$，

∴ $\angle BON=30^{\circ}$，

∴ $\angle COP=\angle BON=30^{\circ}$；

故答案为：30；

②由①知：$\angle AOM=\angle AOC+\angle COM=120^{\circ}$，$\angle NOC=\angle COM+\angle MON=150^{\circ}$，

∴ $\angle NOC-\angle AOM=30^{\circ}$，

∴ $\angle AOM=\angle NOC-30^{\circ}$，

故答案为 30；

【小问 2 详解】

解：①∵ $\angle NOC=x^{\circ}$，$\angle MON=90^{\circ}$，OE 平分 $\angle COM$，

∴ $\angle COE=\frac{1}{2}\angle COM=\left(45+\frac{1}{2}x\right)^{\circ}$，

∵射线 OE 落在 $\angle AOC$ 的内部，

∴ $\angle COE<\angle AOC$，即 $45+\frac{1}{2}x<60$，

解得 $x<30$，

故答案为：$x<30$；

② $\angle AOM-\angle NOC=30^{\circ}$

理由：∵ $\angle MON=90^{\circ}$，$\angle AOC=60^{\circ}$，

∴ $\angle AOM=\angle COM-\angle AOC=\angle CON+\angle MON-\angle AOC=30^{\circ}+\angle CON$，

∴ $\angle AOM-\angle NOC=30^{\circ}$.