

位育初级中学 2023 学年第二学期期末考试

六年级数学

(满分 100 分, 90 分钟完成)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 27 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本测评卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

[每小题只有一个正确选项, 在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂]

1. 下列说法中, 正确的是 ()

- A. $\frac{1}{3}$ 和 3 互为相反数
B. 非负数的绝对值是它本身
C. 倒数是它本身的数是 0 和 1
D. 两个数平方后, 原来较大的数仍较大

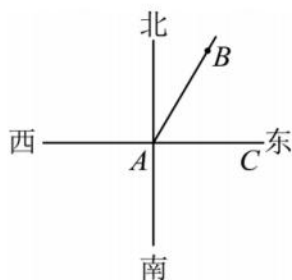
2. 下列方程中, 其解是 -2 的是 ()

- A. $3x+2=4$
B. $3(x+1)-3=0$
C. $\frac{x+5}{3}-1=0$
D. $\frac{x}{2}=1$

3. 如果 $a < b < 0$, 那么下列结论中, 一定正确的是 ()

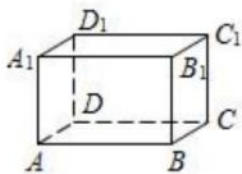
- A. $a+1 > b+1$
B. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
C. $a^2 < ab$
D. $a^2 > b^2$

4. 已知 A、B 两地的位置如图所示, 且 $\angle BAC = 60^\circ$, 那么下列说法中正确的是 ()



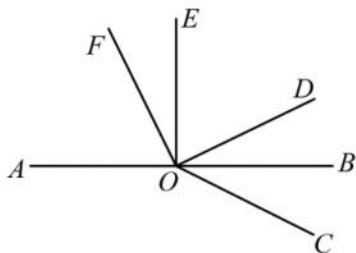
- A. B 地在 A 地的北偏东 60° 方向
B. B 地在 A 地的南偏西 30° 方向
C. A 地在 B 地的北偏东 30° 方向
D. A 地在 B 地的南偏西 30° 方向

5. 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 既与棱 CC_1 异面又与棱 BC 平行的棱是 ()



- A. 棱 AB B. 棱 AA_1 C. 棱 A_1B_1 D. 棱 AD

6. 如图，点 O 是直线 AB 上的一点， $\angle AOE = \angle FOD = 90^\circ$ ， OB 平分 $\angle DOC$ ，图中 $\angle AOD$ 的补角有 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分）

[在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案]

7. -1.25 的倒数是 _____.

8. 计算： $2.1 \div \left(-1\frac{1}{5}\right) =$ _____.

9. 一天有 8.64×10^4 s，一个月按 30 天计算，那么一个月有 _____ 秒（用科学记数法表示）.

10. 用不等式表示： y 的 2 倍减去 $\frac{1}{3}$ 的差是一个非负数 _____.

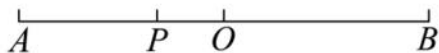
11. 二元一次方程 $2x+3y=20$ 的非负整数解有 _____ 个.

12. 计算： $23^\circ 54' + 37^\circ 23' =$ _____.

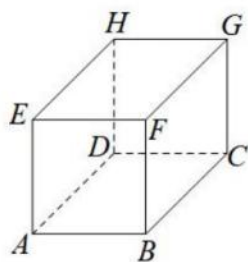
13. 同一天中，从 13 时 15 分到 13 时 50 分，时钟的时针转了 _____ $^\circ$.

14. 某商品标价 800 元，因“6.18”活动打九折出售，仍可获利 20%，则该商品的进价是 _____.

15. 如图， O 是线段 AB 的中点， P 是 AO 上一点. 已知 BP 比 AP 长 6 厘米，则 $OP =$ _____.



16. 如图，在长方体 $ABCD-EFGH$ 中，可以把平面 $ABFE$ 与平面 $BCGF$ 组成的图形看作直立于面 $ABCD$ 上的合页形折纸，从而说明棱 _____ 垂直于平面 $ABCD$.



17. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x-m < 0 \\ 7-2x \leq 1 \end{cases}$ 的整数解共有 3 个, 则 m 的取值范围是_____.

18. 在同一平面内, 已知 $\angle AOB = 32^\circ$, $\angle BOC$ 与 $\angle AOB$ 互余, 且 OE 平分 $\angle AOC$, 则 $\angle AOE =$ _____ $^\circ$.

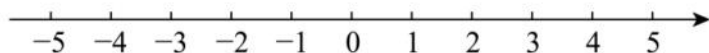
三、解答题: (本大题共 9 题, 满分 58 分)

[将下列各题的解答过程, 做在答题纸的相应位置上]

19. 计算: $-2^3 \div \frac{8}{3} + \left| 0.25 - \frac{3}{8} \right|$.

20. 解方程: $3 - \frac{2x-1}{5} = \frac{x+1}{2}$.

21. 解不等式组: $\begin{cases} x-1 > 3(x+1) \\ \frac{1}{3}x-1 \leq 4-\frac{4}{3}x \end{cases}$ 把它的解集在数轴上表示出来.



22. 解方程组: $\begin{cases} \frac{1}{2}x - 4y = 30 \\ y - 2x = 15 \end{cases}$

23. 解方程组: $\begin{cases} x - y - z = -1 \\ 3x + 5y + 7z = 11 \\ 4x - y + 2z = -1 \end{cases}$

24. 在长方体中, 有一个公共顶点的三条棱的长度之比是 $5:8:10$, 最小的一个面的面积是 240 平方厘米, 那么这个长方体的表面积是多少平方厘米?

25. 已知线段 AB , C 是线段 AB 上的一点.



(1) 用直尺和圆规作出线段 AC 的中点 D (不写作法, 保留作图痕迹);

(2) 在 (1) 的前提下, 此时图中所有线段的长度之和为 23, 且线段 AC 、 CB 的长度均为整数, 求线段 AC 的长.

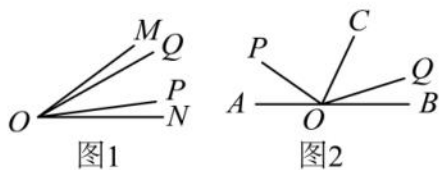
26. 为了活跃学生们的课余生活，学校新建棋室，现欲购买一批象棋和围棋，已知购买 3 副象棋和 2 副围棋共需 160 元，购买 2 副象棋和 3 副围棋共需 165 元，

(1) 求每副象棋和围棋的价格。

(2) 如果学校准备购买象棋和围棋共 100 副，且总费用不超过 3225 元，那么最多能购买多少副围棋。

27. 定义：如果一个角内部的一条射线将这个角分成两个角，其中一个角是另一个角的 n 倍，那么我们将这条射线称为这个角的 $n+1$ 分位线。例如：如图 1， $\angle MOP = 4\angle NOP$ ，则 OP 为 $\angle MON$ 的 5 分位线；

$\angle NOQ = 4\angle MOQ$ ，则 OQ 也是 $\angle MON$ 的 5 分位线。



(1) 若 $\angle AOB = 45^\circ$ ， OP 为 $\angle AOB$ 的 3 分位线，且 $\angle BOP > \angle POA$ ，则 $\angle BOP = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 如图 2，点 A、O、B 在同一条直线上，OC 为一条射线，OP，OQ 分别为 $\angle AOC$ 与 $\angle BOC$ 的 4 分位线，($\angle COP > \angle POA$ ， $\angle COQ > \angle QOB$)。

① 已知， $\angle AOC = 120^\circ$ ，则 $\angle POQ = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

② 若 $\angle AOC = \alpha$ ，当 α 变化时， $\angle POQ$ 的度数是否发生变化？若不发生变化，请写出计算过程；若发生变化，请说明理由。

(3) 如果点 A、O、B 在同一条直线上，OC 为一条射线，已知射线 OM、ON 分别为 $\angle AOC$ 与 $\angle BOC$ 的 5 分位线，且 $\angle MON = 87^\circ$ ，请直接写出 $\angle AOC$ 的度数。

将 $x = -2$ 分别代入各选项中方程验证即可.

【详解】解：A、将 $x = -2$ 代入，则 $3 \times (-2) + 2 = -4 \neq 4$ ，故本选项不符合题意；

B、将 $x = -2$ 代入，则 $3 \times (-2 + 1) - 3 = -6 \neq 0$ ，故本选项不符合题意；

C、将 $x = -2$ 代入，则 $\frac{-2+5}{3} - 1 = 0$ ，故本选项符合题意；

D、将 $x = -2$ 代入，则 $\frac{-2}{2} = -1 \neq 1$ ，故本选项不符合题意。

故选：C。

3. 如果 $a < b < 0$ ，那么下列结论中，一定正确的是（ ）

A. $a+1 > b+1$

B. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

C. $a^2 < ab$

D. $a^2 > b^2$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查不等式的性质，解题的关键是掌握不等式两边都加上或减去同一个数或同一个式子，不等号的方向不变；不等式两边都乘以或除以同一个正数，不等号的方向不变；不等式两边都乘以或除以同一个负数，不等号方向改变。根据不等式的性质逐个判断即可。

【详解】解：如果 $a < b < 0$ ，那么 $a+1 < b+1$ ，错误，故 A 不符合题意；

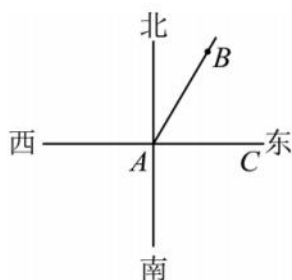
如果 $a < b < 0$ ，那么 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ ，错误，故 B 不符合题意；

如果 $a < b < 0$ ，那么 $a^2 > ab$ ，错误，故 C 不符合题意；

如果 $a < b < 0$ ，那么 $a^2 > b^2$ ，正确，故 D 符合题意。

故选 D。

4. 已知 A、B 两地的位置如图所示，且 $\angle BAC = 60^\circ$ ，那么下列说法中正确的是（ ）



A. B 地在 A 地的北偏东 60° 方向

B. B 地在 A 地的南偏西 30° 方向

C. A 地在 B 地的北偏东 30° 方向

D. A 地在 B 地的南偏西 30° 方向

【答案】D

【解析】

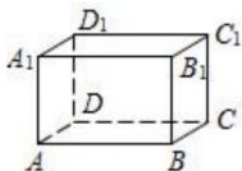
【分析】本题考查方向角，解题的关键是掌握方向角的定义，据此即可作出判断.

【详解】解：∵ $\angle BAC = 60^\circ$,

∴ B 地在 A 地的北偏东 30° 方向； A 地在 B 地的南偏西 30° 方向.

故选：D.

5. 如图，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，既与棱 CC_1 异面又与棱 BC 平行的棱是 ()



- A. 棱 AB B. 棱 AA_1 C. 棱 A_1B_1 D. 棱 AD

【答案】D

【解析】

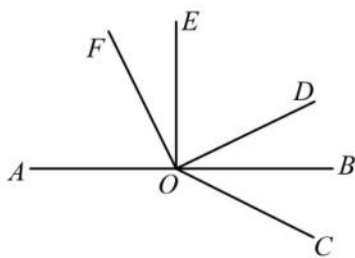
【分析】首先确定与 BC 平行的棱，再确定符合与 CC_1 异面的棱即可.

【详解】解：观察图象可知，既与棱 CC_1 异面又与棱 BC 平行的棱有 AD .

答案：D.

【点睛】本题考查认识立体图形，平行线的判定、解题的关键是理解题意.

6. 如图，点 O 是直线 AB 上的一点， $\angle AOE = \angle FOD = 90^\circ$ ， OB 平分 $\angle DOC$ ，图中 $\angle AOD$ 的补角有 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查余角和补角的定义，角平分线的定义，利用数形结合的思想是解题关键. 根据同角的余角相等可证明 $\angle BOD = \angle FOE$ ，再根据角平分线的定义可确定 $\angle BOD = \angle BOC$ ，最后根据邻补角可知 $\angle AOD + \angle BOD = 180^\circ$ ，即得出 $\angle AOD + \angle FOE = 180^\circ$ ， $\angle AOD + \angle BOC = 180^\circ$ ，从而得出 $\angle AOD$ 的补角有 3 个.

【详解】解：∵ $\angle AOE = \angle FOD = 90^\circ$,

$\therefore \angle BOE = \angle FOD = 90^\circ$ ，即 $\angle BOD + \angle EOD = \angle FOE + \angle EOD = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BOD = \angle FOE$ 。

$\because OB$ 平分 $\angle DOC$ ，

$\therefore \angle BOD = \angle BOC$ ，

$\therefore \angle BOD = \angle FOE = \angle BOC$ 。

$\because \angle AOD + \angle BOD = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle AOD + \angle FOE = 180^\circ$ ， $\angle AOD + \angle BOC = 180^\circ$ ，

综上可知 $\angle AOD$ 的补角有 3 个。

故选 C。

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分）

[在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案]

7. -1.25 的倒数是 _____。

【答案】 $-\frac{4}{5}$ 或 -0.8

【解析】

【分析】根据互为倒数的两个数乘积为 1，计算求解即可。

【详解】解：由题意知， -1.25 的倒数是 $\frac{1}{-1.25} = -\frac{4}{5}$ ，

故答案为： $-\frac{4}{5}$ 。

【点睛】本题考查了倒数。解题的关键在于熟练掌握：互为倒数的两个数乘积为 1。

8. 计算： $2.1 \div \left(-1\frac{1}{5}\right) =$ _____。

【答案】 $-\frac{7}{4}$

【解析】

【分析】本题考查除法运算，掌握运算法则是解题关键。先将小数和带分数转换为假分数，再按照除法法则进行计算。

【详解】解： $2.1 \div \left(-1\frac{1}{5}\right)$

$$= \frac{21}{10} \div \left(-\frac{6}{5} \right)$$

$$= \frac{21}{10} \times \left(-\frac{5}{6} \right)$$

$$= -\frac{7}{4},$$

故答案为: $-\frac{7}{4}$.

9. 一天有 8.64×10^4 s, 一个月按 30 天计算, 那么一个月有_____秒 (用科学记数法表示).

【答案】 2.592×10^6

【解析】

【详解】先计算出数据再用科学记数法表示. 把一个大于 10 的数写成科学记数法 $a \times 10^n$ 的形式时, 将小数点放到左边第一个不为 0 的数位后作为 a , 把整数位数减 1 作为 n , 从而确定它的科学记数法形式.

【分析】解: $8.64 \times 10^4 \times 30 = 259.2 \times 10^4 = 2.592 \times 10^6$.

故答案为: 2.592×10^6 .

【点睛】本题考查用科学记数法表示较大的数. 科学记数法就是将一个绝对值较大的数写成科学记数法 $a \times 10^n$ 的形式时, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为比整数位数少 1 的数, 掌握科学记数法的定义是解题的关键.

10. 用不等式表示: y 的 2 倍减去 $\frac{1}{3}$ 的差是一个非负数_____.

【答案】 $2y - \frac{1}{3} \geq 0$

【解析】

【分析】此题主要考查了由实际问题抽象出一元一次不等式. 根据“ y 的 2 倍”即 $2y$, 再减去 $\frac{1}{3}$, 结合差是非负数, 即大于等于零, 得出答案.

【详解】解: 由题意可得: $2y - \frac{1}{3} \geq 0$.

故答案为: $2y - \frac{1}{3} \geq 0$.

11. 二元一次方程 $2x + 3y = 20$ 的非负整数解有_____个.

【答案】 4

【解析】

【分析】把 y 看做已知数表示出 x , 确定出方程的非负整数解即可.

【详解】方程 $2x+3y=20$ ，解得： $x=\frac{20-3y}{2}$ ，当 $y=0$ 时， $x=10$ ；当 $y=2$ ， $x=7$ ；当 $y=4$ ， $x=4$ ；当 $y=6$ ， $x=1$ ，
则方程的非负整数解有 4 个。

故答案为 4.

【点睛】本题考查了解二元一次方程，解题的关键是将一个字母看做已知数求出另一个字母.

12. 计算： $23^{\circ}54'+37^{\circ}23' =$ _____.

【答案】 $61^{\circ}17'$

【解析】

【分析】本题考查角度的四则运算，掌握角度的四则运算法则是解题关键，根据角度的加法法则计算即可.

【详解】解： $23^{\circ}54'+37^{\circ}23'=60^{\circ}77'=61^{\circ}17'$.

故答案为： $61^{\circ}17'$.

13. 同一天中，从 13 时 15 分到 13 时 50 分，时钟的时针转了 _____ $^{\circ}$.

【答案】17.5

【解析】

【分析】本题考查的是钟表表盘与角度相关的问题，因为钟表上的刻度是把一个圆平均分成了 12 等份，每一份是 30° ，时钟的时针每小时转过的角是一份即 30° ，然后求出从 13 时 15 分到 13 时 50 分经过了多长时间，列式计算即可解答.

【详解】解： $\because$ 时针 12 小时转 360° ，

$\therefore$ 时针每小时转 $360^{\circ} \div 12 = 30^{\circ}$ ，

$\because$ 由 13 时 15 分到 13 时 50 分，共经过了 35 分钟，

$\therefore$ 时钟的时针转过了 $30^{\circ} \times \frac{35}{60} = 17.5^{\circ}$ ，

故答案是：17.5.

14. 某商品标价 800 元，因“6.18”活动打九折出售，仍可获利 20%，则该商品的进价是_____.

【答案】600

【解析】

【分析】本题考查了一元一次方程的应用，本题的等量关系为：售价 = 进价 + 利润，依此列出方程即可.

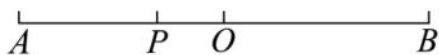
【详解】解：设进价为 x 元，

则： $x + x \times 20\% = 800 \times 0.9$ ，

解得： $x = 600$.

故答案为：600.

15. 如图， O 是线段 AB 的中点， P 是 AO 上一点，已知 BP 比 AP 长 6 厘米，则 $OP =$ _____.



【答案】3

【解析】

【分析】此题考查了两点间的距离，直线、线段和射线的认识．根据题意可知：O是AB的中点，P是AB上一点，且BP比AP大6厘米，即6厘米是OP长度的2倍，由此用除法即可求出OP的长度．

【详解】解：O是线段AB的中点，则 $OA=OB$ ，

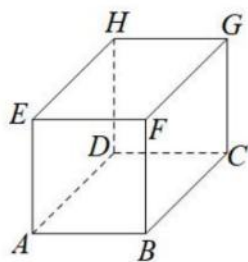
P是AO上一点，已知BP比AP长6厘米，则BP比AP长的6厘米就是OP长度的2倍；

$$6 \div 2 = 3 \text{ (厘米)}$$

答：OP长3厘米．

故答案为：3．

16. 如图，在长方体 $ABCD-EFGH$ 中，可以把平面ABFE与平面BCGF组成的图形看作直立于面ABCD上的合页形折纸，从而说明棱_____垂直于平面ABCD．



【答案】BF

【解析】

【分析】根据平面ABFE与平面BCGF组成的图形看作直立于面ABCD上的合页形折纸可得棱 $BF \perp$ 平面ABCD．

【详解】把平面ABFE与平面BCGF组成的图形看作直立于面ABCD上的合页形折纸，从而说明棱 $BF \perp$ 平面ABCD．

故答案为：BF．

【点睛】本题主要考查了立体图形，题目比较简单，关键是注意审题．

17. 若关于x的不等式组 $\begin{cases} x-m < 0 \\ 7-2x \leq 1 \end{cases}$ 的整数解共有3个，则m的取值范围是_____．

【答案】 $5 < m \leq 6$

【解析】

【分析】先解出不等式组的解集，由题意确定m的取值范围

【详解】解：
$$\begin{cases} x-m < 0 & (1) \\ 7-2x \leq 1 & (2) \end{cases}$$

解不等式 (1) 得： $x < m$

解不等式 (2) 得： $x \geq 3$

所以不等式组的解集为 $3 \leq x < m$ ，其 3 个整数解只能是 3,4,5，

所以 m 的取值范围是 $5 < m \leq 6$

故答案为 $5 < m \leq 6$

【点睛】本题主要考查了解一元一次不等式组，正确理解题意是解题的关键.

18. 在同一平面内，已知 $\angle AOB = 32^\circ$ ， $\angle BOC$ 与 $\angle AOB$ 互余，且 OE 平分 $\angle AOC$ ，则 $\angle AOE = \underline{\quad\quad}^\circ$.

【答案】13 或 45

【解析】

【分析】本题主要考查的是余角的定义、角平分线的定义. 先求得 $\angle BOC$ 的度数，然后依据题意画出图形，然后依据角平分线的定义求解即可.

【详解】解： $\because \angle AOB = 32^\circ$ ， $\angle BOC$ 与 $\angle AOB$ 互余，

$$\therefore \angle BOC = 58^\circ.$$

如图 1 所示： $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC = 90^\circ$ ，

$\because OE$ 平分 $\angle AOC$ ，

$$\therefore \angle AOE = 45^\circ.$$

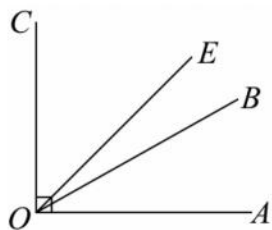


图1

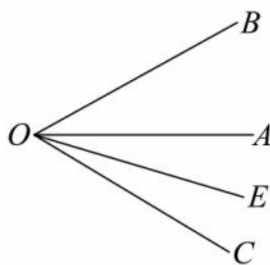


图2

如图 2 所示：

$$\angle AOC = \angle BOC - \angle AOB = 26^\circ,$$

$\because OE$ 平分 $\angle AOC$ ，

$$\therefore \angle AOE = 13^\circ.$$

故答案为：13 或 45.

三、解答题：（本大题共 9 题，满分 58 分）

[将下列各题的解答过程，做在答题纸的相应位置上]

19. 计算: $-2^3 \div \frac{8}{3} + \left| 0.25 - \frac{3}{8} \right|$.

【答案】 $-2\frac{7}{8}$

【解析】

【分析】 本题考查含乘方的有理数混合运算，掌握其运算法则是解题关键。先计算有理数的乘方，除法改乘法，化简绝对值，进而即可求解。

【详解】 解: $-2^3 \div \frac{8}{3} + \left| 0.25 - \frac{3}{8} \right|$
 $= -8 \times \frac{3}{8} + \left| -\frac{1}{8} \right|$
 $= -3 + \frac{1}{8}$
 $= -2\frac{7}{8}.$

20. 解方程: $3 - \frac{2x-1}{5} = \frac{x+1}{2}.$

【答案】 $x = 3$

【解析】

【分析】 本题考查解一元一次方程，掌握解一元一次方程的步骤是解题关键。根据解一元一次方程的步骤“去分母，去括号，移项、合并同类项，系数化为1”求解即可。

【详解】 解: $3 - \frac{2x-1}{5} = \frac{x+1}{2}$

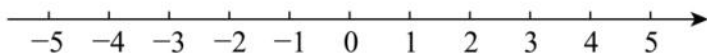
去分母，得: $30 - 2(2x-1) = 5(x+1),$

去括号，得: $30 - 4x + 2 = 5x + 5,$

移项、合并同类项，得: $-9x = -27,$

系数化为1，得: $x = 3.$

21. 解不等式组: $\begin{cases} x-1 > 3(x+1) \\ \frac{1}{3}x-1 \leq 4-\frac{4}{3}x \end{cases}$ 把它的解集在数轴上表示出来.



【答案】 $-2 < x \leq 3$ ，数轴见解析

【解析】

【分析】本题主要考查了解一元一次不等式组，先求出不等式组中每一个不等式的解集，再求出它们的公共部分即可求解，然后把不等式的解集表示在数轴上即可。

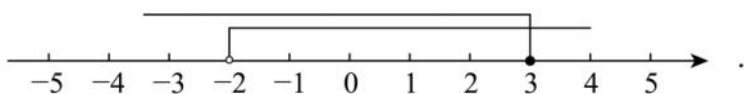
【详解】解：
$$\begin{cases} x-1 > 3(x+1) \text{ ①} \\ \frac{1}{3}x-1 \leq 4-\frac{4}{3}x \text{ ②} \end{cases},$$

由①得 $x < -2$ ，

由②得 $x \leq 3$ ，

故原不等式组的解集是： $-2 < x \leq 3$ ，

把解集在数轴上表示出来为：



22. 解方程组：
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - 4y = 30 \\ y - 2x = 15 \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x = -12 \\ y = -9 \end{cases}$$

【解析】

【分析】本题考查解二元一次方程组，根据方程组特点选择合适的方法求解是解题关键，利用加减消元法求解即可。

【详解】解：
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - 4y = 30 \text{ ①} \\ y - 2x = 15 \text{ ②} \end{cases},$$

由②得： $4y - 8x = 60 \text{ ③}$ ，

由①+③得： $-\frac{15}{2}x = 90$ ，

解得： $x = -12$ 。

将 $x = -12$ 代入②得： $y - 2 \times (-12) = 15$ ，

解得： $y = -9$ ，

∴原方程组的解为
$$\begin{cases} x = -12 \\ y = -9 \end{cases}.$$

23. 解方程组:
$$\begin{cases} x - y - z = -1 \\ 3x + 5y + 7z = 11 \\ 4x - y + 2z = -1 \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ z = -1 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题考查了解三元一次方程组，熟练掌握代入消元法或加减消元法是解题的关键。通过加减消元法即可完成求解。

【详解】 解:
$$\begin{cases} x - y - z = -1 \text{①} \\ 3x + 5y + 7z = 11 \text{②} \\ 4x - y + 2z = -1 \text{③} \end{cases}$$

① $\times$ 2+③得: $6x - 3y = -3$ ④

① $\times$ 7+②得: $10x - 2y = 4$ ⑤

④ $\times$ 2-⑤ $\times$ 3得: $-18x = -18$

解得: $x = 1$

把 $x = 1$ 代入④得: $y = 3$

把 $x = 1$, $y = 3$ 代入①得: $z = -1$

故方程组的解为:
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ z = -1 \end{cases}$$

24. 在长方体中，有一个公共顶点的三条棱的长度之比是5:8:10，最小的一个面的面积是240平方厘米，那么这个长方体的表面积是多少平方厘米？

【答案】 2040 平方厘米

【解析】

【分析】 本题考查比的应用，长方体的表面积计算，熟记面积公式是解答本题的关键。根据三条棱的长度之比是5:8:10，可设三条棱的长度分别为: $5x$ 、 $8x$ ， $10x$ ，再根据最小的一个面的面积是240平方厘米，可求出 $x^2 = 6$ ，再结合表面积计算公式求解即可。

【详解】 解: 根据题意可设该长方体的三条棱的长度分别为: $5x$ 、 $8x$ ， $10x$ ，

$\because$ 最小的一个面的面积是240平方厘米，

$$\therefore 5x \cdot 8x = 240, \text{ 即 } x^2 = 6,$$

$\therefore$ 另两个面的面积分别是 $8x \cdot 10x = 80x^2 = 80 \times 6 = 480$ 平方厘米, $5x \cdot 10x = 50x^2 = 50 \times 6 = 300$ 平方厘米,

$\therefore$ 这个长方体的表面积是 $(240 + 300 + 480) \times 2 = 2040$ 平方厘米.

答: 这个长方体的表面积是 2040 平方厘米.

25. 已知线段 AB , C 是线段 AB 上的一点.



(1) 用直尺和圆规作出线段 AC 的中点 D (不写作法, 保留作图痕迹);

(2) 在 (1) 的前提下, 此时图中所有线段的长度之和为 23, 且线段 AC 、 CB 的长度均为整数, 求线段 AC 的长.

【答案】 (1) 见解析 (2) 线段 AC 的长为 8

【解析】

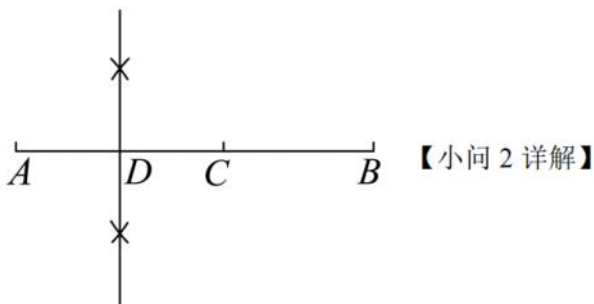
【分析】 本题考查了尺规作图, 两点间的距离, 二元一次方程.

(1) 利用尺规作图的方法作出图形即可;

(2) 可以设出 AC 和 CD 的长, 再根据图中所有线段的长度之和为 23, 即可列出等式, 再根据线段 AC 的长度与线段 CB 的长度都是正整数, 即可求出答案.

【小问 1 详解】

解: 点 D 如图所示,



解: 设 $BC = y$, $CD = AD = \frac{1}{2}x$, 则 $AD + AC + AB + CD + DB + CB = 23$,

$$\text{即: } \frac{1}{2}x + x + (x + y) + \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{2}x + y\right) + y = 23,$$

$$\text{得: } 7x + 6y = 46,$$

因为线段 AC 的长度与线段 CB 的长度都是正整数,

所以可知 x 最大为 6,

可知: $x=6$, y 为小数, 不符合;

$x=5$, y 为小数, 不符合;

$x=4$, $y=3$, 符合题意;

$x=3$, y 为小数, 不符合;

$x=2$, y 为小数, 不符合;

$x=1$, y 为小数, 不符合.

$$AC = 2x = 8.$$

答: 线段 AC 的长为 8.

26. 为了活跃学生们的课余生活, 学校新建棋室, 现欲购买一批象棋和围棋, 已知购买 3 副象棋和 2 副围棋共需 160 元, 购买 2 副象棋和 3 副围棋共需 165 元,

(1) 求每副象棋和围棋的价格.

(2) 如果学校准备购买象棋和围棋共 100 副, 且总费用不超过 3225 元. 那么最多能购买多少副围棋.

【答案】(1) 每副象棋 30 元, 每副围棋 35 元

(2) 最多能购买 45 副围棋

【解析】

【分析】 本题考查二元一次方程组的应用, 一元一次不等式的应用:

(1) 设每副象棋 x 元, 每副围棋 y 元, 根据购买 3 副象棋和 2 副围棋共需 160 元, 购买 2 副象棋和 3 副围棋共需 165 元, 列出方程组进行求解即可;

(2) 设购买了 m 副围棋, 根据总费用不超过 3225 元, 列出不等式进行求解即可.

【小问 1 详解】

解: 设每副象棋 x 元, 每副围棋 y 元, 由题意, 得:

$$\begin{cases} 3x+2y=160 \\ 2x+3y=165 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} x=30 \\ y=35 \end{cases}$$

答: 每副象棋 30 元, 每副围棋 35 元;

【小问 2 详解】

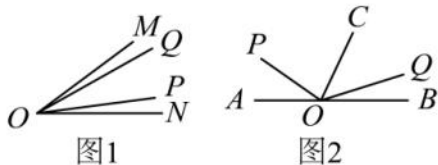
设购买了 m 副围棋, 由题意, 得: $30(100-m)+35m \leq 3225$,

解得: $m \leq 45$;

答: 最多能购买 45 副围棋.

27. 定义: 如果一个角内部的一条射线将这个角分成两个角, 其中一个角是另一个角的 n 倍, 那么我们将这条射线称为这个角的 $n+1$ 分位线. 例如: 如图 1, $\angle MOP = 4\angle NOP$, 则 OP 为 $\angle MON$ 的 5 分位线;

$\angle NOQ = 4\angle MOQ$ ，则 OQ 也是 $\angle MON$ 的 5 分位线.



- (1) 若 $\angle AOB = 45^\circ$ ， OP 为 $\angle AOB$ 的 3 分位线，且 $\angle BOP > \angle POA$ ，则 $\angle BOP = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (2) 如图 2，点 A 、 O 、 B 在同一条直线上， OC 为一条射线， OP ， OQ 分别为 $\angle AOC$ 与 $\angle BOC$ 的 4 分位线，($\angle COP > \angle POA$ ， $\angle COQ > \angle QOB$).
- ① 已知， $\angle AOC = 120^\circ$ ，则 $\angle POQ = \underline{\hspace{2cm}}$.
- ② 若 $\angle AOC = \alpha$ ，当 α 变化时， $\angle POQ$ 的度数是否发生变化？若不发生变化，请写出计算过程；若发生变化，请说明理由.
- (3) 如果点 A 、 O 、 B 在同一条直线上， OC 为一条射线，已知射线 OM 、 ON 分别为 $\angle AOC$ 与 $\angle BOC$ 的 5 分位线，且 $\angle MON = 87^\circ$ ，请直接写出 $\angle AOC$ 的度数.

【答案】 (1) 30°

(2) ① 135° ；② 不变，见解析

(3) 85° 或 95°

【解析】

【分析】 本题考查了新定义，几何图形中角度的计算，正确联系新定义的内容是解题的关键；

- (1) 根据题意可得： $\angle BOP = 2\angle AOP$ ， $\angle BOP + \angle AOP = 45^\circ$ ，进而得出答案；
- (2) ① 由题意可得： $\angle COP = 3\angle AOP$ ， $\angle COQ = 3\angle BOQ$ ，根据 $\angle AOC = 120^\circ$ ，得到 $\angle COP = 90^\circ$ ， $\angle COQ = 45^\circ$ ，求解即可；② 不变，根据题意 $\angle COP = \frac{3}{4}\angle AOC$ ， $\angle COQ = \frac{3}{4}\angle BOC$ ，代入即可求解；
- (3) 因为 OM ， ON 位置不确定，有两种情况，第一种情况，设 $\angle MOC = \alpha$ ， $\angle NOC = 87^\circ - \alpha$ ， $\angle AOB = \angle AOM + \angle MON + \angle BON = 180^\circ$ ，代入求解 $\alpha = 19^\circ$ ，进而求得 $\angle AOC$ 的度数；第二种情况，设 $\angle MOA = \alpha$ ， $\angle NOC = 87^\circ - 4\alpha$ ， $\angle AOB = \angle AOM + \angle MON + \angle BON = 180^\circ$ ，代入求解 $\alpha = 17^\circ$ ，进而求得 $\angle AOC$ 的度数.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned} \because \angle AOB &= 45^\circ, OP \text{ 为 } \angle AOB \text{ 的 3 分位线, 且 } \angle BOP > \angle POA; \\ \therefore \angle BOP &= 2\angle AOP, \angle BOP + \angle AOP = 45^\circ \\ \therefore \angle AOP &= 15^\circ \\ \therefore \angle BOP &= 2\angle AOP = 2 \times 15^\circ = 30^\circ \end{aligned}$$

【小问 2 详解】

① $\because OP, OQ$ 分别为 $\angle AOC$ 与 $\angle BOC$ 的 4 分位线, ($\angle COP > \angle POA, \angle COQ > \angle QOB$)

$$\therefore \angle COP = 3\angle AOP, \angle COQ = 3\angle BOQ,$$

$$\because \angle AOC = 120^\circ, \therefore \angle BOC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AOP = 30^\circ, \angle BOQ = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle COP = 90^\circ, \therefore \angle COQ = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle POQ = \angle POC + \angle COQ = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ;$$

②不变; $\because OP, OQ$ 分别为 $\angle AOC$ 与 $\angle BOC$ 的 4 分位线, ($\angle COP > \angle POA, \angle COQ > \angle QOB$),

$$\therefore \angle COP = \frac{3}{4}\angle AOC, \angle COQ = \frac{3}{4}\angle BOC$$

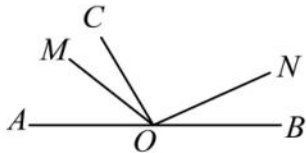
$$\therefore \angle POQ = \angle COP + \angle COQ = \frac{3}{4}(\angle AOC + \angle BOC)$$

$$= \frac{3}{4}\angle AOB = \frac{3}{4} \times 180^\circ = 135^\circ$$

$\therefore$ 若 $\angle AOC = \alpha$, $\angle POQ$ 的度数不会改变;

【小问 3 详解】

根据题意作图, 如图所示



已知射线 OM, ON 分别为 $\angle AOC$ 与 $\angle BOC$ 的 5 分位线,

设 $\angle MOC = \alpha$, $\angle NOC = 87^\circ - \alpha$,

$$\angle MOA = 4\alpha, \angle BON = \frac{(87^\circ - \alpha)}{4},$$

点 A, O, B 在同一条直线上

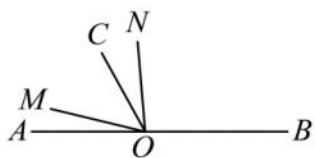
$$\therefore \angle AOB = \angle AOM + \angle MON + \angle BON = 180^\circ,$$

$$4\alpha + 87^\circ + \frac{(87^\circ - \alpha)}{4} = 180^\circ$$

$$\alpha = 19^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = 5\alpha = 95^\circ;$$

根据题意作图, 如图所示;



已知射线 OM 、 ON 分别为 $\angle AOC$ 与 $\angle BOC$ 的 5 分位线，

设 $\angle MOA = \alpha$ ， $\angle NOC = 87^\circ - 4\alpha$ ，

$$\angle BON = 4(87^\circ - 4\alpha),$$

点 A 、 O 、 B 在同一条直线上

$$\therefore \angle AOB = \angle AOM + \angle MON + \angle BON = 180^\circ,$$

$$\therefore \alpha + 87 + 4(87^\circ - 4\alpha) = 180^\circ,$$

解得 $a = 17^\circ$

$$\angle AOC = 5\alpha = 5 \times 17^\circ = 85^\circ$$

$\therefore \angle AOC$ 的度数为 85° 或 95°