

嘉定区 2023 学年第二学期七年级期末考试数学试题

(考试时间 90 分钟, 总分 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 共 18 分)

1. 下列说法正确的是 ()

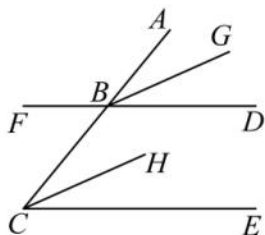
A. 2 的平方根是 4

B. 0 的任何次方根都是 0

C. -3 没有五次方根

D. 1 的立方根是 ± 1

2. 如图, 下列说法中错误的是 ()



A. $\angle GBD, \angle HCE$ 是同位角

B. $\angle ABD, \angle ACH$ 是同位角

C. $\angle FBC, \angle ACE$ 是内错角

D. $\angle GBC, \angle BCE$ 是同旁内角

3. 下列说法中, 正确的是 ()

A. 两条直线被第三条直线所截, 同位角相等

B. 连接直线外一点到直线上各点的所有线段中, 垂线最短

C. 经过一点, 有且只有一条直线与已知直线平行

D. 在平面内经过直线上或直线外的一点作已知直线的垂线可以作一条, 并且只可以作一条

4. 已知等腰三角形的周长为 10, 一边长为 2, 那么它的一条腰长是 ()

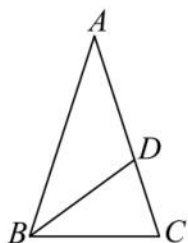
A. 2

B. 2 或 10

C. 4

D. 2 或 4

5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 在 AC 上, 且 $BD = BC = AD$. 则 $\angle A$ 的度数是 ()



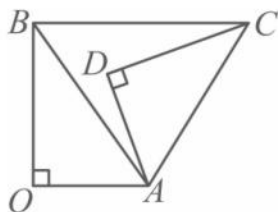
A. 30°

B. 36°

C. 45°

D. 60°

6. 如图 $\triangle AOB \cong \triangle ADC$, $\angle O = \angle D = 90^\circ$, 记 $\angle OAD = \alpha$, $\angle ABO = \beta$, 当 $AO \parallel BC$ 时, α 与 β 之间的数量关系为 ().



- A. $\alpha + \beta = 90^\circ$ B. $\alpha + 2\beta = 180^\circ$ C. $\alpha = \beta$ D. $\alpha = 2\beta$

二、填空题（本大题共 12 题，每题 2 分，共 24 分）

7. $\sqrt{36} - 5$ 的平方根是_____.

8. 计算: $\left(\sqrt{15} - \frac{3}{2}\sqrt{15}\right) \div \sqrt{15} =$ _____.

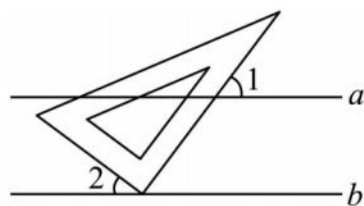
9. 用科学记数法表示, 并保留三个有效数字: $-0.0002024 \approx$ _____.

10. 点 A 和点 B 是数轴上的两点, 点 A 表示的数为 $-\sqrt{3}$, 点 B 表示的数为 $\sqrt{3}$, 那么 A、B 两点间的距离为_____.

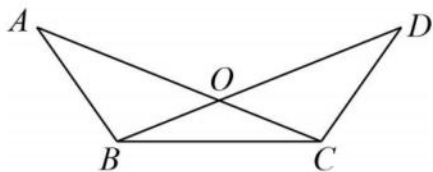
11. 如果点 $P(x-4, y+1)$ 在第一象限, 那么点 $Q(3-x, y+2)$ 在第_____象限.

12. 在 $\triangle ABC$ 中, 如果 $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 55^\circ$, 那么按角分类, $\triangle ABC$ 是_____三角形.

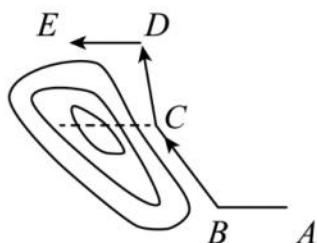
13. 已知: 如图, $a \parallel b$, 三角尺的直角顶点在直线 b 上, $\angle 1 = 49^\circ$, $\angle 2$ 的度数为_____.



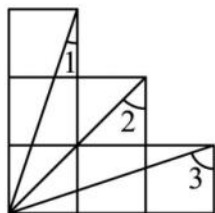
14. 如图, 已知 $\angle OCB = \angle OBC$, 如果要说明 $\triangle AOB \cong \triangle DOC$, 那么还需要添加一个条件, 这个条件可以是_____.



15. 我们规定车辆在转弯时的转弯角是车辆原行驶路线与转弯后路线所成的角的外角. 如图: 一辆车在一段绕山公路行驶 (沿箭头方向) 时, 在点 B、C 和 D 处的转弯角分别是 α 、 β 和 θ , 且 $AB \parallel DE$, 则 α 、 β 和 θ 之间的数量关系是_____.

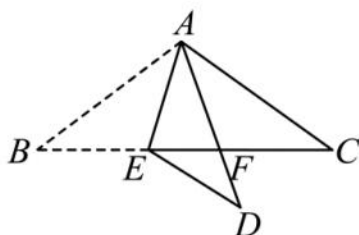


16. 如图为 6 个边长相等的正方形的组合图形，则 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.



17. 等腰三角形一腰上的中线将这个等腰三角形的周长分成 15 cm 和 18 cm 两部分，则等腰三角形的底边长是 cm.

18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， E 是 BC 边上一点，将 $\triangle ABE$ 沿 AE 翻折，点 B 落到点 D 的位置， AD 边与 BC 边交于点 F ，如果 $AE=AF=DE$ ，那么 $\angle BAC = \underline{\hspace{2cm}}$ 度.

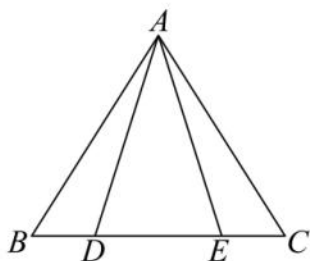


三、简答题（本大题共 5 题，第 19，21，23 题每题 5 分；第 20 题 8 分，第 22 题 6 分，共 29 分）

19. 计算： $(3-2\sqrt{3}) \div \sqrt{3} - (\sqrt{2}-1)^0$.

20. 利用分数指数幂的运算性质进行计算： $\sqrt[3]{16} \times \sqrt{8} \div \sqrt[6]{32}$

21. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，点 D 、 E 在边 BC 上，且 $AD=AE$ 试说明 $BE=CD$ 的理由.



解：因为 $AC=AB$ （已知）

所以 $\angle B = \angle C$ （ ）

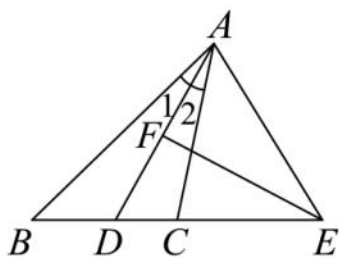
同理：_____ = _____

$$\text{在 } \triangle ABE \text{ 与 } \triangle ACD \text{ 中 } \begin{cases} \angle B = \angle C \\ \angle AED = \angle ADE \\ (\quad) = (\quad) \end{cases}$$

所以 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ()

所以 $BE = CD$ ()

22. 如图，在 $\triangle ABE$ 中， $\angle EAC = \angle B$ ，点 C 在 BE 上， AD 平分 $\angle BAC$ ，交 BC 于点 D ，点 F 是线段 AD 的中点，连接 EF ， $\angle AEF$ 与 $\angle DEF$ 相等吗？请说明理由。



解：结论：_____

理由：

因为 AD 平分 $\angle BAC$ (已知)，所以_____ (角的平分线的意义)。

因为 $\angle B = \angle EAC$ ，(已知)，所以 $\angle 1 + \angle B = \angle 2 + \angle EAC$ 。(等式性质)

而 $\angle EDA = \text{_____} + \text{_____}$ 。(三角形一个外角等于与它不相邻的两个内角的和)

所以 $\angle EDA = \angle EAD$ (等量代换)。

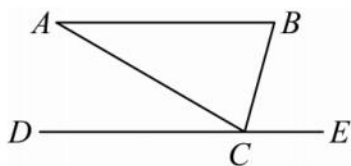
所以_____ (_____)。

又因为 $AF = DF$ (线段中点的意义)

所以_____ (_____)。

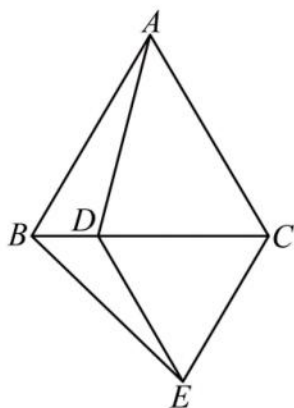
请完成以下说理过程：

23. 如图，已知在三角形 ABC 中， $AC = AB$ ，过点 C 作 AB 的平行线 DE ，证明： BC 平分 $\angle ACE$



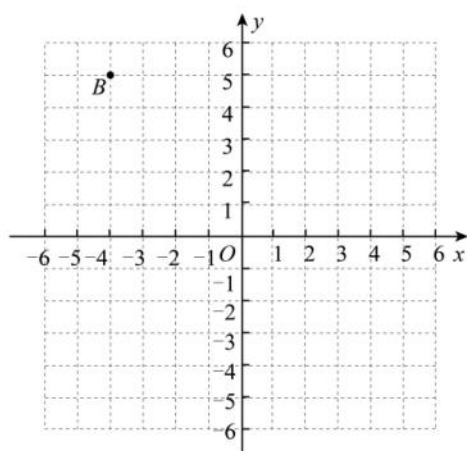
四、解答题 (本大题共 3 题，第 24 题 12 分；第 25 题 6 分，第 26 题 11 分，共 29 分)

24. 如图，已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形， D 为边 BC 上一点，以 CD 为边向形外作等边三角形 CDE 、联结 AD 、 BE



- (1) 试说明 $AD = BE$ 的理由；
- (2) 如果 $\angle CBE = 30^\circ$ ，试说明 $BD = CD$ 的理由。

25. 如图，在直角坐标平面内，已知点 A 的坐标 $(-3, 0)$ ，



- (1) 图中 B 点的坐标是_____；
- (2) 点 B 关于原点对称的点 C 的坐标是_____；点 B 关于 y 轴对称的点 D 的坐标是_____；
- (3) $S_{\triangle ABC}$ 的面积是_____；
- (4) 在 x 轴上找一点 F ，使 $S_{\triangle ADF} = S_{\triangle ABC}$ ，那么点 F 的所有可能位置是_____。（用坐标表示）

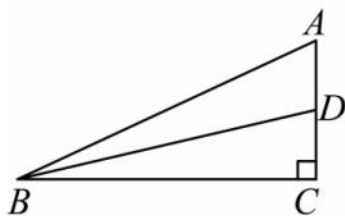
26. 阅读理解概念：如果三角形的两个内角 α 与 β 满足 $2\alpha + \beta = 90^\circ$ ，那么我们称这样的三角形为“奇妙互余三角形”。

完成以下问题：

(1) 填空：

- ①若 $\triangle ABC$ 是“奇妙互余三角形”， $\angle C > 90^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ，则 $\angle B =$ _____
- ②若 $\triangle ABC$ 是“奇妙互余三角形”， $\angle C > 90^\circ$ ， $\angle A = 40^\circ$ ，则 $\angle C =$ _____

(2) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，请说明 $\triangle ABD$ 是“奇妙互余三角形”的理由。



(3) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle ABC = 42^\circ$, 点 P 是射线 CB 上的一点, 且 $\triangle ABP$ 是“奇妙互余三角形”, 请直接写出 $\angle APC$ 的度数.

嘉定区 2023 学年第二学期七年级期末考试数学试题（答案解析）

（考试时间 90 分钟，总分 100 分）

一、选择题（本大题共 6 题，每题 3 分，共 18 分）

1. 下列说法正确的是（ ）

A. 2 的平方根是 4

B. 0 的任何次方根都是 0

C. -3 没有五次方根

D. 1 的立方根是 ± 1

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查平方根、立方根和 n 次方根的定义，此为基础且重要知识点，必须熟练掌握。分别根据平方根、立方根和 n 次方根的定义进行判断即可。

【详解】解：A. 2 的平方根是 $\pm\sqrt{2}$ ，故不正确；

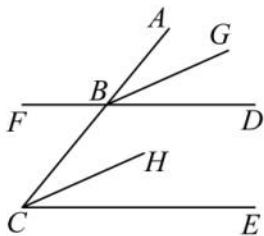
B. 0 的任何次方根都是 0，正确；

C. -3 的五次方根是 $-\sqrt[5]{3}$ ，故不正确；

D. 1 的立方根是 1，故不正确；

故选 B.

2. 如图，下列说法中错误的是（ ）



A. $\angle GBD, \angle HCE$ 是同位角

B. $\angle ABD, \angle ACH$ 是同位角

C. $\angle FBC, \angle ACE$ 是内错角

D. $\angle GBC, \angle BCE$ 是同旁内角

【答案】A

【解析】

【分析】根据同位角、同旁内角、内错角的定义结合图形判断。

【详解】解：A、 $\angle GBD$ 和 $\angle HCE$ 不符合同位角的定义，故本选项合题意；

B、 $\angle ABD$ 和 $\angle ACH$ 是同位角，故本选项不合题意；

C、 $\angle FBC$ 和 $\angle ACE$ 是内错角，故本选项不合题意；

D、 $\angle GBC$ 和 $\angle BCE$ 是同旁内角，故本选项不合题意；

故选：A.

【点睛】本题考查了同位角、同旁内角、内错角的定义，属于基础题，正确且熟练掌握同位角、同旁内角、内错角的定义和形状，是解题的关键.

3. 下列说法中，正确的是（ ）

- A. 两条直线被第三条直线所截，同位角相等
- B. 连接直线外一点到直线上各点的所有线段中，垂线最短
- C. 经过一点，有且只有一条直线与已知直线平行
- D. 在平面内经过直线上或直线外的一点作已知直线的垂线可以作一条，并且只可以作一条

【答案】D

【解析】

【分析】根据平行线的性质、垂线段最短、平行公理、垂直性质逐项判断即可.

【详解】解：A、两条平行直线被第三条直线所截，同位角相等，故选项 A 错误，不符合题意；
B、连接直线外一点到直线上各点的所有线段中，垂线段最短，故选项 B 错误，不符合题意；
C、经过直线外一点，有且只有一条直线与已知直线平行，故选项 C 错误，不符合题意；
D、在平面内经过直线上或直线外的一点作已知直线的垂线可以作一条，并且只可以作一条，故选项 D 正确，符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查平行线的性质、垂线段最短、平行公理、垂直性质，熟练掌握相关知识是解答的关键.

4. 已知等腰三角形的周长为 10，一边长为 2，那么它的一条腰长是（ ）

- A. 2
- B. 2 或 10
- C. 4
- D. 2 或 4

【答案】C

【解析】

【分析】此题考查了等腰三角形的定义，三角形的三边关系，正确理解三角形的三边关系及等腰三角形的定义是解题的关键. 分两种情况：①若腰长为 2，②若底边长为 2，利用三角形的三边关系依次验证即可.

【详解】解：分两种情况：

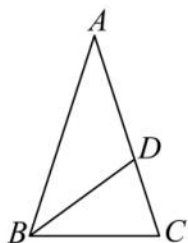
①若腰长为 2，则底边长为 $10 - 2 - 2 = 6$ ， $2 + 2 < 6$ ，不能构成三角形，故舍去；

②若底边长为 2，则腰长为 $\frac{1}{2} \times (10 - 2) = 4$ ， $4 + 2 > 4$ ，能构成三角形，

故腰长为 4，

故选 C.

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 在 AC 上，且 $BD = BC = AD$. 则 $\angle A$ 的度数是（ ）



A. 30°

B. 36°

C. 45°

D. 60°

【答案】B

【解析】

【分析】利用等边对等角得到三对角相等，设 $\angle A = \angle ABD = x$ ，表示出 $\angle BDC$ 与 $\angle C$ ，列出关于 x 的方程，求出方程的解得到 x 的值，即可确定出 $\angle A$ 的度数.

【详解】解： $\because AB = AC$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle C,$$

$$\because BD = BC = AD,$$

$$\therefore \angle A = \angle ABD, \angle C = \angle BDC,$$

$$\text{设 } \angle A = \angle ABD = x, \text{ 则 } \angle BDC = 2x, \angle C = \frac{180^\circ - x}{2},$$

$$\text{得: } 2x = \frac{180^\circ - x}{2},$$

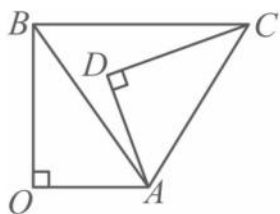
$$\text{解得: } x = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 36^\circ,$$

故选：B.

【点睛】此题考查了等腰三角形的性质，以及三角形内角和定理，熟练掌握等腰三角形的性质是解本题的关键.

6. 如图 $\triangle AOB \cong \triangle ADC$ ， $\angle O = \angle D = 90^\circ$ ，记 $\angle OAD = \alpha$ ， $\angle ABO = \beta$ ，当 $AO \parallel BC$ 时， α 与 β 之间的数量关系为（ ）.



A. $\alpha + \beta = 90^\circ$

B. $\alpha + 2\beta = 180^\circ$

C. $\alpha = \beta$

D. $\alpha = 2\beta$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的性质，等腰三角形的性质，平行线的性质，根据全等三角形的性质可得

$AB = AC$ ， $\angle BAO = \angle CAD$ ，然后求出 $\angle BAC = \alpha$ ，再根据等腰三角形两底角相等求出 $\angle ABC$ ，然后根据两直线平行，同旁内角互补表示出 $\angle OBC$ ，整理即可，熟记各性质并理清图中各角度之间的关系是解题的关键。

【详解】解： $\because \triangle AOB \cong \triangle ADC$ ，

$$\therefore AB = AC, \angle BAO = \angle CAD,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle OAD = \alpha,$$

$$\text{在} \triangle ABC \text{ 中, } \angle ABC = \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha),$$

$$\because AO \parallel BC,$$

$$\therefore \angle OBC = 180^\circ - \angle O = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore \beta + \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha) = 90^\circ,$$

$$\text{整理得 } \alpha = 2\beta,$$

故选：D.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 2 分，共 24 分）

7. $\sqrt{36} - 5$ 的平方根是_____.

【答案】 ± 1

【解析】

【分析】本题考查了算术平方根和平方根的意义，先根据算术平方根的意义化简，再根据平方根的意义求解即可.

【详解】解： $\because \sqrt{36} - 5 = 6 - 5 = 1$

$$\therefore \sqrt{36} - 5 \text{ 的平方根是 } \pm\sqrt{1} = \pm 1$$

故答案为： ± 1 .

8. 计算： $\left(\sqrt{15} - \frac{3}{2}\sqrt{15}\right) \div \sqrt{15} =$ _____.

【答案】 $-\frac{1}{2}$ 或 -0.5

【解析】

【分析】本题考查了实数的混合运算，先算括号里，再算除法即可.

【详解】解：原式 $= -\frac{1}{2}\sqrt{15} \div \sqrt{15} = -\frac{1}{2}$.

故答案为： $-\frac{1}{2}$.

9. 用科学记数法表示，并保留三个有效数字： $-0.0002024 \approx$ _____.

【答案】 -2.02×10^{-4}

【解析】

【分析】本题考查了负整数指数科学记数法，对于一个绝对值小于1的非0小数，用科学记数法写成 $a \times 10^{-n}$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 是正整数， n 等于原数中第一个非0数字前面所有0的个数（包括小数点前面的0），也考查了有效数字.

【详解】解： $-0.0002024 \approx -2.02 \times 10^{-4}$

故答案为： -2.02×10^{-4} .

10. 点 A 和点 B 是数轴上的两点，点 A 表示的数为 $-\sqrt{3}$ ，点 B 表示的数为 $\sqrt{3}$ ，那么 A 、 B 两点间的距离为_____.

【答案】 $2\sqrt{3}$

【解析】

【分析】本题考查了实数与数轴，根据两点间的距离计算方法求解即可.

【详解】解： $AB = \sqrt{3} - (-\sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$

故答案为： $2\sqrt{3}$.

11. 如果点 $P(x-4, y+1)$ 在第一象限，那么点 $Q(3-x, y+2)$ 在第_____象限.

【答案】二

【解析】

【分析】根据点 $P(x-4, y+1)$ 在第一象限，可得到 $x > 4$ ， $y > -1$ ，从而得到 $3-x < 0$ ， $y+2 > 0$ ，即可得到答案.

【详解】解： $\because$ 点 $P(x-4, y+1)$ 在第一象限，

$$\therefore x-4 > 0, y+1 > 0,$$

$$\therefore x > 4, y > -1,$$

$$\therefore 3-x < 0, y+2 > 0,$$

∴ 点 $Q(3-x, y+2)$ 在第二象限,

故答案为: 二.

【点睛】本题主要考查了平面直角坐标系中点的坐标特征, 根据点 $P(x-4, y+1)$ 在第一象限得到 x 、 y 的取值范围是解题的关键.

12. 在 $\triangle ABC$ 中, 如果 $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 55^\circ$, 那么按角分类, $\triangle ABC$ 是_____三角形.

【答案】钝角

【解析】

【分析】本题考查了三角形的内角和定理以及钝角三角形的定义, 熟记三角形的内角和定理是解本题的关键. 根据三角形的内角和定理, 求出 $\angle A$, 再判断三角形的形状.

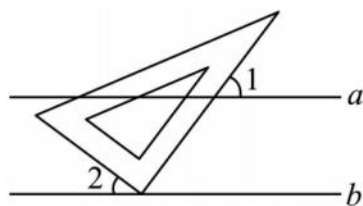
【详解】解: ∵ $\triangle ABC$ 中, 如果 $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 55^\circ$, ,

$$\therefore \angle A = 180^\circ - 30^\circ - 55^\circ = 95^\circ,$$

∴ 三角形是钝角三角形.

故答案为: 钝角.

13. 已知: 如图, $a \parallel b$, 三角尺的直角顶点在直线 b 上, $\angle 1 = 49^\circ$, $\angle 2$ 的度数为_____.



【答案】 41°

【解析】

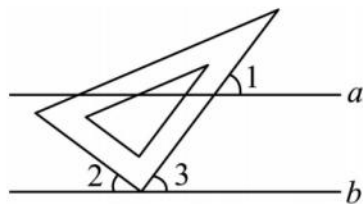
【分析】根据两直线平行同位角相等求出 $\angle 3 = \angle 1 = 49^\circ$, 再根据 $\angle 2 = 180^\circ - \angle 3 - 90^\circ$ 即可求出答案.

【详解】解: ∵ $a \parallel b$,

$$\therefore \angle 3 = \angle 1 = 49^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle 3 - 90^\circ = 41^\circ,$$

故答案为: 41° .

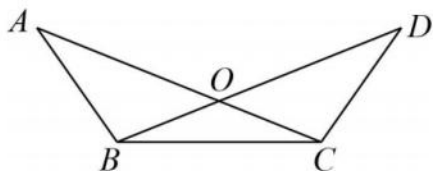


【点睛】此题考查了平行线的性质: 两直线平行, 同位角相等, 熟记平行线

的性质是解题的关键.

14. 如图, 已知 $\angle OCB = \angle OBC$, 如果要说明 $\triangle AOB \cong \triangle DOC$, 那么还需要添加一个条件, 这个条件

可以是_____.



【答案】 $\angle A = \angle D$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】可以添加条件为 $\angle A = \angle D$ ，利用等角对等边得到 $OB = OC$ ，再利用全等三角形的判定条件 AAS，即可证明 $\triangle AOB \cong \triangle DOC$ ，本题为开放题，答案不唯一.

【详解】解：可添加条件 $\angle A = \angle D$ ，

理由如下： $\because \angle OCB = \angle OBC$ ，

$\therefore OB = OC$ ，

在 $\triangle AOB$ 与 $\triangle DOC$ 中，

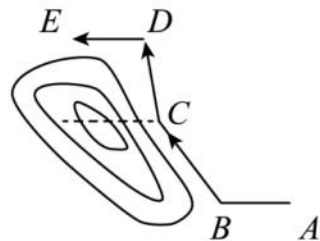
$$\begin{cases} \angle A = \angle D \\ \angle AOB = \angle DOC, \\ OB = OC \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle DOC$ (AAS),

故答案为： $\angle A = \angle D$. (答案不唯一)

【点睛】本题考查了等腰三角形的判定，全等三角形的判定条件，熟知全等三角形的判定条件是解题的关键.

15. 我们规定车辆在转弯时的转弯角是车辆原行驶路线与转弯后路线所成的角的外角. 如图：一辆车在一段绕山公路行驶（沿箭头方向）时，在点 B 、 C 和 D 处的转弯角分别是 α 、 β 和 θ ，且 $AB \parallel DE$ ，则 α 、 β 和 θ 之间的数量关系是_____.

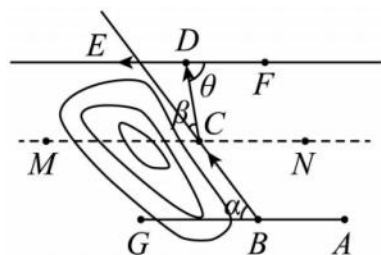


【答案】 $\alpha + \beta = \theta$

【解析】

【分析】根据转弯角的定义及平行线的性质即可得出 α 、 β 和 θ 三角的关系式.

【详解】根据题干中的“规定车辆在转弯时的转弯角是车辆原行驶路线与转弯后路线所成的角的外角”可知，在点B、C和D处的转弯角分别是 α 、 β 和 θ ，如下图所示。



过点C作 $MN \parallel AB$ ，则 $\angle ECM = \angle CBG = \alpha$ （两直线平行，则同位角相等）。

$\because AB \parallel ED$ ，

$\therefore MN \parallel ED$ ，

$\therefore \angle FDC = \angle DCM$ （两直线平行，则内错角相等），

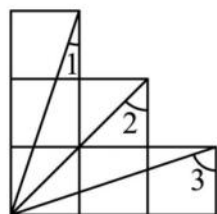
又 $\because \angle DCM = \angle DCE + \angle ECM = \beta + \alpha$ ， $\angle FDC = \theta$

$\therefore \alpha + \beta = \theta$ 。

故答案为： $\alpha + \beta = \theta$ 。

【点睛】本题考查了平行线的性质和对转弯角名称定义的理解，解题的关键是利用平行线的性质把相关的角联系在一起。

16. 如图为6个边长相等的正方形的组合图形，则 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \underline{\quad\quad}^\circ$ 。

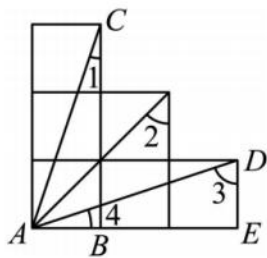


【答案】135

【解析】

【分析】如图，利用“边角边”证明 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEA$ 全等，根据全等三角形对应角相等可得 $\angle 1 = \angle 4$ ，然后求出 $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$ ，再判断出 $\angle 2 = 45^\circ$ ，然后计算即可得解。

【详解】解：标注字母，如图所示，



在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEA$ 中,

$$\begin{cases} AB = DE \\ \angle ABC = \angle DEA = 90^\circ, \\ BC = EA \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEA (\text{SAS}),$

$\therefore \angle 1 = \angle 4,$

$\because \angle 3 + \angle 4 = 90^\circ,$

$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ,$

又 $\because \angle 2 = 45^\circ,$

$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ.$

故答案为: 135.

【点睛】本题考查了全等三角形的判定和性质, 网格结构, 准确识图并判断出全等三角形是解题的关键.

17. 等腰三角形一腰上的中线将这个等腰三角形的周长分成 15 cm 和 18 cm 两部分, 则等腰三角形的底边长是 _____ cm.

【答案】13 或 9

【解析】

【分析】如图 (见解析), 分① $AB + AD = 15\text{cm}$, $BC + CD = 18\text{cm}$; ② $AB + AD = 18\text{cm}$, $BC + CD = 15\text{cm}$ 两种情况, 再分别根据等腰三角形的定义建立二元一次方程组, 解方程组可得等腰三角形的三边长, 然后利用三角形的三边关系定理进行检验即可得.

【详解】解: 如图, $\triangle ABC$ 是等腰三角形, BD 是腰 AC 上的中线,

设 $BC = x$, $AD = y$, 则 $CD = y$, $AB = AC = 2y$,

由题意, 分以下两种情况:

当 $AB + AD = 15\text{cm}$, $BC + CD = 18\text{cm}$ 时,

则
$$\begin{cases} 2y + y = 15 \\ x + y = 18 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 13 \\ y = 5 \end{cases},$$

此时等腰三角形的三边长分别为10cm，10cm，13cm，满足三角形的三边关系定理，

因此，这个等腰三角形的底边长为13cm；

②当 $AB + AD = 18\text{cm}$ ， $BC + CD = 15\text{cm}$ 时，

$$\text{则} \begin{cases} 2y + y = 18 \\ x + y = 15 \end{cases},$$

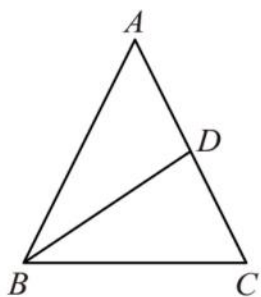
$$\text{解得} \begin{cases} x = 9 \\ y = 6 \end{cases},$$

此时等腰三角形的三边长分别为12cm，12cm，9cm，满足三角形的三边关系定理，

因此，这个等腰三角形的底边长为9cm；

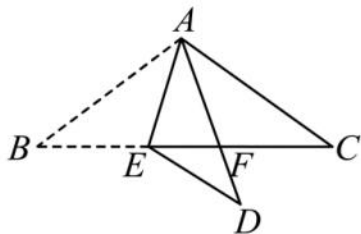
综上，这个等腰三角形的底边长为9cm或13cm．

故答案为：13 或 9．



【点睛】本题考查了等腰三角形的定义、二元一次方程组的几何应用、三角形的三边关系定理，依据题意，正确分两种情况讨论是解题关键．

18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， E 是 BC 边上一点，将 $\triangle ABE$ 沿 AE 翻折，点 B 落到点 D 的位置， AD 边与 BC 边交于点 F ，如果 $AE=AF=DE$ ，那么 $\angle BAC=$ _____度．



【答案】108

【解析】

【分析】由等腰三角形的性质可得 $\angle B = \angle C$ ，令 $\angle B = \angle C = x$ ，根据折叠的性质以及等腰三角形的性质分别用含有 x 的代数式表示出 $\angle D$ ， $\angle EFD$ ， $\angle FED$ ，再根据三角形的内角和定理求解即可．

【详解】解：∵ $AB=AC$,

$$\therefore \angle B = \angle C,$$

$$\text{令 } \angle B = \angle C = x,$$

由折叠的性质可得 $\angle D = \angle B = x$.

$$\because AE = ED,$$

$$\therefore \angle EAD = \angle D = x.$$

$$\because AE = AF,$$

$$\therefore \angle AEF = \angle AFE = 90^\circ - \frac{x}{2}.$$

$$\because \angle AEF + \angle AEB = 180^\circ, \quad \angle AFE + \angle EFD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle EFD = 90^\circ + \frac{x}{2}.$$

$$\because \angle AEB = \angle AED,$$

$$\therefore \angle AED = 90^\circ + \frac{x}{2},$$

$$\therefore \angle FED = x.$$

在 $\triangle EFD$ 中, $\angle FED + \angle EFD + \angle D = 180^\circ$,

$$\text{即 } x + (90^\circ + \frac{x}{2}) + x = 180^\circ,$$

解得 $x = 36^\circ$,

$$\therefore \angle B = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - 2\angle B = 108^\circ.$$

故答案为: 108.

【点睛】此题主要考查了翻折变换的性质以及等腰三角形的性质,能用含有 x 的代数式表示出 $\angle D$, $\angle EFD$, $\angle FED$ 是解答本题的关键.

三、简答题(本大题共 5 题,第 19, 21, 23 题每题 5 分;第 20 题 8 分,第 22 题 6 分,共 29 分)

19. 计算: $(3 - 2\sqrt{3}) \div \sqrt{3} - (\sqrt{2} - 1)^0$.

【答案】 $\sqrt{3} - 3$

【解析】

【分析】本题考查了零次幂，二次根式的混合运算，先把二次根式除法转化为乘法，并计算零指数幂，再根据乘法分配律计算，然后算加减即可解答.

【详解】解： $(3-2\sqrt{3}) \div \sqrt{3} - (\sqrt{2}-1)^0$

$$= (3-2\sqrt{3}) \times \frac{1}{\sqrt{3}} - 1$$
$$= (\sqrt{3})^2 \times \frac{1}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} - 1$$
$$= \sqrt{3} - 2 - 1$$
$$= \sqrt{3} - 3$$

20. 利用分数指数幂的运算性质进行计算： $\sqrt[3]{16} \times \sqrt{8} \div \sqrt[6]{32}$

【答案】4

【解析】

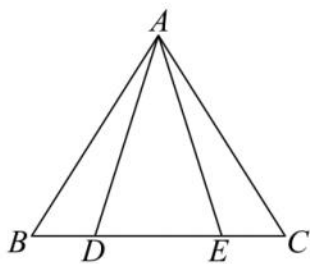
【分析】首先将每个根式化为以2为底数的幂，然后根据同底数幂的除法与乘法运算法则求解即可求得答案.

【详解】解：原式 $= 2^{\frac{4}{3}} \times 2^{\frac{3}{2}} \div 2^{\frac{5}{6}}$

$$= 2^{\frac{4}{3} + \frac{3}{2} - \frac{5}{6}}$$
$$= 2^2$$
$$= 4$$

【点睛】此题考查了分数指数幂的知识. 此题难度适中，解题的关键是掌握分数指数幂的定义，同底数幂的除法与乘法运算法则.

21. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 、 E 在边 BC 上，且 $AD = AE$ 试说明 $BE = CD$ 的理由.



解：因为 $AC = AB$ （已知）

所以 $\angle B = \angle C$ （ ）

同理：_____ = _____

$$\text{在 } \triangle ABE \text{ 与 } \triangle ACD \text{ 中 } \begin{cases} \angle B = \angle C \\ \angle AED = \angle ADE \\ (\quad) = (\quad) \end{cases}$$

所以 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ()

所以 $BE = CD$ ()

【答案】等边对等角； $\angle AED, \angle ADE$ ； AE, AD ；AAS；全等三角形的对应边相等。（答案不唯一）

【解析】

【分析】根据等边对等角的性质可得 $\angle B = \angle C$ ， $\angle AED = \angle ADE$ ，然后利用“角角边”证明 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ，然后根据全等三角形对应边相等即可证明。

【详解】解：因为 $AC = AB$ （已知）

所以 $\angle B = \angle C$ （等边对等角）

同理： $\angle AED = \angle ADE$

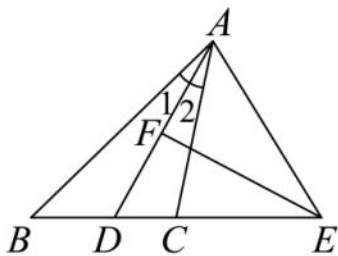
$$\text{在 } \triangle ABE \text{ 与 } \triangle ACD \text{ 中 } \begin{cases} \angle B = \angle C \\ \angle AED = \angle ADE \\ AE = AD \end{cases}$$

所以 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ (AAS)

所以 $BE = CD$ （全等三角形的对应边相等）

故答案为：等边对等角； $\angle AED, \angle ADE$ ； AE, AD ；AAS；全等三角形的对应边相等。（答案不唯一）。

22. 如图，在 $\triangle ABE$ 中， $\angle EAC = \angle B$ ，点 C 在 BE 上， AD 平分 $\angle BAC$ ，交 BC 于点 D ，点 F 是线段 AD 的中点，连接 EF ， $\angle AEF$ 与 $\angle DEF$ 相等吗？请说明理由。



解：结论：_____

理由：

因为 AD 平分 $\angle BAC$ （已知），所以_____（角的平分线的意义）。

因为 $\angle B = \angle EAC$ ，（已知），所以 $\angle 1 + \angle B = \angle 2 + \angle EAC$ 。（等式性质）

而 $\angle EDA = \text{_____} + \text{_____}$ 。（三角形一个外角等于与它不相邻的两个内角的和）

所以 $\angle EDA = \angle EAD$ (等量代换).

所以_____ (_____).

又因为 $AF = DF$ (线段中点的意义)

所以_____ (_____).

请完成以下说理过程:

【答案】 $\angle AEF = \angle DEF$; $\angle 1 = \angle 2$; $\angle 1, \angle B$; $EA = ED$, 等角对等边; $\angle AEF = \angle DEF$, 等腰三角形的三线合一

【解析】

【分析】 本题考查了等腰三角形的判定与性质以及三角形的外角, 正确得出 $EA = ED$ 是解题关键.

由角平分线的定义得 $\angle 1 = \angle 2$, 由等式的性质得 $\angle 1 + \angle B = \angle 2 + \angle EAC$, 结合外角的性质可得 $\angle EDA = \angle EAD$, 从而 $EA = ED$, 然后利用三线合一即可求解.

【详解】 解: 结论: $\angle AEF = \angle DEF$

理由:

因为 AD 平分 $\angle BAC$ (已知), 所以 $\angle 1 = \angle 2$ (角的平分线的意义).

因为 $\angle B = \angle EAC$, (已知), 所以 $\angle 1 + \angle B = \angle 2 + \angle EAC$. (等式性质)

而 $\angle EDA = \angle 1 + \angle B$. (三角形一个外角等于与它不相邻的两个内角的和)

所以 $\angle EDA = \angle EAD$ (等量代换).

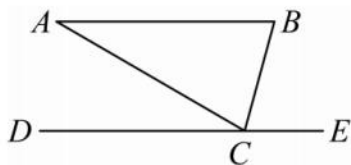
所以 $EA = ED$ (等角对等边),

又因为 $AF = DF$ (线段中点的意义)

所以 $\angle AEF = \angle DEF$ (等腰三角形的三线合一).

故答案为: $\angle AEF = \angle DEF$; $\angle 1 = \angle 2$; $\angle 1, \angle B$; $EA = ED$, 等角对等边; $\angle AEF = \angle DEF$, 等腰三角形的三线合一.

23. 如图, 已知在三角形 ABC 中, $AC = AB$, 过点 C 作 AB 的平行线 DE , 证明: BC 平分 $\angle ACE$



【答案】 见详解

【解析】

【分析】 根据等腰三角形的性质和平行线的性质即可得到结论.

【详解】 解: $\because AC = AB$,

$$\therefore \angle B = \angle ACB,$$

$$\because AB \parallel DE,$$

$$\therefore \angle B = \angle BCE,$$

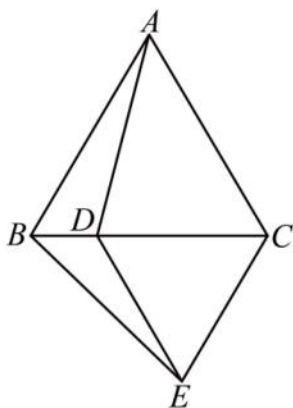
$$\therefore \angle ACB = \angle BCE,$$

$$\therefore BC \text{ 平分 } \angle ACE.$$

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质，平行线的性质，熟练掌握等腰三角形的性质是解题的关键。

四、解答题（本大题共 3 题，第 24 题 12 分；第 25 题 6 分，第 26 题 11 分，共 29 分）

24. 如图，已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形， D 为边 BC 上一点，以 CD 为边向形外作等边三角形 CDE ，联结 AD 、 BE



(1) 试说明 $AD = BE$ 的理由；

(2) 如果 $\angle CBE = 30^\circ$ ，试说明 $BD = CD$ 的理由。

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】本题考查全等三角形的判定和性质，掌握全等三角形的判定方法是解题的关键。

(1) 利用等边三角形的性质证明 $\triangle ADC \cong \triangle BEC$ 即可；

(2) 由 (1) 的结论，再结合条件可证明 AD 平分 $\angle BAC$ ，根据等边三角形的性质可得 $BD = CD$ 。

【小问 1 详解】

$\because \triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 为等边三角形，

$$\therefore BC = AC, CD = EC, \angle ACB = \angle BCE = 60^\circ,$$

在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle BEC$ 中

$$\begin{cases} AC = BC \\ \angle ACD = \angle BCE, \\ CD = CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle BEC (\text{SAS}),$$

$$\therefore AD = BE;$$

【小问2详解】

由(1)可知 $\triangle ADC \cong \triangle BCE$,

$$\therefore \angle CAD = \angle CBE = 30^\circ,$$

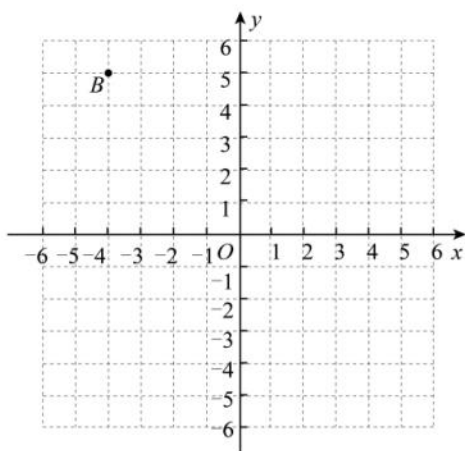
$$\therefore \angle BAD = \angle BAC - \angle CAD = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle BAD, \text{ 即 } AD \text{ 平分 } \angle BAC,$$

$\because \triangle ABC$ 为等边三角形,

$$\therefore BD = CD.$$

25. 如图, 在直角坐标平面内, 已知点 A 的坐标 $(-3, 0)$,



(1) 图中 B 点的坐标是_____;

(2) 点 B 关于原点对称的点 C 的坐标是_____; 点 B 关于 y 轴对称的点 D 的坐标是_____;

(3) $\triangle ABC$ 的面积是_____;

(4) 在 x 轴上找一点 F , 使 $S_{\triangle ADF} = S_{\triangle ABC}$, 那么点 F 的所有可能位置是_____. (用坐标表示)

【答案】(1) $(-4, 5)$

(2) $(4, -5)$; $(4, 5)$

(3) 15 (4) $(-9, 0)$ 或 $(3, 0)$

【解析】

【分析】本题考查了坐标与图形, 熟练掌握轴对称, 中心对称是解题的关键.

(1) 直接在坐标系中写出坐标即可;

(2) 关于原点对称点特征: 横坐标和纵坐标都互为相反数; 关于 y 轴对称点特征: 横坐标互为相反数, 纵坐标不变; 依此作答即可;

(3) 用割补法即可求出 $\triangle ABC$ 的面积;

(4) 根据 $S_{\triangle ADF} = S_{\triangle ABC}$ 求出 AF 的长即可求解.

【小问 1 详解】

根据图示知, 点 B 的坐标为 $(-4, 5)$,

故答案为: $(-4, 5)$;

【小问 2 详解】

由 (1) 知, $B(-4, 5)$,

$\therefore$ 点 B 关于原点对称的点 C 的坐标是 $(4, -5)$;

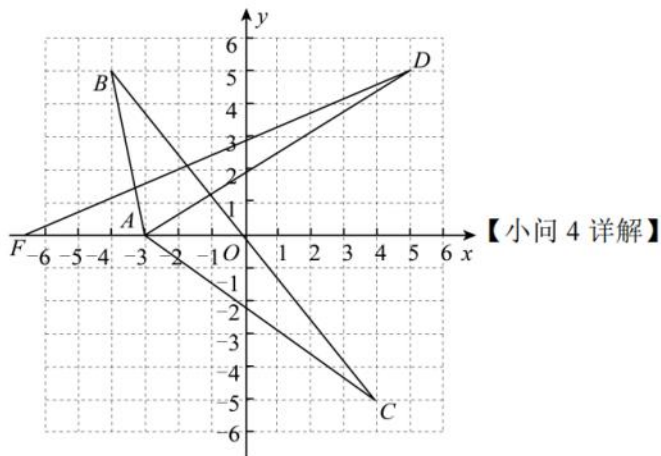
点 B 关于 y 轴对称的点 D 的坐标是 $(4, 5)$;

故答案为: $(4, -5)$; $(4, 5)$;

【小问 3 详解】

$$\begin{aligned} S_{\triangle ABC} &= \frac{1}{2} OA \cdot y_B + \frac{1}{2} OA \cdot |y_C| \\ &= \frac{1}{2} \times 3 \times 5 + \frac{1}{2} \times 3 \times 5 = 15. \end{aligned}$$

故答案为: 15;



$$\because S_{\triangle ADF} = S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore \frac{1}{2} AF \cdot y_D = 15,$$

$$\therefore \frac{1}{2} AF \times 5 = 15,$$

$$\therefore AF = 6,$$

$$\because -3 - 6 = -9, -3 + 6 = 3,$$

$$\therefore F(-9, 0) \text{ 或 } F(3, 0).$$

故答案为: $(-9,0)$ 或 $(3,0)$.

26. 阅读理解概念: 如果三角形的两个内角 α 与 β 满足 $2\alpha + \beta = 90^\circ$, 那么我们称这样的三角形为“奇妙互余三角形”.

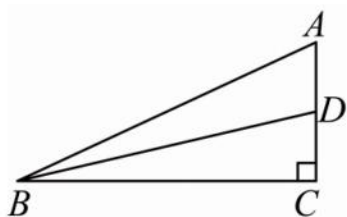
完成以下问题:

(1) 填空:

①若 $\triangle ABC$ 是“奇妙互余三角形”, $\angle C > 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$, 则 $\angle B =$ _____

②若 $\triangle ABC$ 是“奇妙互余三角形”, $\angle C > 90^\circ$, $\angle A = 40^\circ$, 则 $\angle C =$ _____

(2) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 请说明 $\triangle ABD$ 是“奇妙互余三角形”的理由.



(3) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle ABC = 42^\circ$, 点 P 是射线 CB 上的一点, 且 $\triangle ABP$ 是“奇妙互余三角形”, 请直接写出 $\angle APC$ 的度数.

【答案】(1) ① 15° ; ② 115° 或 130°

(2) 理由见解析 (3) 66° 或 48°

【解析】

【分析】(1) ①根据“准互余三角形”的定义, 由于三角形内角和是 180° , $\angle C > 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$, 只能是 $\angle A + 2\angle B = 90^\circ$;

②由“奇妙互余三角形”的定义得 $\angle A + 2\angle B = 90^\circ$ 或 $2\angle A + \angle B = 90^\circ$, 即可求解;

(2) 根据直角三角形的两个锐角互余得 $\angle ABC + \angle A = 90^\circ$, 而 $\angle ABC = 2\angle ABD$, 所以 $2\angle ABD + \angle A = 90^\circ$, 所以 $\triangle ABD$ 是“奇妙互余三角形”;

(3) 分为 2 种情况, 当 P 在线段 BC 上时和当 P 在 CB 延长线上时, 根据 $\triangle ABP$ 是“奇妙互余三角形”分别可解得答案.

【小问 1 详解】

① $\because \triangle ABC$ 是“准互余三角形”, $\angle C > 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$,

$\therefore \angle A + 2\angle B = 90^\circ$,

$\therefore \angle B = 15^\circ$,

故答案为: 15° ;

② $\triangle ABC$ 是“奇妙互余三角形”， $\angle C > 90^\circ$ ， $\angle A = 40^\circ$ ，

当 $\angle A + 2\angle B = 90^\circ$ 时，

$$\therefore 40^\circ + 2\angle B = 90^\circ$$

$$\therefore \angle B = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - 40^\circ - 25^\circ = 115^\circ$$

当 $2\angle A + \angle B = 90^\circ$ 时，

$$\therefore 80^\circ + \angle B = 90^\circ$$

$$\therefore \angle B = 10^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - 40^\circ - 10^\circ = 130^\circ.$$

故答案为： 115° 或 130° ；

【小问 2 详解】

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle A = 90^\circ,$$

$\because BD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，

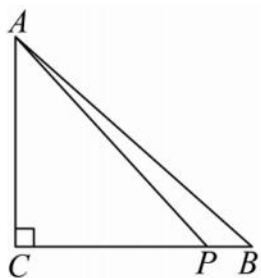
$$\therefore \angle ABC = 2\angle ABD,$$

$$\therefore 2\angle ABD + \angle A = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle ABD$ 是“奇妙互余三角形”。

【小问 3 详解】

解：当 P 在线段 BC 上时，如图：



$\angle C = 90^\circ$ ， $\angle ABC = 42^\circ$ ， $\triangle ABP$ 是“奇妙互余三角形”，

当 $2\angle PAB + 42^\circ = 90^\circ$ 时，

$$\therefore \angle PAB = 24^\circ,$$

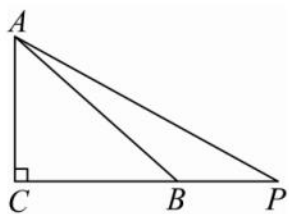
$$\therefore \angle APC = 42^\circ + 24^\circ = 66^\circ;$$

当 $\angle PAB + 2 \times 42^\circ = 90^\circ$ 时，

$$\therefore \angle PAB = 6^\circ,$$

$$\therefore \angle APC = 42^\circ + 6^\circ = 48^\circ;$$

当 P 在 CB 延长线上, $\triangle ABP$ 是“奇妙互余三角形”, 如图:



$$\because \angle ABC = 42^\circ,$$

$$\therefore \angle ABP = 138^\circ.$$

当 $2\angle APB + \angle BAP = 90^\circ$ 时,

$$\because \angle APB + \angle BAP = 42^\circ,$$

$$\therefore \angle APB = 48^\circ \text{ (舍去);}$$

当 $\angle APB + 2\angle BAP = 90^\circ$ 时,

$$\because \angle APB + \angle BAP = 42^\circ,$$

$$\therefore \angle APB = -6^\circ \text{ (舍去).}$$

综上所述, $\angle APC$ 的度数为 66° 或 48° .

【点睛】本题考查三角形内角和定理, 三角形外角的性质, 角平分线的定义, 数形结合与分类讨论数学思想的运用、新定义问题的求解等知识与方法, 准确地把握新定义的内涵并且正确地画出图形是解题的关键.