嘉定区2023学年第二学期八年级期末质量调研

数学试题

1．本试卷含三个大题，共25题；

2．答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效；

3．除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤

一、选择题（本大题共6题，每题3分，满分18分）

1. 一次函数$y=-2x+3$在y轴上的截距是（　　）

A. 2　　　　B. -2　　　　C. 3　　　　D. -3

2. 一次函数$y=-x-1$不经过的象限是（）

A. 第一象限　　　　B. 第二象限　　　　C. 第三象限　　　　D. 第四象限

3. 下列方程中，是二项方程的是（　　）

A. $x^2+2x=1$　　　　B. $x^3+x=0$　　　　C. $x=0$　　　　D. $x^4-8=0$

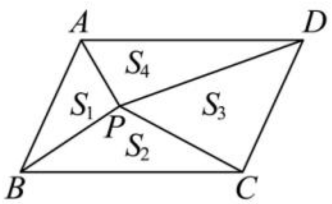
4. 事件“关于y的方程$a^2y+y=1$有实数解”是(　　)

A. 必然事件　　　　B. 随机事件　　　　C. 不可能事件　　　　D. 以上都不对

5. 如果$\overrightarrow{AB}$是非零向量，那么下列等式中正确的是（　　）.

A. $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{BA}|$　　　　B. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BA}$　　　　C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=0$　　　　D. $|\overrightarrow{AB}|+|\overrightarrow{BA}|=0$

6. 如图，点P为平行四边形$ABCD$内任意一点，连接PA、PB、PC、PD，如果将$\triangle PAB$．$\triangle$PBC、$\triangle PDC$、$\triangle PDA$的面积分别记为S_1、S_2、S_3、S_4．那么以下结论正确的是（　　）



A. $S_1=S_4$　　　　B. $S_1+S_2=S_3+S_4$

C. $S_1+S_4=S_2+S_1$　　　　D. $S_1+S_3=S_2+S_4$

二、填空题（本大题共12题，每题2分，满分24分）

7. 二项方程$2x^3-16=0$在实数范围内的解是________.

8. 一次函数$y=-2x-1$可由一次函数$y=-2(x-1)$向下平移______个单位得到.

9. 如果 $A\left(x_1,y_1\right)$、$B\left(x_2,y_2\right)$ 是一次函数 $y=-3x+1$ 图象上不同的两点，那么 $\left(x_1-x_2\right)\left(y_1-y_2\right)$______0（填“＞”、“＜”或“＝”）.

10. 用换元法解方程 $\frac{x^2-1}{x}+\frac{x}{x^2-1}=3$ 时，如果设 $\frac{x^2-1}{x}=y$ 时，那么得到关于 y 的整式方程为__________.

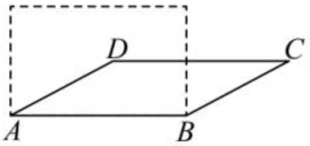
11. 一辆汽车的新车购买价为 20 万元，每年的年折旧率为 $x\left(0<x<1\right)$，如果在购买后的第二年年末，这辆车折旧后的价值为 12.8 万元，那么这个 x 的值是______.

12. 从 3.14、$\frac{1}{7}$、$\sqrt{5}$、$\sqrt[3]{8}$ 这四个数中随机选取一个数，取出的数是无理数的概率是______.

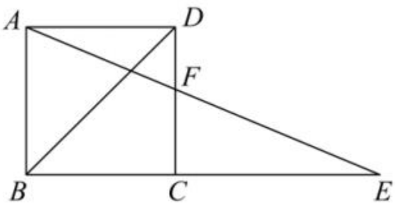
13. 如果一个多边形的各个外角都是 $40°$，那么这个多边形的内角和是______度.

14. 已知一次函数 $y=kx+b$（k、b 为常数，且 $k\neq0$）的图像经过第一、二、四象限，与 x 轴交于点 $A\left(2,0\right)$，那么不等式 $kx+b>0$ 的解集是______.

15. 如图，如果将四根木条钉成的矩形木框变成平行四边形 $ABCD$ 的形状，并使它的面积为矩形面积的一半，那么这个平行四边形的最小内角等于______.

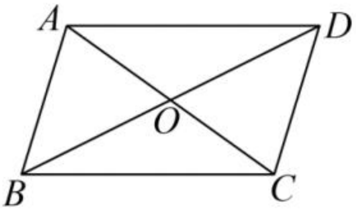


16. 如图，E 为正方形 $ABCD$ 边 BC 延长线上一点，且 $CE=BD$，AE 交 DC 于 F，则 $\angle AFC=$________.



17. 新定义：在平面直角坐标系中，到坐标轴的距离相等的点称为“等距离点”．例如：$\left(4,4\right)$、$\left(3,-3\right)$ 都是等距离点．请写出直线 $y=3x-1$ 上的等距离点______（写出一个即可）.

18. 如图，在Y $ABCD$ 中，AC 与 BD 相交于点 O，$\angle AOB=60°$，$AC=6$，$BD=8$，将 $\triangle ABC$ 沿直线 AC 翻折后，点 B 落在点 E 处，联结 EA、ED，那么四边形 $AEDC$ 的周长＝_______.

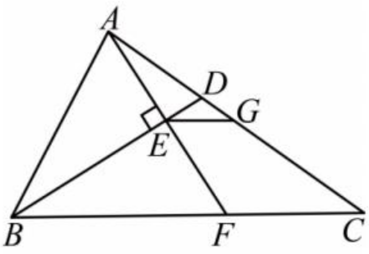


三、解答题（本大题共 7 题，满分 58 分）

19. 解方程：$\sqrt{x+6}=x$.

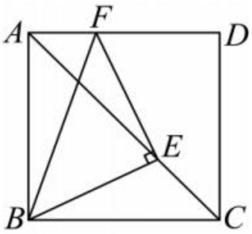
20. 解方程组：$\begin{cases}x+y=12\\x^2-5xy+6y^2=0\end{cases}$

21. 如图，在$\triangle ABC$中，BD平分$\angle ABC$，$AF\perp BD$，垂足为点E，交BC于点F，点G是AC的中点.如果$BC=12$，$AB=7$，求EG的长.



22. 某区百果园计划在花展期间种植郁金香60万株，在实际种植时，由于每天比原计划多种了2万株，因此提前1天完成了种植任务．问：实际种植了多少天？

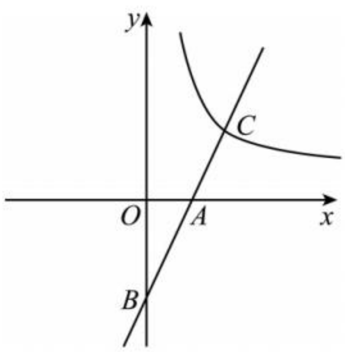
23. 如图，菱形$ABCD$中，E是对角线AC上一点，$EF\perp BE$，交边AD于点F，且$EF=BE$.



（1）求证：$\angle DFE=\angle ABE$；

（2）求证：四边形$ABCD$是正方形.

24. 如图，在平面直角坐标系xOy中，一次函数$y=2x+b$的图像与x轴交于点$A\left(2,0\right)$，与y轴交于点B，与反比例函数$y=\dfrac{k}{x}\left(x>0\right)$的图像交于点$C\left(m,2\right)$.



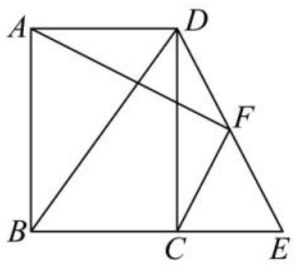
（1）求b和k的值；

（2）如果直线AB绕点B逆时针旋转$45°$交x轴于点D，求直线BD的表达式；

（3）在（2）的条件下，设点E是y轴上的一点，当四边形$ADEC$是梯形时，求点E的坐标.

25. 如图．矩形$ABCD$中，$BC=2$，点E是BC延长线上的一点，且$BE=BD$，连结DE，取DE的中

点 F，联结 AF 、 CF .



（1）求证： $AF \perp CF$ ；

（2）设 $BD = x$ ， $AF = y$ ，求 y 关于 x 的函数关系式，并写出定义域；

（3）当 $CF = \frac{1}{2}AF$ 时，求 CE 的长.

嘉定区2023学年第二学期八年级期末质量调研

数学试题（答案解析）

1．本试卷含三个大题，共25题；

2．答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效；

3．除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤

一、选择题（本大题共6题，每题3分，满分18分）

1. 一次函数 $y=-2x+3$ 在 y 轴上的截距是（　　）

A. 2　　B. -2　　C. 3　　D. -3

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查一次函数图象上点的坐标特征，把 $x=0$ 代入 $y=-2x+3$ 得，$y=3$，即一次函数与 y 轴的交点为 $(0,3)$，即可求解．

【详解】解：把 $x=0$ 代入 $y=-2x+3$ 得，$y=3$，

即一次函数 $y=-2x+3$ 与 y 轴的交点为 $(0,3)$，

∴一次函数 $y=-2x+3$ 在 y 轴上的截距是3，

故选：C．

2. 一次函数 $y=-x-1$ 不经过的象限是（）

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

【答案】A

【解析】

【分析】由 $k=-1<0$，$b=-1$，由此可以确定函数的图象经过的象限．

【详解】∵$y=-x-1$，

∴$k=-1<0$，$b=-1<0$，

∴它的图象经过的象限是第二、三、四象限，不经过第一象限．

故选A．

【点睛】本题考查判断一次函数经过的象限．掌握 $y=kx+b(k\neq 0)$ 图象的四种情况：①当 $k>0$，$b>0$，函数 $y=kx+b$ 的图象经过第一、二、三象限；②当 $k>0$，$b<0$，函数 $y=kx+b$ 的图象经过第一、三、四象限；③当 $k<0$，$b>0$ 时，函数 $y=kx+b$ 的图象经过第一、二、四象限；④当 $k<0$，$b<0$ 时，函数 $y=kx+b$ 的图象经过第二、

三、四象限是解题关键．

3. 下列方程中，是二项方程的是（　　）

A. $x^2+2x=1$　　B. $x^3+x=0$　　C. $x=0$　　D. $x^4-8=0$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查二项方程的定义，根据二项方程的定义：如果一元 n 次方程（n 是正整数）的一边只有含未知数的一项和非零的常数项，另一边是零，那么这样的方程叫做二项方程，进行判断即可．

【详解】解：$x^4-8=0$ 是二项方程，

故选：D．

4. 事件“关于 y 的方程 $a^2y+y=1$ 有实数解”是(　　)

A. 必然事件　　B. 随机事件　　C. 不可能事件　　D. 以上都不对

【答案】A

【解析】

【分析】根据根的判别式△=b^2-4ac 的值的符号就可以判断下列方程有无实数解．再判断属于哪类事件即可．

【详解】∵△＝1－4a^2(－1)＝4a^2+1＞0，原方程一定有实数解．

∴方程 $a^2y+y=1$ 有实数解是必然事件．

故选 A．

【点睛】考查了随机事件的意义与一元二次方程的根的判别式．一元二次方程根的情况与判别式△的关系：（1）△＞0⇔方程有两个不相等的实数根；（2）△=0⇔方程有两个相等的实数根；（3）△＜0⇔方程没有实数根．

5. 如果 $\overrightarrow{AB}$ 是非零向量，那么下列等式中正确的是（　　）．

A. $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{BA}\right|$　　B. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BA}$　　C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=0$　　D. $\left|\overrightarrow{AB}\right|+\left|\overrightarrow{BA}\right|=0$

【答案】A

【解析】

【分析】根据向量的线性运算法则逐项判断即可．

【详解】∵ $\overrightarrow{AB}$ 为非零向量，

∴ $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{BA}\right|$，故 A 正确；

$\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BA}$ 为相反向量，故 B 错误；

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\vec{0}$，故 C 错误；

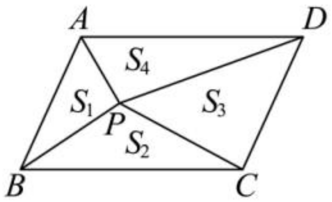
$\because \overrightarrow{AB}$为非零向量，

$\therefore \left|\overrightarrow{AB}\right|+\left|\overrightarrow{BA}\right|\neq 0$，故D错误；

故选A．

【点睛】本题考查向量的线性运算．掌握向量的线性运算法则是解题关键．

6. 如图，点P为平行四边形$ABCD$内任意一点，连接PA、PB、PC、PD，如果将$\triangle PAB$．$\triangle$PBC、$\triangle PDC$、$\triangle PDA$的面积分别记为S_1、S_2、S_3、S_4．那么以下结论正确的是（　　）



A. $S_1=S_4$　　　　B. $S_1+S_2=S_3+S_4$

C. $S_1+S_4=S_2+S_1$　　　　D. $S_1+S_3=S_2+S_4$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了平行四边形的性质，三角形的面积，根据平行四边形的对边相等可得$AB=CD$，$AD=BC$，设点P到AB、BC、CD、DA的距离分别为h_1、h_2、h_3、h_4，然后利用三角形的面积公式列式整理即可出得结论．

【详解】解：$\because$四边形$ABCD$是平行四边形，

$\therefore AB=CD$，$AD=BC$，

设点P到AB、BC、CD、DA的距离分别为h_1、h_2、h_3、h_4，平行四边形AB边，BC边上的高分别为h_{AB}，h_{BC}，

则$S_1=\frac{1}{2}ABh_1$，$S_2=\frac{1}{2}BCh_2$，$S_3=\frac{1}{2}CDh_3$，$S_4=\frac{1}{2}ADh_4$，

$\therefore S_1+S_3=\frac{1}{2}ABh_1+\frac{1}{2}CDh_3=\frac{1}{2}ABh_1+\frac{1}{2}ABh_3=\frac{1}{2}AB\left(h_1+h_3\right)$，

$\because h_{AB}=h_1+h_3$，

$\therefore S_1+S_3=\frac{1}{2}ABh_{AB}$，

同理可得，$S_2+S_4=\frac{1}{2}BCh_{BC}$，

$\because ABh_{AB}=BCh_{BC}$，

$\therefore S_1+S_3=S_2+S_4$

故选：D.

二、填空题（本大题共12题，每题2分，满分24分）

7. 二项方程$2x^3-16=0$在实数范围内的解是________.

【答案】$x=2$

【解析】

【分析】先移项，再将三次项系数化为1，最后根据立方根的定义求解可得.

【详解】解：$\because 2x^3-16=0$，

$\therefore 2x^3=16$，

$\therefore x^3=8$，

$\therefore x=\sqrt[3]{8}=2$，

故答案为：$x=2$.

【点睛】本题主要考查立方根，解题的关键是掌握立方根的定义.

8. 一次函数$y=-2x-1$可由一次函数$y=-2\left(x-1\right)$向下平移______个单位得到.

【答案】3

【解析】

【分析】题考查的是一次函数图象的平移，直接根据“上加下减”的原则进行解答即可.

【详解】解：$\because$原直线解析式为$y=-2\left(x-1\right)$即$y=-2x+2$，新直线的解析式为$y=-2x-1$，

$\therefore$将直线$y=-2x+2$向下平移3个单位长度得到直线$y=-2x-1$.

故答案为：3.

9. 如果$A\left(x_1,y_1\right)$、$B\left(x_2,y_2\right)$是一次函数$y=-3x+1$图象上不同的两点，那么$\left(x_1-x_2\right)\left(y_1-y_2\right)$______0（填“＞”、“＜”或“＝”）.

【答案】$<$

【解析】

【分析】此题考查了一次函数图象上点的坐标特征，根据一次函数的性质知，当$k<0$时，判断出y随x的增大而减小，即可比较出x_1与x_2，y_1与y_2的大小，要根据函数的增减性进行推理，是一道基础题.

【详解】Q $-3<0$，

∴一次函数 $y=-3x+1$ 中 y 随 x 的增大而减小，

∴若 $x_1>x_2$，则 $y_1<y_2$，若 $x_1<x_2$，则 $y_1>y_2$，故 x_1-x_2 与 y_1-y_2 始终异号，故 $(x_1-x_2)(y_1-y_2)<0$.

故答案为：<

10. 用换元法解方程 $\frac{x^2-1}{x}+\frac{x}{x^2-1}=3$ 时，如果设 $\frac{x^2-1}{x}=y$ 时，那么得到关于 y 的整式方程为__________.

【答案】$y^2-3y+1=0$

【解析】

【分析】由 $\frac{x^2-1}{x}=y$，则 $\frac{x}{x^2-1}=\frac{1}{y}$，然后将它们整体代入、再化成整式方程即可.

【详解】解：由 $\frac{x^2-1}{x}=y$，则 $\frac{x}{x^2-1}=\frac{1}{y}$

则原方程可化为 $y+\frac{1}{y}=3$，即 $y^2-3y+1=0$.

故答案为 $y^2-3y+1=0$.

【点睛】本题考查了将分式方化为整式方程和换元法，其中掌握将分式方化为整式方程的方法是解答本题的关键.

11. 一辆汽车的新车购买价为 20 万元，每年的年折旧率为 $x\left(0<x<1\right)$，如果在购买后的第二年年末，这辆车折旧后的价值为 12.8 万元，那么这个 x 的值是______.

【答案】0.2

【解析】

【分析】根据“新车购买价为 20 万元，购买之后的第二年年末折旧后的价值为 12.8 万元”列方程求解即可.本题考查一元二次方程的应用，找出等量关系，列出方程是解题的关键.

【详解】设每年的年折旧率为 x，根据题意，得

$20\left(1-x\right)^2=12.8$，

解得：$x_1=0.2$，$x_2=1.8$（不符合题意，舍去），

故答案为：0.2.

12. 从 3.14、$\frac{1}{7}$、$\sqrt{5}$、$\sqrt[3]{8}$ 这四个数中随机选取一个数，取出的数是无理数的概率是______.

【答案】$\frac{1}{4}$

【解析】

【分析】先找出3.14、$\frac{1}{7}$、$\sqrt{5}$、$\sqrt[3]{8}$这四个数中无理数的个数，再根据概率的计算公式进行计算即可．

本题主要考查了无理数的概念和概率的计算．无限不循环小数叫做无理数，通常情况下开方开不尽的数是无理数．熟练掌握无理数的概念是解题的关键．

【详解】3.14、$\frac{1}{7}$、$\sqrt{5}$、$\sqrt[3]{8}$这四个数中无理数有$\sqrt{5}$一个，

∴从3.14、$\frac{1}{7}$、$\sqrt{5}$、$\sqrt[3]{8}$这四个数中随机选取一个数，取出的数是无理数的概率是$\frac{1}{4}$．

故答案为：$\frac{1}{4}$

13. 如果一个多边形的各个外角都是$40°$，那么这个多边形的内角和是______度．

【答案】1260

【解析】

【分析】由一个多边形的每个外角都等于$40°$，根据n边形的外角和为$360°$计算出多边形的边数n，然后根据n边形的内角和定理计算即可．

【详解】解：设多边形的边数为n，

∵多边形的每个外角都等于$40°$，

$\therefore n=360\div 40=9$，

∴这个多边形的内角和$=\left(9-2\right)\times 180°=1260°$．

故答案为：1260．

【点睛】本题考查了n边形的内角和定理：n边形的内角和$=\left(n-2\right)\cdot 180°$；也考查了$n$边形的外角和为$360°$．

14. 已知一次函数$y=kx+b$（k、b为常数，且$k\neq 0$）的图像经过第一、二、四象限，与x轴交于点$A\left(2,0\right)$，那么不等式$kx+b>0$的解集是______．

【答案】$x<2$

【解析】

【分析】此题考查了一次函数的图象与不等式的关系．$kx+b>0$的解集即为一次函数$y=kx+b\left(k<0\right)$的图象x轴上方部分的自变量取值范围，根据图象直接解答．

【详解】解：∵一次函数$y=kx+b\left(k\neq 0\right)$的图象经过一、二、四象限，

$\therefore k<0$，

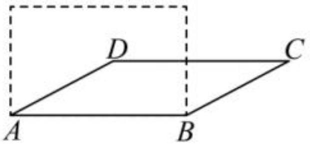
$\because$一次函数 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$ 的图象与 x 轴交于点 $A\left(2,0\right)$，

$\therefore kx+b>0$ 的解集即为一次函数 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$ 的图象 x 轴上方部分的自变量取值范围，

$\therefore$不等式 $kx+b>0$ 的解集为 $x<2$，

故答案为：$x<2$.

15. 如图，如果将四根木条钉成的矩形木框变成平行四边形 $ABCD$ 的形状，并使它的面积为矩形面积的一半，那么这个平行四边形的最小内角等于______.

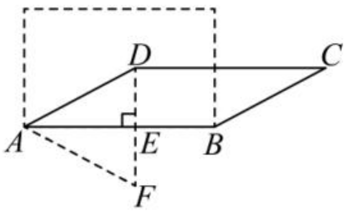


【答案】$30°$##30度

【解析】

【分析】根据平行四边形的面积是矩形面积的一半可知平行四边形的高是矩形的宽的一半，根据“直角三角形中，如果一个锐角所对的直角边等于斜边的一半，那么它所对的角等于$30°$”，可得平行四边形的最小内角等于$30°$．本题主要考查了“直角三角形中，如果一个锐角所对的直角边等于斜边的一半，那么它所对的角等于$30°$”这一性质，熟练掌握这一性质是解题的关键.

【详解】



作 $DE\perp AB$，交 AB 于点 E 并延长 DE 到点 F 使 $EF=DE$，

$\because$平行四边形的面积为矩形的一半且同底 AB，

$\therefore$平行四边形 $ABCD$ 的高 DE 是矩形宽 AD 的一半.

$\therefore DE=EF=\dfrac{1}{2}AD=\dfrac{1}{2}DF$，

在$\triangle AED$和$\triangle AEF$中

$$\begin{cases} DE=EF \\ \angle AED=\angle AEF \\ AE=AE \end{cases}$$

$\therefore\triangle AED\cong\triangle AEF$，

$\therefore AD=AF$，$\angle DAE=\angle FAE$，

$\because AD=DF$，

$\therefore AD = DF = AF$，

$\therefore \triangle ADE$ 是等边三角形，

$\therefore \angle DAF = 60°$，

$\therefore \angle DAE = \angle FAE = \dfrac{1}{2}\angle DAF = 30°$，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

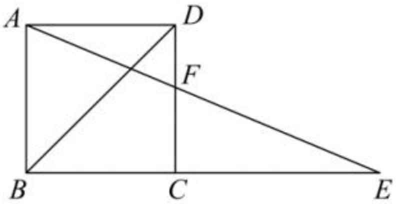
$\therefore \angle ADC + \angle DAE = 180°$，$\angle ABC + \angle DAE = 180°$，$\angle C = \angle DAE = 30°$，

$\therefore \angle ADC = \angle ABC = 150°$，

故平行四边形的最小内角为30°，

故答案为：30°．

16. 如图，E 为正方形 $ABCD$ 边 BC 延长线上一点，且 $CE=BD$，AE 交 DC 于 F，则$\angle AFC$=________.



【答案】112.5°

【解析】

【详解】连接 AC，

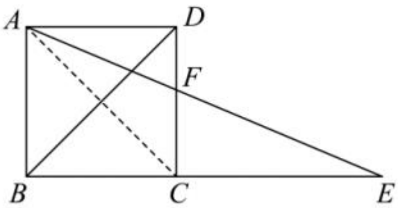
∵四边形 ABCD 是正方形，∴AC=BD，∠ACB=∠ACD=45°，

∵BD=CE，∴AC=CE，∴∠CAE=∠E，

∵∠CAE+∠E=∠ACB，∴∠CAE=22.5°，

∴∠AFC=180°－∠ACD－∠CAE=112.5°，

故答案为 112.5°．



17. 新定义：在平面直角坐标系中，到坐标轴的距离相等的点称为“等距离点”．例如：$(4,4)$、$(3,-3)$ 都是等距离点．请写出直线 $y = 3x - 1$ 上的等距离点______（写出一个即可）.

【答案】$\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$（答案不唯一）

【解析】

【分析】本题考查新定义、点到坐标轴的距离、求一次函数自变量或函数值，取 x 值求一次函数图形上点的坐标，再根据新定义进行判断即可.

【详解】解：把 $x=\frac{1}{2}$ 代入 $y=3x-1$ 得，$y=\frac{3}{2}-1=\frac{1}{2}$，

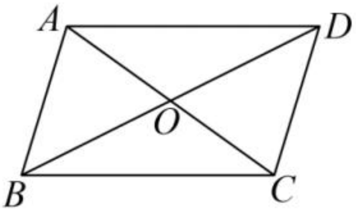
∵点 $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ 到坐标轴的距离是 $\frac{1}{2}$，

∴点 $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ 是直线 $y=3x-1$ 上的等距离点，

故答案为：$\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$（答案不唯一）.

【点睛】本题考查新定义、点到坐标轴的距离、求一次函数自变量或函数值，理解新定义，求一次函数 $y=3x-1$ 图象上点的坐标是解题的关键.

18. 如图，在▱$ABCD$ 中，AC 与 BD 相交于点 O，$\angle AOB=60^{\circ}$，$AC=6$，$BD=8$，将 $\triangle ABC$ 沿直线 AC 翻折后，点 B 落在点 E 处，联结 EA、ED，那么四边形 $AEDC$ 的周长＝________.

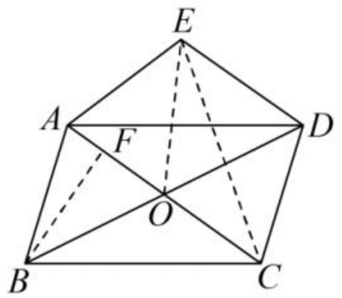


【答案】$2\sqrt{13}+10$

【解析】

【分析】过点 B 作 $BF\perp AC$ 于点 F，连接 OE,CE，先根据含 30 度角的直角三角形的性质、勾股定理可得 $CD=AB=\sqrt{13}$，再根据折叠的性质可得 $AE=AB=\sqrt{13},OB=OE=4$，$\angle AOE=\angle AOB=60^{\circ}$，然后根据等边三角形的判定可得 $\triangle DOE$ 是等边三角形，根据等边三角形的性质可得 $DE=OD=4$，最后根据四边形的周长公式即可得.

【详解】解：如图，过点 B 作 $BF\perp AC$ 于点 F，连接 OE,CE，



∵在▱ $ABCD$ 中，$AC=6$，$BD=8$，

$\therefore OA=\frac{1}{2}AC=3, OB=OD=\frac{1}{2}BD=4, AB=CD$，

∵在 Rt△BOF 中，$\angle AOB=60°$，$\angle OBF=30°$，

$\therefore OF=\frac{1}{2}OB=2, BF=\sqrt{OB^2-OF^2}=2\sqrt{3}$，

$\therefore AF=OA-OF=1$，

$\therefore CD=AB=\sqrt{AF^2+BF^2}=\sqrt{13}$，

由折叠的性质得：$AE=AB=\sqrt{13}, OB=OE=4, \angle AOE=\angle AOB=60°$，

$\therefore OD=OE=4, \angle DOE=60°$，

$\therefore$ △DOE 是等边三角形，

$\therefore DE=OD=4$，

则四边形 $AEDC$ 的周长为 $AE+DE+CD+AC=\sqrt{13}+4+\sqrt{13}+6=2\sqrt{13}+10$，

故答案为：$2\sqrt{13}+10$．

【点睛】本题考查了含 30 度角的直角三角形的性质、勾股定理、平行四边形的性质、折叠的性质等知识点，熟练掌握平行四边形的性质和折叠的性质是解题关键．

三、解答题（本大题共 7 题，满分 58 分）

19. 解方程：$\sqrt{x+6}=x$．

【答案】$x=3$

【解析】

【分析】本题考查了无理方程，方程两边平方，化成一元二次方程，再按照一元二次方程的解法作答即可．

【详解】$\sqrt{x+6}=x$

$x+6=x^2$

$x^2-x-6=0$

$(x-3)(x+2)=0$

解得：$x_1=3$，$x_2=-2$，

经检验，$x_2=-2$ 是原方程的增根，舍去，

$\therefore x=3$.

20. 解方程组：$\begin{cases}x+y=12\\x^2-5xy+6y^2=0\end{cases}$

【答案】$\begin{cases}x=8\\y=4\end{cases}$或$\begin{cases}x=9\\y=3\end{cases}$

【解析】

【分析】本题考查解因式分解、二元一次方程组，先由②得，$x-2y=0$或$x-3y=0$，再利用加减消元法解方程组$\begin{cases}x+y=12\\x-2y=0\end{cases}$或$\begin{cases}x+y=12\\x-3y=0\end{cases}$即可.

【详解】解：$\begin{cases}x+y=12①\\x^2-5xy+6y^2=0②\end{cases}$，

由②得，$(x-2y)(x-3y)=0$，

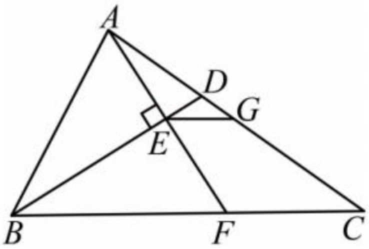
$\therefore x-2y=0$或$x-3y=0$，

$\therefore \begin{cases}x+y=12\\x-2y=0\end{cases}$或$\begin{cases}x+y=12\\x-3y=0\end{cases}$，

解得$\begin{cases}x=8\\y=4\end{cases}$或$\begin{cases}x=9\\y=3\end{cases}$，

$\therefore$原方程组的解是$\begin{cases}x=8\\y=4\end{cases}$或$\begin{cases}x=9\\y=3\end{cases}$.

21. 如图，在$\triangle ABC$中，BD平分$\angle ABC$，$AF\perp BD$，垂足为点E，交BC于点F，点G是AC的中点.如果$BC=12$，$AB=7$，求EG的长.



【答案】2.5

【解析】

【分析】本题考查了角平分线、全等三角形、三角形中位线的知识，根据BD平分$\angle ABC$，$AF\perp BD$于点E，得到$\triangle AEB\cong\triangle FEB$，从而得$AE=EF$，$AB=FB$；结合题意，计算得$FC$的值；再根据点$G$是$AC$的中点，通过$EG$是$\triangle ABC$的中位线的性质，即可完成解题.

【详解】$\because BD$平分$\angle ABC$，$AF\perp BD$于点E

$\therefore \angle AEB=\angle FEB=90^\circ$，$\angle ABE=\angle FBE$

$\because BE=BE$

$\therefore \triangle AEB\cong\triangle FEB$

$\therefore AE=EF$，$AB=FB$

$\because BC=12$，$AB=7$

$\therefore FC=BC-FB=BC-AB=5$

$\because$点G是AC的中点

$\therefore EG$是$\triangle ABC$的中位线

$\therefore EG=\dfrac{1}{2}FC=2.5$.

22. 某区百果园计划在花展期间种植郁金香60万株，在实际种植时，由于每天比原计划多种了2万株，因此提前1天完成了种植任务．问：实际种植了多少天？

【答案】5天

【解析】

【分析】设实际种植了x天，则原计划种$(x+1)$天，根据“实际每天比原计划多种了2万株”列方程求解即可.

本题主要考查了列分式方程解应用题，找出等量关系，正确的列出方程是解题的关键.

【详解】设实际种植了x天，则原计划种$(x+1)$天，根据题意列方程，得

$\dfrac{60}{x}-\dfrac{60}{x+1}=2$，

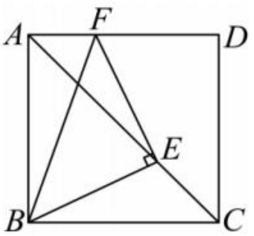
整理得$x^2+x-30=0$，

解得$x_1=-6$（舍去），$x_2=5$，

经检验：$x=5$是所列方程的解.

答：实际种植了5天.

23. 如图，菱形$ABCD$中，E是对角线AC上一点，$EF\perp BE$，交边AD于点F，且$EF=BE$.



（1）求证：$\angle DFE=\angle ABE$；

（2）求证：四边形 $ABCD$ 是正方形.

【答案】（1）见详解　（2）见详解

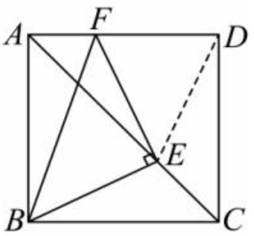
【解析】

【分析】（1）连接 DE，先证明 $\triangle ABE\cong\triangle ADE$，即有 $\angle ADE=\angle ABE$，$DE=BE$，根据 $EF=BE$，可得 $\angle ADE=\angle EFD$，问题随之得证；

（2）过 E 点作 $MN\perp AD$，交 AD 于点 M，交 BC 于点 N，证明 $\angle EBN+\angle ABE=\angle EBN+\angle BEN=90^{\circ}$，即可.

【小问 1 详解】

连接 DE，如图，



∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴ $AB=AD$，$\angle CAB=\angle DAC$，

又∵ $AE=AE$，

∴ $\triangle ABE\cong\triangle ADE$，

∴ $\angle ADE=\angle ABE$，$DE=BE$，

∵ $EF=BE$，

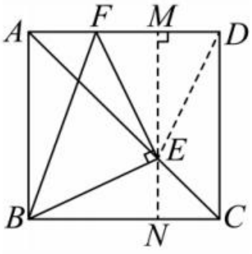
∴ $DE=FE$，

∴ $\angle ADE=\angle EFD$，

∴ $\angle ABE=\angle EFD$；

【小问 2 详解】

过 E 点作 $MN\perp AD$，交 AD 于点 M，交 BC 于点 N，如图，



$\because MN \perp AD$，$EF \perp BE$，$AD \parallel BC$，

$\therefore \angle BEF = \angle EMF = \angle ENB = 90°$，

$\therefore \angle FEM + \angle BEN = \angle FEM + \angle EFM = \angle EBN + \angle BEN = 90°$，

$\therefore \angle BEN = \angle EFM$，

$\because \angle ABE = \angle EFD$，

$\therefore \angle ABE = \angle BEN$，

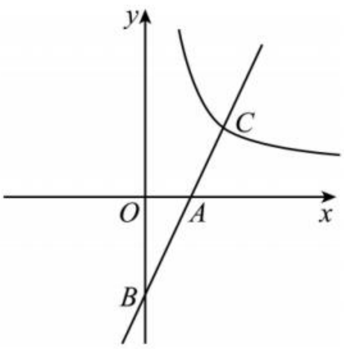
$\therefore \angle EBN + \angle ABE = \angle EBN + \angle BEN = 90°$，

$\therefore \angle ABN = 90°$，

$\therefore$菱形 $ABCD$ 是正方形.

【点睛】本题考查了菱形的性质，正方形的判定，全等三角形的判定与性质，等腰三角形的性质，平行的性质等知识，灵活运用菱形的性质，是解答本题的关键.

24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = 2x + b$ 的图像与 x 轴交于点 $A(2,0)$，与 y 轴交于点 B，与反比例函数 $y = \dfrac{k}{x}(x > 0)$ 的图像交于点 $C(m,2)$.



（1）求 b 和 k 的值；

（2）如果直线 AB 绕点 B 逆时针旋转 $45°$ 交 x 轴于点 D，求直线 BD 的表达式；

（3）在（2）的条件下，设点 E 是 y 轴上的一点，当四边形 $ADEC$ 是梯形时，求点 E 的坐标.

【答案】（1）-4，6

（2）$y = -3x - 4$

（3）$(0,2)$或$\left(0,\dfrac{8}{3}\right)$

【解析】

【分析】本题考查的是一次函数综合运用，掌握一次函数的性质、梯形的性质、三角形全等等，注意分类求解是解题的关键．

（1）把点$A(2,0)$代入一次函数$y=2x+b$求出$b=-4$，把点$C(m,2)$代入$y=2x-4$求出$m=3$得点$C(3,2)$，把$C(3,2)$代入$y=\dfrac{k}{x}(x>0)$，求出k的值即可；

（2）证明$\triangle BFA\cong\triangle AEG(\mathrm{AAS})$，得到点$G$的坐标为$(-2,2)$，再用待定系数法即可求解；

（3）结合梯形的定义分$CE\mathbin{/\mkern-6mu/}AD$和$DE\mathbin{/\mkern-6mu/}AC$两种情况，运用待定系数法分别求出$DE$的解析式，即可求解．

【小问1详解】

解：∵一次函数$y=2x+b$的图像与x轴交于点$A(2,0)$，

∴把点$A(2,0)$代入一次函数$y=2x+b$，得：

$2\times2+b=0,$

$\therefore b=-4$

∴一次函数的解析式为：$y=2x-4$，

把点$C(m,2)$代入$y=2x-4$，得：$2m-4=2$，

解得，$m=3,$

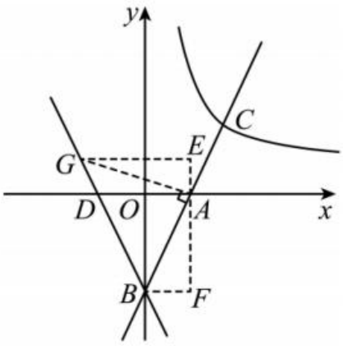
$\therefore C(3,2)$，

把$C(3,2)$代入$y=\dfrac{k}{x}(x>0)$，得，

$k=3\times2=6,$

【小问2详解】

解：过点A作$AG\perp AB$交BD于点G，过点A作y轴的平行线交过点B与x轴的平行线于点F，交过点G与x轴的平行线于点E，如图，



$\because \angle ABG = 45^\circ$，故$\triangle ABG$为等腰直角三角形，

则$AG = AB$，

$\because \angle BAF + \angle GAE = 90^\circ$，$\angle GAE + \angle AGE = 90^\circ$，

$\therefore \angle BAF = \angle AGE$，

$\because \angle BFA = \angle AEG = 90^\circ$，

$\therefore \triangle BFA \cong \triangle AEG(\text{AAS})$，

$\therefore AE = BF = 2$，$EG = AF = 4$，

故点G的坐标为$(-2,2)$，

设直线BG的表达式为$y = kx + b$，

把$B(0,-4)$,$G(-2,2)$代入得，$\begin{cases} b = -4 \\ 2 = -2k + b \end{cases}$，

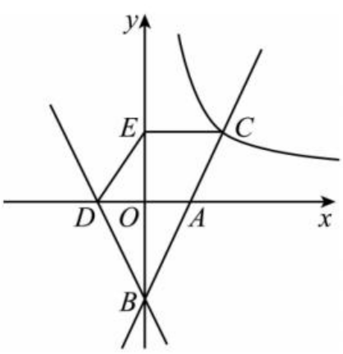
解得$\begin{cases} k = -3 \\ b = -4 \end{cases}$，

故直线BD的表达式为$y = -3x - 4$；

【小问3详解】

解：$\because ADEC$是梯形，

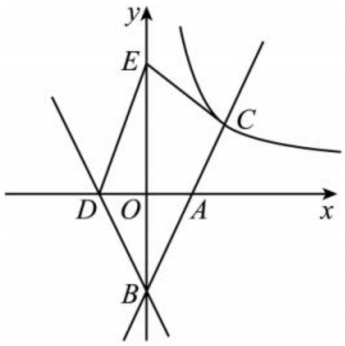
$\therefore$当$CE /\!/ AD$时，如图，



$\because C(3,2)$，点 E 在 y 轴上，

$\therefore E(0,2)$；

当 $DE \parallel AC$ 时，如图，



对于 $y=-3x-4$，当 $y=0$ 时，$x=-\dfrac{4}{3}$，

$\therefore D\left(-\dfrac{4}{3},0\right)$，

设直线 DE 的解析式为 $y=2x+p$，

把 $D\left(-\dfrac{4}{3},0\right)$ 代入 $y=2x+p$ 得，$-\dfrac{4}{3}\times 2+p=0$，

$\therefore p=\dfrac{8}{3}$，

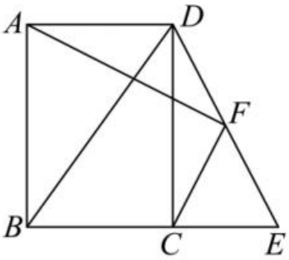
$\therefore$ 直线 DE 的解析式为 $y=2x+\dfrac{8}{3}$，

当 $x=0$ 时，$y=\dfrac{8}{3}$，

$\therefore E\left(0,\dfrac{8}{3}\right)$，

综上，点 E 的坐标为 $(0,2)$ 或 $\left(0,\dfrac{8}{3}\right)$

25. 如图．矩形 $ABCD$ 中，$BC=2$，点 E 是 BC 延长线上的一点，且 $BE=BD$，连结 DE，取 DE 的中点 F，联结 AF 、CF．



（1）求证：$AF \perp CF$；

（2）设$BD = x$，$AF = y$，求y关于x的函数关系式，并写出定义域；

（3）当$CF = \frac{1}{2}AF$时，求CE的长．

【答案】（1）见详解　（2）$y = \frac{\sqrt{2x^2 + 4x}}{2}$，$x > 2$

（3）$\frac{4}{3}$

【解析】

【分析】（1）连接BF，证明$\triangle AFD \cong \triangle BFC$，进而推出$\angle AFD = \angle BFC$，即可得证；

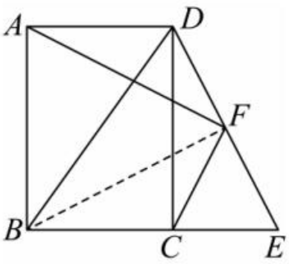
（2）连接AC，利用矩形的性质和勾股定理进行求解即可；

（3）根据$CF = \frac{1}{2}DE$，推出$AF = DE$，利用（2）中的结论，列出无理方程，进行求解即可．

【小问1详解】

见详解

解：连接BF，



$\because BE = BD$，F为DE的中点，

$\therefore BF \perp DE$，

$\therefore \angle BFD = 90°$，

$\because$矩形$ABCD$，

$\therefore BC = AD$，$\angle ADC = \angle BCD = 90°$，

$\therefore \angle DCE = 90°$，

$\because F$为DE的中点，

$\therefore CF = \frac{1}{2}DE = DF$，

$\therefore \angle CDF = \angle DCF$，

$\therefore \angle ADC + \angle CDF = \angle BCD + \angle DCF$，即：$\angle BCF = \angle ADF$，

$\therefore \triangle AFD \cong \triangle BFC$，

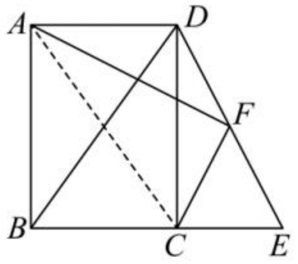
$\therefore \angle AFD = \angle BFC$，

$\therefore \angle AFC = \angle AFB + \angle CFB = \angle AFB + \angle AFD = \angle DFB = 90^\circ$，

$\therefore AF \perp CF$；

【小问 2 详解】

连接 AC，则 $AC = BD = BE = x$，



$\because BC = 2$，

$\therefore CE = BE - BC = x - 2$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{x^2 - 4}$，即 $CD = AB = \sqrt{x^2 - 4}$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle EDC$ 中，$DE = \sqrt{DC^2 + CE^2} = \sqrt{x^2 - 4 + (x-2)^2} = \sqrt{2x^2 - 4x}$，

由（1）知：$CF = \frac{1}{2}DE$，$\angle AFC = 90^\circ$，

即 $CF = \frac{1}{2}DE = \frac{\sqrt{2x^2 - 4x}}{2}$，

$\therefore AF = \sqrt{AC^2 - CF^2} = \frac{\sqrt{2x^2 + 4x}}{2}$，

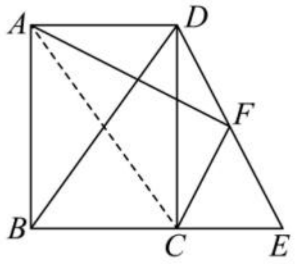
$\therefore y = \frac{\sqrt{2x^2 + 4x}}{2}$，

$\because CE = BE - BC = x - 2 > 0$，

$\therefore x > 2$，

$\therefore y = \frac{\sqrt{2x^2 + 4x}}{2}$，$x > 2$；

【小问 3 详解】



当$CF=\frac{1}{2}AF$时，

又$CF=\frac{1}{2}DE$，

$\therefore AF=DE$，

由（2）知：$AF=y=\frac{\sqrt{2x^2+4x}}{2}$，$DE=\sqrt{2x^2-4x}$，$AB=\sqrt{x^2-4}$

$\therefore \frac{\sqrt{2x^2+4x}}{2}=\sqrt{2x^2-4x}$，

解得：$x=\frac{10}{3}$或$x=0$（不合题意，舍去）；

经检验$x=\frac{10}{3}$是原方程的解，

$\therefore CE=BE-BC=BD-BC=\frac{10}{3}-2=\frac{4}{3}$.

【点睛】本题考查矩形的性质，斜边上的中线，全等三角形的判定和性质，勾股定理，利用函数关系式表示变量之间的关系，解无理方程等知识点，综合性强，难度较大，计算量大，属于压轴题，掌握相关知识点，正确的计算，是解题的关键.