2023-2024学年上海市奉贤区部分学校七年级（下）期末数学试卷

一、选择题：（本大题共6题，每题3分，满分18分）

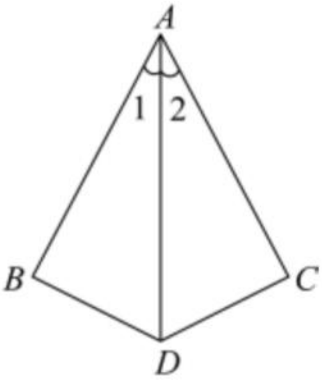
1. 下列各数中是无理数的是（　）

A. $0.\dot{3}$　　B. 0.5　　C. 面积为2的正方形边长　D. $\frac{22}{7}$

2. 下列计算正确的是（　）

A. $\sqrt{8}=4$　　B. $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}=\frac{3}{2}$　　C. $\sqrt{25}=\pm5$　　D. $\sqrt{(-1)^2}=-1$

3. 如图，已知$\angle1=\angle2$，要说明$\triangle ABD\cong\triangle ACD$，还需从下列条件中选一个，错误的选法是(　)



A. $DB=DC$　　B. $AB=AC$　　C. $\angle ADB=\angle ADC$　　D. $\angle B=\angle C$

4. 下列说法中，正确的是（　）

A. 在同一平面内不相交的两条线段必平行

B. 点到直线的距离是指直线外一点到这条直线的垂线的长

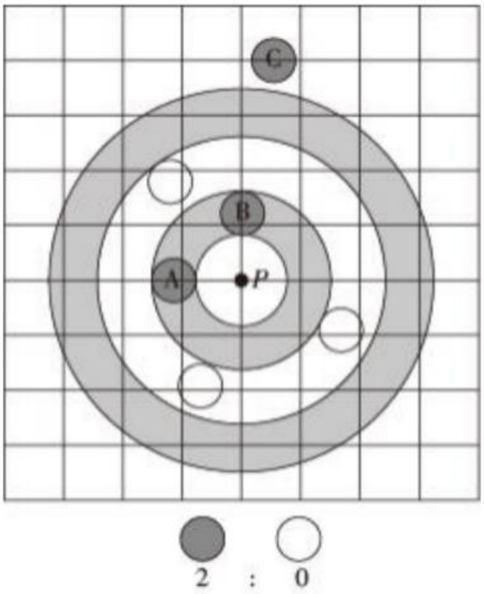
C. 三角形的一个外角大于任何一个内角

D. 三角形的任意两边之和大于第三边

5. 等腰三角形的一条边长为4，另一条边长为7，则该三角形的周长为（　）

A. 15　　B. 18　　C. 15或18　　D. 18或23

6. 壶，被喻为冰上的“国际象棋”，它考验参与者的体能与脑力，展现动静之美，取舍之智慧，属于冬奥会比赛项目，冰壶运动的计分方法是：图中最大圆及其内部为有效圈，点P为有效圈中心；一队每颗位于有效圈中且位置较另一队所有冰壶都更接近点P的冰壶皆可获计一分.在图中，分别以水平向右、竖直向上的方向为x轴、y轴的正方向建立平面直角坐标系，下列选项对各冰壶位置描述正确的是（　）



A. 若得分壶 A 的坐标为(0，1)，得分壶 B 的坐标为(1，2)，则冰壶 C 的坐标约为(0.5，4)

B. 若得分壶 A 的坐标为(0，－2)，得分壶 B 的坐标为(2，0)，则冰壶 C 的坐标约为(3，6)

C. 若得分壶 A 的坐标为(－2，0)，得分壶 B 的坐标为(0，2)，则冰壶 C 的坐标约为(0.5，4)

D. 若得分壶 A 的坐标为(0，0)，得分壶 B 的坐标为(1，1)，则冰壶 C 的坐标约为(4，1.5)

二．填空题（本大题共 12 题，每小题 2 分，满分 24 分）

7. 36 的平方根是______.

8. 把 $\sqrt[5]{6^2}$ 表示成幂的形式是________________

9. 比较大小：$-\sqrt{15}$__________-4．（填“>”、“=”或“<”）

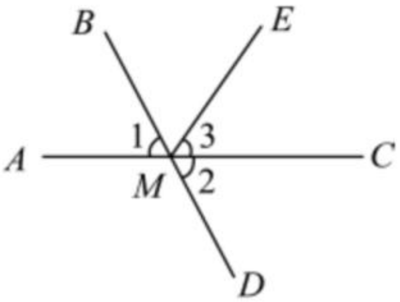
10. 对于近似数 8.10×10^{-3}，它有_______个有效数字.

11. 点 $P(2-a,a+3)$ 在 x 轴上，则 $a=$_______.

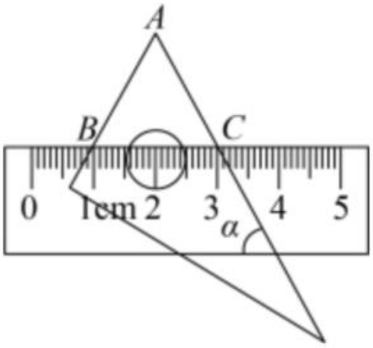
12. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A:\angle B:\angle C=1:3:4$，那么 $\triangle ABC$ 是______三角形（填“锐角”、“直角”或“钝角”）.

13. 直角坐标平面内，经过点 A（2，－3）并且垂直于 y 轴的直线可以表示为直线_____.

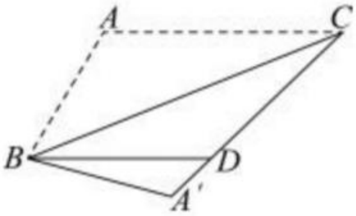
14. 如图，直线 AC 和直线 BD 相交于点 M，ME 平分 $\angle BMC$，若 $\angle1+\angle2=100°$，则 $\angle3$ 的度数为______°.



15. 将含 $30°$ 角的直角三角板和直尺按如图所示的方式放置，已 $\angle\alpha=60°$，点 B，C 表示的刻度分别为 $1cm, 3cm$，则线段 AB 的长为_______cm.



16. 如图，将$\triangle ABC$沿BC翻折，使点A落在点A'处，过点B作$BD\,//\,AC$交$A'C$于点D，若$\angle A'BC=30^\circ$，$\angle BDC=140^\circ$，则$\angle A$的度数为__________.



17. 如图，工人师傅在贴长方形的瓷砖时，为了保证所贴瓷砖的外缘边与上一块瓷砖的两边互相平行，一般将两块瓷砖的一边重合，然后贴下去．这样做的数学依据是_____．

18. 在$\triangle ABC$中，AD是BC边上的高，BE是$\angle ABC$的角平分线，直线BE与高AD交于点F，若$\angle ABC=50^\circ$，$\angle CAD=20^\circ$，则$\angle FEC$的度数为_____________度．

三．解答题（本大题共8题，满分58分）

19. 计算：$\sqrt{(-4)^2}-\sqrt[3]{-8}+\sqrt{1\frac{9}{16}}$．

20. 计算：$(-27)^{\frac{1}{3}}+(\sqrt{2})^2-(\sqrt{2}-1)^0+(\sqrt{3})^{-2}$．

21. 利用幂的性质计算：$\sqrt[3]{16}\times\sqrt{8}\div\sqrt[6]{32}$．

22. 已知点$A(1,0)$，点$B(-3,0)$，点C在y轴上，如果$\triangle ABC$的面积是8，求点C的坐标．

23. 如图，已知点E、D、C、F在一条直线上，$\angle ADE+\angle BCF=180^\circ$，$BE$平分$\angle ABC$，$\angle ABC=2\angle E$．

（1）AD与BC平行吗？请说明理由；

（2）AB与EF的位置关系如何？请说明理由．

解：（1）$AD\,//\,BC$，理由如下：

$\because \angle ADE+\angle ADF=180^{\circ}$（______），

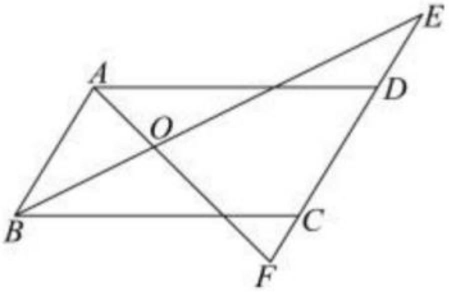
$\angle ADE+\angle BCF=180^{\circ}$（已知），

$\therefore \angle ADF=\angle$______.

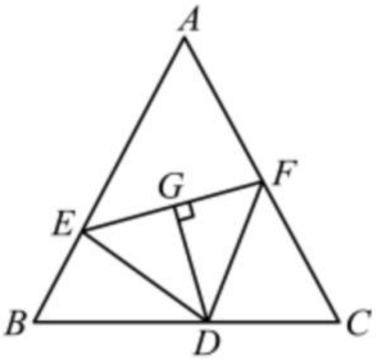
$\therefore AD /\!/ BC$（__________）.

（2）AB 与 EF 的位置关系是：（_____）.

请完成说理过程：



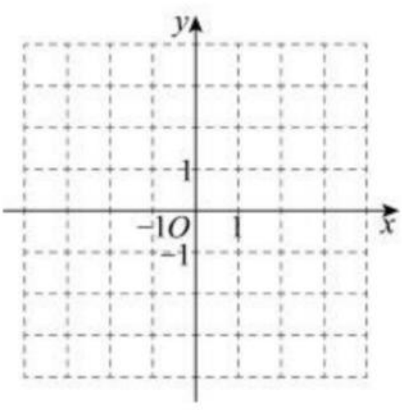
24. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D、E、F 分别在边 BC、AB、AC 上，$ED=FD, DG\perp EF$，垂足为点 G，$\angle EDG=\frac{1}{2}\angle B$.



（1）说明 $\angle EDF=\angle B$ 的理由；

（2）若 $AB=AC$，请说明 $BE=CD$ 的理由.

25. 平面直角坐标系中，点 A 在第二象限，点 A 到 x 轴的距离是 3，到 y 轴的距离是 4，点 B 在第三象限，点 B 到 x 轴的距离是 4，到 y 轴的距离是 3.



（1）直接写出 A，B 两点的坐标：A______，B ______；

（2）在平面直角坐标系中描出 A，B 两点的位置，O 是原点，连接 OA，OB，请说明 $OA=OB$ 的理由；

（3）连接 AB，判断 $\triangle AOB$ 是什么三角形？请说明理由．

26. 已知在 $\triangle AOB$ 中，$OA=OB$，$\angle AOB=120°$，点 C 是平面内一点，连接 AC、BC、OC，$OA=OC$．

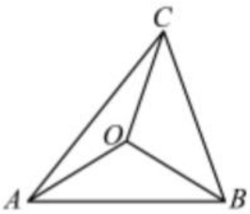
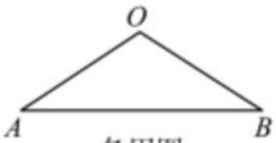
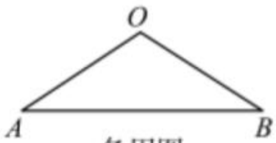


图1



备用图



备用图

（1）如图 1，点 O 在 $\triangle ABC$ 的内部．

①当 $\angle ACO=20°$，求 $\angle OBC$ 的度数；

②当 CO 平分 $\angle ACB$，判断 $\triangle ABC$ 的形状，并说明理由；

（2）如果直线 BC 与直线 AO 相交于点 D，如果 $\triangle COD$ 是以 DO 为腰的等腰三角形，求 $\angle OCB$ 的度数

（直接写出答案）.

2023-2024学年上海市奉贤区部分学校七年级（下）期末数学试卷（答案解析）

一、选择题：（本大题共6题，每题3分，满分18分）

1. 下列各数中是无理数的是（　）

A. $0.\dot{3}$　　B. 0.5　　C. 面积为2的正方形边长　D. $\frac{22}{7}$

【答案】C

【解析】

【分析】无理数就是无限不循环小数．理解无理数的概念，一定要同时理解有理数的概念，有理数是整数与分数的统称．即有限小数和无限循环小数是有理数，而无限不循环小数是无理数．由此即可判定选择项．

【详解】解：A、$0.\dot{3}$是无限循环小数，属于有理数，故本选项不符合题意；

B、0.5是有理数，故本选项不符合题意；

C、面积为2的正方形边长为$\sqrt{2}$是无理数，故本选项符合题意；

D、$\frac{22}{7}$是分数，属于有理数，故本选项不符合题意；

故选C．

【点睛】本题主要考查了无理数的定义，解题的关键在于能够熟练掌握有理数和无理数的定义．

2. 下列计算正确的是（　）

A. $\sqrt{8}=4$　　B. $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}=\frac{3}{2}$　　C. $\sqrt{25}=\pm5$　　D. $\sqrt{(-1)^2}=-1$

【答案】B

【解析】

【分析】根据平方根、算术平方根和立方根的意义逐个判断即可求得答案．

【详解】解：A、$\sqrt{16}=4$，$\sqrt{8}\neq\sqrt{16}$，故A选项错误；

B、$\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}=\sqrt[3]{\frac{27}{8}}=\frac{3}{2}$，故B选项正确；

C、$\sqrt{25}=5$，故C选项错误；

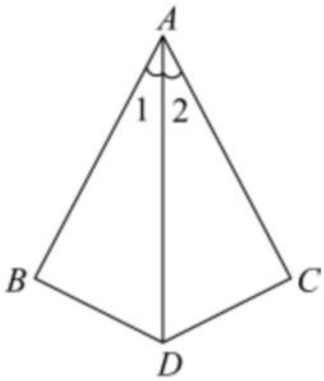
D、$\sqrt{(-1)^2}=\sqrt{1}=1$，故D选项错误；

故选：B．

【点睛】本题考查了平方根、算术平方根和立方根的意义，熟练掌握平方根、算术平方根和立方根的意义

是解决本题的关键，注意平方根与算术平方根的区别．

3. 如图，已知$\angle 1=\angle 2$，要说明$\triangle ABD\cong\triangle ACD$，还需从下列条件中选一个，错误的选法是(　)



A. $DB=DC$　　　　B. $AB=AC$　　　　C. $\angle ADB=\angle ADC$　　　　D. $\angle B=\angle C$

【答案】A

【解析】

【分析】根据全等三角形的判定条件逐一判断即可．

【详解】解：由题意可知$\angle 1=\angle 2$，$AD=AD$，

A. $DB=DC$，不可以利用SSA证明$\triangle ABD\cong\triangle ACD$，故选项A符合题意；

B. $AB=AC$，可以利用SAS证明$\triangle ABD\cong\triangle ACD$，故选项B不符合题意；

C. $\angle ADB=\angle ADC$，可以利用ASA证明$\triangle ABD\cong\triangle ACD$，故选项C不符合题意；

D. $\angle B=\angle C$，可以利用AAS证明$\triangle ABD\cong\triangle ACD$，故选项D不符合题意；

故选A．

【点睛】本题主要考查了全等三角形的判定，熟知全等三角形的判定条件是解题的关键．

4. 下列说法中，正确的是（　）

A. 在同一平面内不相交的两条线段必平行

B. 点到直线的距离是指直线外一点到这条直线的垂线的长

C. 三角形的一个外角大于任何一个内角

D. 三角形的任意两边之和大于第三边

【答案】D

【解析】

【分析】根据两条直线的位置关系、点到直线的距离、三角形的外角、三角形的三边关系逐项判断即可得．

【详解】解：A．在同一平面内不相交的两条直线必平行，则此项说法错误，不符题意；

B．点到直线的距离是指直线外一点到这条直线的垂线段的长度，则此项说法错误，不符题意；

C．三角形的一个外角不一定大于任何一个内角．反例：当这个内角是钝角时，它的外角小于这个内角，则此项说法错误，不符题意；

D．三角形的任意两边之和大于第三边，则此项说法正确，符合题意；

故选：D．

【点睛】本题考查了两条直线的位置关系、点到直线的距离、三角形的外角、三角形的三边关系，熟练掌握各概念和定理是解题的关键.

5. 等腰三角形的一条边长为4，另一条边长为7，则该三角形的周长为（　）

A. 15　　　　B. 18　　　　C. 15或18　　　　D. 18或23

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了等腰三角形的性质和三角形的三边关系；已知没有明确腰和底边的题目一定要想到两种情况，分类进行讨论，还应验证各种情况是否能构成三角形进行解答，这点非常重要，也是解题的关键．分为两种情况4为底或7为底，还要注意是否符合三角形三边关系.

【详解】解：∵等腰三角形的一条边长为4，另一条边长为7，

∴有两种情况：

①7为底，4为腰，$4+4>7$，符合题意，

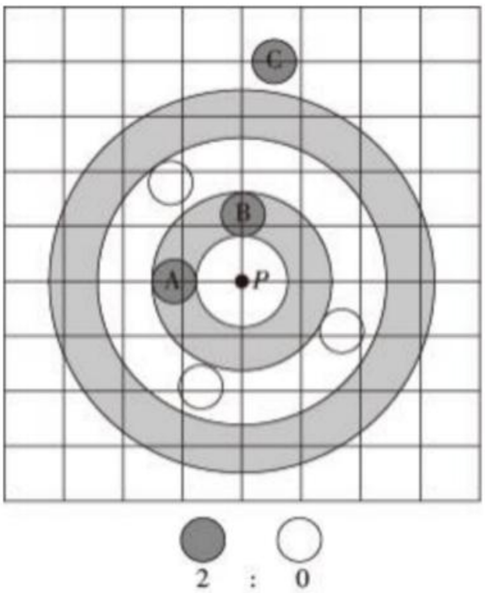
∴该三角形的周长是$4+4+7=15$；

②4为底，7为腰，$7+4>7$，符合题意，

∴该三角形的周长是$7+7+4=18$.

故选：C.

6. 壶，被喻为冰上的"国际象棋"，它考验参与者的体能与脑力，展现动静之美，取舍之智慧，属于冬奥会比赛项目，冰壶运动的计分方法是：图中最大圆及其内部为有效圈，点P为有效圈中心；一队每颗位于有效圈中且位置较另一队所有冰壶都更接近点P的冰壶皆可获计一分.在图中，分别以水平向右、竖直向上的方向为x轴、y轴的正方向建立平面直角坐标系，下列选项对各冰壶位置描述正确的是（　）



A. 若得分壶A的坐标为(0，1)，得分壶B的坐标为(1，2)，则冰壶C的坐标约为(0.5，4)

B. 若得分壶A的坐标为(0，－2)，得分壶B的坐标为(2，0)，则冰壶C的坐标约为(3，6)

C. 若得分壶A的坐标为(－2，0)，得分壶B的坐标为(0，2)，则冰壶C的坐标约为(0.5，4)

D. 若得分壶A的坐标为(0，0)，得分壶B的坐标为(1，1)，则冰壶C的坐标约为(4，1.5)

【答案】B

【解析】

【分析】先根据冰壶 A、冰壶 B 的坐标建立坐标系，然后确定冰壶 C 的坐标.

【详解】A 若得分壶 A 的坐标为(0，1)，得分壶 B 的坐标为(1， 2)，则冰壶 C 的坐标约为(1.5，5)，选项 A 错误，不符合题意；

B 若得分壶 A 的坐标为(0，-2)，得分壶 B 的坐标为(2， 0)，则冰壶 C 的坐标约为(3，6)，选项 B 正确，符合题意；

C 若得分壶 A 的坐标为(-2，0)， 得分壶 B 的坐标为(0，2)，则冰壶 C 的坐标约为(1，8)，选项 C 错误，不符合题意；

D 若得分壶 A 的坐标为(0，0)，得分壶 B 的坐标为(1，1)，则冰壶 C 的坐标约为(1.5，4)，选项 D 错误，不符合题意；

故选 B

【点睛】本题考查了由位置确定坐标，准确建立坐标系是解题关键.

二．填空题（本大题共 12 题，每小题 2 分，满分 24 分）

7. 36 的平方根是______.

【答案】±6

【解析】

【详解】因为 $\left(\pm6\right)^2=36$，

则 36 的平方根为±6，

故答案为±6

8. 把 $\sqrt[5]{6^2}$ 表示成幂的形式是________________

【答案】$6^{\frac{2}{5}}$

【解析】

【分析】根据分数指数幂的公式，表示成被开方数的指数除以根指数的形式即可.

【详解】把 $\sqrt[5]{6^2}$ 表示成幂的形式是 $6^{\frac{2}{5}}$.

故答案为 $6^{\frac{2}{5}}$.

【点睛】本题主要考查分数指数幂的公式，根据公式写出正确的形式是解题的关键.

9. 比较大小：$-\sqrt{15}$__________-4．（填“$>$”、“$=$”或“$<$”）

【答案】$>$

【解析】

【分析】先由 $4=\sqrt{16}$，得到 $\sqrt{16}>\sqrt{15}$，再利用两个负实数绝对值大的反而小得到结论.

【详解】解：$\because 4=\sqrt{16}>\sqrt{15}$，

$\therefore -\sqrt{15} > -\sqrt{16}$,

$\therefore -\sqrt{15} > -4$.

故答案为：$>$

【点睛】本题考查了实数大小的比较，关键要熟记实数大小的比较方法：正实数都大于 0，负实数都小于 0，正实数大于一切负实数，两个负实数绝对值大的反而小.

10. 对于近似数 8.10×10^{-3}，它有______个有效数字.

【答案】3

【解析】

【分析】本题考查的是有效数字的含义，根据有效数字的定义可以得到题目中的数有几个有效数字，从而可以解答本题.

【详解】解：近似数 8.10×10^{-3}，它有 3 个有效数字，

故答案为：3.

11. 点 $P(2-a,a+3)$ 在 x 轴上，则 $a=$ ______.

【答案】-3

【解析】

【分析】根据 $P(2-a,a+3)$ 在 x 轴上得到纵坐标等于 0，代入计算即可得到答案.

【详解】解：∵点 $P(2-a,a+3)$ 在 x 轴上，故其纵坐标为 0，

$\therefore a+3=0$，

解得 $a=-3$，

故答案为：-3.

【点睛】本题主要考查了直角坐标系中的点的坐标特征，能根据点在 x 轴上判断纵坐标为 0 是解题的关键.

12. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A:\angle B:\angle C=1:3:4$，那么 $\triangle ABC$ 是______三角形（填“锐角”、“直角”或“钝角”）.

【答案】直角

【解析】

【分析】设 $\angle A=x$，则 $\angle B=3x$，$\angle C=4x$，根据三角形内角和求出 x 的值，计算出每个内角度数即可判断.

【详解】解：设 $\angle A=x$，则 $\angle B=3x$，$\angle C=4x$，

$\because \angle A+\angle B+\angle C=180°$，

$\therefore x+3x+4x=180°$，

$\therefore x=22.5°$，

$\therefore \angle A=22.5°$，

$\therefore \angle A=22.5°$，$\angle B=67.5°$，$\angle C=90°$，

故答案为：直角．

【点睛】本题考查了三角形内角和定理，一元一次方程的应用，运用方程思想是解本题的关键．

13. 直角坐标平面内，经过点 A（2，﹣3）并且垂直于 y 轴的直线可以表示为直线_____．

【答案】y=﹣3

【解析】

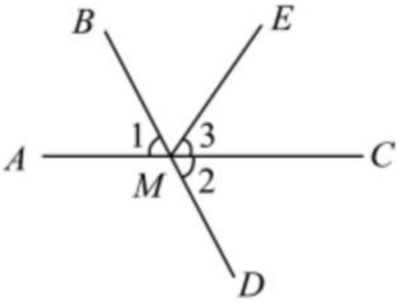
【分析】垂直于 y 轴的直线，纵坐标相等，都为﹣3，所以为直线：y=﹣3．

【详解】解：由题意得：经过点 A（2，﹣3）且垂直于 y 轴的直线可以表示为直线为：y=﹣3，

故答案为：y=﹣3．

【点睛】此题考查了坐标与图形的性质，解题的关键是抓住过某点的坐标且垂直于 y 轴的直线的特点：纵坐标相等．

14. 如图，直线 AC 和直线 BD 相交于点 M，ME 平分 $\angle BMC$，若 $\angle 1+\angle 2=100°$，则 $\angle 3$ 的度数为_____°．



【答案】65

【解析】

【分析】本题考查了邻补角、对顶角．解题的关键是掌握邻补角、对顶角的定义和性质，要注意运用：对顶角相等，邻补角互补，即和为 180°．根据对顶角和邻补角的定义即可得到 $\angle BOC$ 的度数，再根据角平分线即可得出 $\angle 3$ 的度数．

【详解】解：$\because \angle 1=\angle 2$，$\angle 1+\angle 2=100°$，

$\therefore \angle 1=\angle 2=50°$，

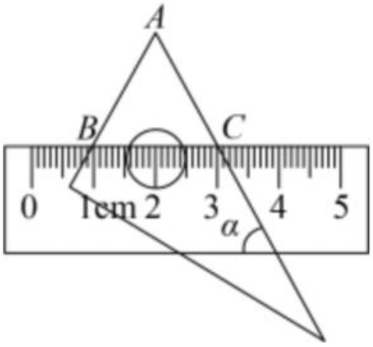
$\therefore \angle BMC=180°-\angle 1=130°$，

又 $\because OE$ 平分 $\angle BMC$，

$\therefore \angle 3=\frac{1}{2}\times 130°=65°$．

故答案为：65．

15. 将含 $30°$ 角的直角三角板和直尺按如图所示的方式放置，已 $\angle \alpha=60°$，点 B，C 表示的刻度分别为 $1cm, 3cm$，则线段 AB 的长为______cm．



【答案】2

【解析】

【分析】根据平行线的性质得出$\angle ACB=60^\circ$，进而可得$\triangle ABC$是等边三角形，根据等边三角形的性质即可求解.

【详解】解：∵直尺的两边平行，

$\therefore \angle ACB=\angle\alpha=60^\circ$，

又$\angle A=60^\circ$，

$\therefore \triangle ABC$是等边三角形，

∵点B，C表示的刻度分别为$1\text{cm}, 3\text{cm}$，

$\therefore BC=2\text{cm}$，

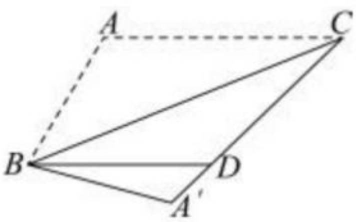
$\therefore AB=BC=2\text{cm}$

∴线段AB的长为2cm，

故答案为：2.

【点睛】本题考查了平行线的性质，等边三角形的性质与判定，得出$\angle ACB=60^\circ$是解题的关键.

16. 如图，将$\triangle ABC$沿BC翻折，使点A落在点A'处，过点B作$BD\parallel AC$交$A'C$于点D，若$\angle A'BC=30^\circ$，$\angle BDC=140^\circ$，则$\angle A$的度数为__________.



【答案】130°##130度

【解析】

【分析】本题考查三角形内角和定理，轴对称的性质，平行线的性质等，利用轴对称的性质得出$\angle ABC=\angle A'BC$，$\angle ACB=\angle A'CB$是解题的关键.

【详解】解：∵$\triangle ABC$沿BC翻折得到$\triangle A'BC$，

$\therefore \angle ABC=\angle ABC=30^\circ$，$\angle ACB=\angle A'CB$，

$\because BD\parallel AC$，

$\therefore \angle CBD=\angle ACB$，

$\therefore \angle CBD=\angle A'CB$，

$\because \angle BDC=140°$，

$\therefore \angle A'CB=\frac{1}{2}(180°-\angle BDC)=20°$，

$\therefore \angle ACB=\angle A'CB=20°$，

$\therefore \angle A=180°-\angle ABC-\angle ACB=180°-30°-20°=130°$.

故答案为：$130°$.

17. 如图，工人师傅在贴长方形的瓷砖时，为了保证所贴瓷砖的外缘边与上一块瓷砖的两边互相平行，一般将两块瓷砖的一边重合，然后贴下去．这样做的数学依据是_____.

【答案】平行于同一条直线的两条直线平行

【解析】

【分析】根据平行线的判定与性质求解即可．

【详解】解：这样做的数学依据是平行于同一条直线的两条直线平行，

故答案为：平行于同一条直线的两条直线平行．

【点睛】本题考查了平行线的判定与性质，熟记平行于同一条直线的两条直线平行是解题的关键．

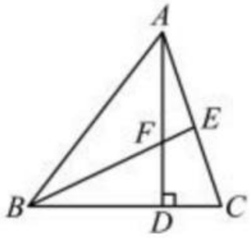
18. 在$\triangle ABC$中，AD是BC边上的高，BE是$\angle ABC$的角平分线，直线BE与高AD交于点F，若$\angle ABC=50°$，$\angle CAD=20°$，则$\angle FEC$的度数为________度．

【答案】85或135##135或85

【解析】

【分析】本题考查了三角形的内角和定理，三角形的外角定理，对顶角，直角三角形的性质以及角平分线的意义，分两种情况讨论，第一种情况：$\angle ACB$为锐角：先由角平分线的意义及直角三角形两锐角互余，求出$\angle ABE=25°$，$\angle BAD=40°$，再由三角形外角定理即可求解；第二种情况，$\angle ACB$为钝角：先由角平分线的意义及直角三角形两锐角互余，求出$\angle ABE=25°$，$\angle BAE=20°$，再由三角形内角和定理求出$\angle AEB=135°$，即可求解．

【详解】解：第一种情况：$\angle ACB$为锐角，如图示：



$\because BE$ 是 $\angle ABC$ 的角平分线，$\angle ABC=50^{\circ}$，

$\therefore \angle ABE=\frac{1}{2}\angle ABC=25^{\circ}$，

$\because AD$ 是 BC 边上的高，

$\therefore \angle ADB=90^{\circ}$，

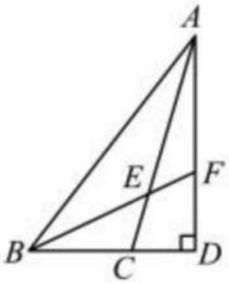
$\therefore \angle BAD=90^{\circ}-50^{\circ}=40^{\circ}$，

$\therefore \angle BAE=40^{\circ}+20^{\circ}=60^{\circ}$，

$\because \angle FEC=\angle ABF+\angle BAE$，

$\therefore \angle FEC=60^{\circ}+25^{\circ}=85^{\circ}$；

第二种情况，$\angle ACB$ 为钝角，如图示：



$\because BE$ 是 $\angle ABC$ 的角平分线，$\angle ABC=50^{\circ}$，

$\therefore \angle ABE=\frac{1}{2}\angle ABC=25^{\circ}$，

$\because AD$ 是 BC 边上的高，

$\therefore \angle ADB=90^{\circ}$，

$\therefore \angle BAD=90^{\circ}-50^{\circ}=40^{\circ}$，

$\therefore \angle BAE=40^{\circ}-20^{\circ}=20^{\circ}$，

$\because \angle ABE+\angle BAE+\angle AEB=180^{\circ}$，

$\therefore \angle AEB=180^{\circ}-25^{\circ}-20^{\circ}=135^{\circ}$，

$\therefore \angle FEC=135^{\circ}$，

故答案为：85 或 135．

三．解答题（本大题共 8 题，满分 58 分）

19. 计算：$\sqrt{(-4)^2}-\sqrt[3]{-8}+\sqrt{1\frac{9}{16}}$.

【答案】$\frac{29}{4}$

【解析】

【分析】先利用二次根式和立方根的性质化简，再计算即可.

【详解】解：原式$=4-(-2)+\frac{5}{4}$

$=4+2+\frac{5}{4}$

$=\frac{29}{4}$.

【点睛】本题考查了二次根式的化简，实数的混合运算，熟练掌握运算法则是解题的关键.

20. 计算：$(-27)^{\frac{1}{3}}+(\sqrt{2})^2-(\sqrt{2}-1)^0+(\sqrt{3})^{-2}$.

【答案】$-\frac{5}{3}$

【解析】

【分析】分别计算分数指数幂，平方，0 次幂，负整数指数幂的运算，再合并即可.

【详解】解：原式$=-3+2-1+\frac{1}{(\sqrt{3})^2}$

$=-3+2-1+\frac{1}{3}$

$=-\frac{5}{3}$.

【点睛】本题主要考查了实数运算，分数指数幂的含义，负整数指数幂与零指数幂的含义，正确化简各数是解题关键.

21. 利用幂的性质计算：$\sqrt[3]{16}\times\sqrt{8}\div\sqrt[6]{32}$.

【答案】4

【解析】

【分析】将各根式化为同底数幂的形式，再利用同底数幂的乘除法法则计算.

【详解】解：$\sqrt[3]{16}\times\sqrt{8}\div\sqrt[6]{32}$

$=2^{\frac{4}{3}}\times2^{\frac{3}{2}}\div2^{\frac{5}{6}}$

$=2^2$

$=4$.

【点睛】此题考查了分数指数幂的计算，将各根式正确化为同底数幂的形式及正确掌握分数指数幂的计算

法则是解题的关键．

22. 已知点 $A(1,0)$，点 $B(-3,0)$，点 C 在 y 轴上，如果 $\triangle ABC$ 的面积是 8，求点 C 的坐标．

【答案】$(0,4)$ 或 $(0,-4)$

【解析】

【分析】本题考查的是坐标与图形面积，首先设点 C 的坐标 $(0,a)$，然后确定 AB 的长，再利用三角形的面积公式进行计算即可．

【详解】解：设点 C 的坐标 $C(0,a)$，

$\because$ 点 $A(1,0)$，点 $B(-3,0)$，

$\therefore AB=4$，

$\because \triangle ABC$ 的面积是 8，

$\therefore \frac{1}{2}\times 4\times |a|=8$，

解得：$a=\pm 4$，

故设点 C 的坐标 $(0,4)$ 或 $(0,-4)$．

23. 如图，已知点 E、D、C、F 在一条直线上，$\angle ADE+\angle BCF=180°$，$BE$ 平分 $\angle ABC$，$\angle ABC=2\angle E$．

（1）AD 与 BC 平行吗？请说明理由；

（2）AB 与 EF 的位置关系如何？请说明理由．

解：（1）$AD\parallel BC$，理由如下：

$\because \angle ADE+\angle ADF=180°$（______），

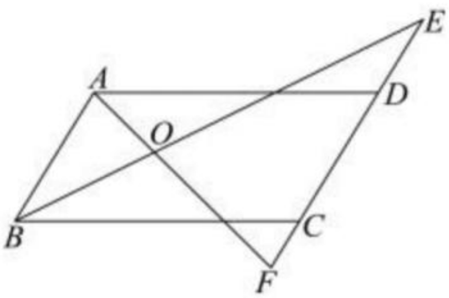
$\angle ADE+\angle BCF=180°$（已知），

$\therefore \angle ADF=\angle$ _____．

$\therefore AD\parallel BC$（__________）．

（2）AB 与 EF 的位置关系是：（_____）．

请完成说理过程：



【答案】（1）平角定义；BCF；同位角相等，两直线平行；（2）平行，理由见解析

【解析】

【分析】本题考查了平行线的判定，角平分线的定义，解题的关键是掌握平行线的判定．

（1）根据平角定义可得$\angle ADE+\angle ADF=180°$，从而利用同角的补角相等可得$\angle ADF=\angle BCF$，然后根据同位角相等，两直线平行可得$AD\parallel BC$；

（2）根据角平分线的定义可得$\angle ABC=2\angle ABE$，从而可得$\angle ABE=\angle E$，然后利用内错角相等，两直线平行可得$AB\parallel EF$，即可解答．

【详解】解：（1）$AD\parallel BC$，理由如下：

$\because \angle ADE+\angle ADF=180°$（平角定义），

$\angle ADE+\angle BCF=180°$（已知），

$\therefore \angle ADF=\angle BCF$，

$\therefore AD\parallel BC$（同位角相等，两直线平行），

故答案为：平角定义；BCF；同位角相等，两直线平行；

（2）AB与EF的位置关系是：（平行），理由如下：

$\because BE$平分$\angle ABC$，

$\therefore \angle ABC=2\angle ABE$，

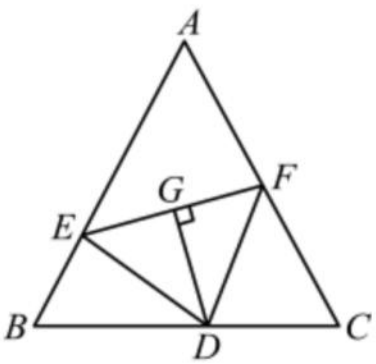
$\because \angle ABC=2\angle E$，

$\therefore \angle ABE=\angle E$，

$\therefore AB\parallel EF$，

故答案为：平行．

24. 如图，在$\triangle ABC$中，点D、E、F分别在边BC、AB、AC上，$ED=FD, DG\perp EF$，垂足为点G，$\angle EDG=\frac{1}{2}\angle B$．



（1）说明$\angle EDF=\angle B$的理由；

（2）若$AB=AC$，请说明$BE=CD$的理由．

【答案】（1）见解析　　（2）见解析

【解析】

【分析】本题考查等腰三角形的性质，三角形的外角，全等三角形的判定和性质：

（1）由等腰三角形的性质可得$\angle EDF = 2\angle EDG$，且$\angle EDG = \frac{1}{2}\angle B$. 可得结论；

（2）由外角性质可得$\angle EDC = \angle BED$，由“AAS”可证$\triangle BDE \cong \triangle CFD$，可得$BE = CD$.

【小问 1 详解】

解：$\because ED = FD, DG \perp EF$，

$\therefore \angle EDF = 2\angle EDG$，

$\because \angle EDG = \frac{1}{2}\angle B$.

$\therefore \angle EDF = \angle B$；

【小问 2 详解】

$\because AB = AC$，

$\therefore \angle B = \angle C$，

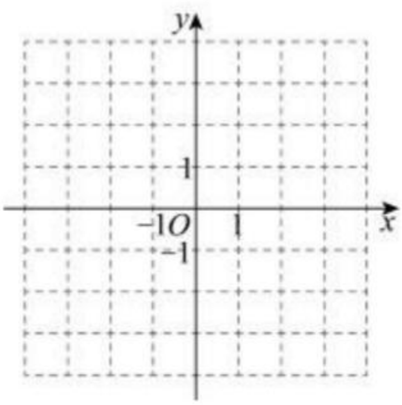
$\because \angle EDC = \angle B + \angle BED = \angle EDF + \angle FDC$，且$\angle EDF = \angle B$，

$\therefore \angle FDC = \angle BED$，且$\angle B = \angle C, DE = DF$，

$\therefore \triangle BDE \cong \triangle CFD(\text{AAS})$

$\therefore BE = CD$.

25. 平面直角坐标系中，点 A 在第二象限，点 A 到 x 轴的距离是 3，到 y 轴的距离是 4，点 B 在第三象限，点 B 到 x 轴的距离是 4，到 y 轴的距离是 3.



（1）直接写出 A，B 两点的坐标：A_______，B_______；

（2）在平面直角坐标系中描出 A，B 两点的位置，O 是原点，连接 OA，OB，请说明 $OA = OB$ 的理由；

（3）连接 AB，判断 $\triangle AOB$ 是什么三角形？请说明理由.

【答案】（1）$(-4,3)$；$(-3,-4)$

（2）见解析　　（3）等腰直角三角形，理由见解析

【解析】

【分析】（1）根据点 A，B 所在的象限及到各对称轴的距离，可求出点 A，B 的坐标；

（2）过点 A 作 $AM \perp x$ 轴于点 M，过点 B 作 $BN \perp y$ 轴于点 N，根据点 A，B 的坐标可得出 $AM = BN$，$OM = ON$，结合 $\angle AMO = \angle BNO = 90^\circ$ 即可证出 $\triangle AOM \cong \triangle BON$，再利用全等三角形的性质即可得出 $OA = OB$；

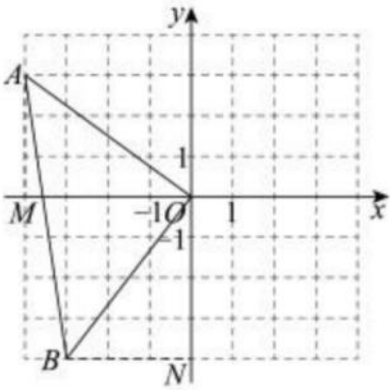
（3）由 $\triangle AOM \cong \triangle BON$，利用全等三角形的性质可得出 $\angle AOM = \angle BON$，进而可得出 $\angle AOB = 90^\circ$，再结合 $OA = OB$ 可得出 $\triangle AOB$ 是等腰直角三角形.

【小问 1 详解】

解：依题意，得：点 A 的坐标为 $(-4,3)$；点 B 的坐标为 $(-3,-4)$.

【小问 2 详解】

解：过点 A 作 $AM \perp x$ 轴于点 M，过点 B 作 $BN \perp y$ 轴于点 N，如图所示.



∵点 A 的坐标为 $(-4,3)$；点 B 的坐标为 $(-3,-4)$，

∴ $AM = BN = 3$，$OM = ON = 4$.

在 $\triangle AOM$ 和 $\triangle BON$ 中，$\begin{cases} AM = BN \\ \angle AMO = \angle BNO \\ OM = ON \end{cases}$，

∴ $\triangle AOM \cong \triangle BON(\text{SAS})$，

∴ $OA = OB$.

【小问 3 详解】

解：$\triangle AOB$ 是等腰直角三角形，理由如下：

∵ $\triangle AOM \cong \triangle BON$，

∴ $\angle AOM = \angle BON$，

∴ $\angle AOB = \angle AOM + \angle BOM = \angle BON + \angle BOM = 90^\circ$.

又∵ $OA = OB$，

∴ $\triangle AOB$ 是等腰直角三角形.

【点睛】本题考查的是坐标与图形，全等三角形的判定与性质，等腰三角形的判定，理解坐标与线段长度

之间的关系是解本题的关键.

26. 已知在$\triangle AOB$中，$OA=OB$，$\angle AOB=120°$，点C是平面内一点，连接AC、BC、OC，$OA=OC$.

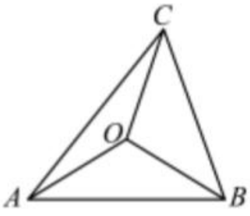
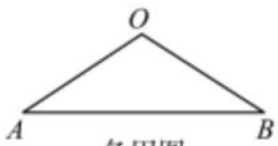
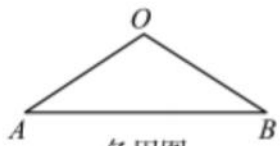


图1


备用图


备用图

（1）如图1，点O在$\triangle ABC$的内部.

①当$\angle ACO=20°$，求$\angle OBC$的度数;

②当CO平分$\angle ACB$，判断$\triangle ABC$的形状，并说明理由;

（2）如果直线BC与直线AO相交于点D，如果$\triangle COD$是以DO为腰的等腰三角形，求$\angle OCB$的度数（直接写出答案）.

【答案】（1）①$\angle OBC=40°$②$\triangle ABC$为等边三角形，理由见解析

（2）$\angle OCB$的度数为$20°$或$40°$，理由见解析

【解析】

【分析】本题考查了等腰三角形的性质，三角形的内角和定理，等边三角形的判定等知识，解题的关键是掌握等腰三角形的性质.

（1）①根据$OA=OC$，$\angle ACO=20°$得$\angle AOC=140°$，进而得$\angle BOC=100°$，再根据题意得$OB=OC$，进而得$\angle OBC=\angle OCB=40°$;

②根据CO平分$\angle ACB$，设$\angle OCA=\angle OCB=\alpha$，则$\angle ACB=2\alpha$，根据$OA=OC$得$\angle OAC=\angle OCA=\alpha$，根据$OB=OC$得$\angle OBC=\angle OCB=\alpha$，则$\angle CAB=30°+\alpha$，$\angle CBA=30°+\alpha$，再根据三角形内角和定理得$2\alpha+30°+\alpha+30°+\alpha=180°$，则$\alpha=30°$，进而得$\angle ACB=\angle ABC=\angle BAC=60°$，由此可判定$\triangle ABC$的形状;

（2）分两种情况讨论如下：①当直线BC与线段AO交于点D时，，设$\angle OCB=\beta$，则$\angle DOC=\angle OCB=\beta$，$\angle COB=\beta+120°$，再根据$OB=OC$得$\angle OBC=\angle OCB=\beta$，再根据三角形内角和定理得$\beta+\beta+120°+\beta=180°$，则$\beta=20°$，②当直线$BC$与$AO$的延长线交于点$D$时，设$\angle OCB=\theta$，则$\angle DOC=\angle OCB=\theta$，再求出$\angle BOD=60°$，得$\angle COB=\theta+60°$，根据$OB=OC$得$\angle OBC=\angle OCB=\theta$，再根据三角形内角和定理得$\theta+\theta+\theta+60°=180°$，则$\theta=40°$，综上所述即可得出$\angle OCB$的度数.

【小问1详解】

解：①在$\triangle OAC$中，$OA=OC$，$\angle ACO=20°$，

$\therefore \angle CAO=\angle ACO=20^\circ$，

$\therefore \angle AOC=180^\circ-(\angle CAO+\angle ACO)=140^\circ$，

又$\because \angle AOB=120^\circ$，

$\therefore \angle BOC=360^\circ-(\angle AOC+\angle AOB)=100^\circ$，

$\because OA=OB$，$OA=OC$，

$\therefore OB=OC$，

在$\triangle BOC$中，$OB=OC$，$\angle BOC=100^\circ$，

$\therefore \angle OBC=\angle OCB=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle BOC)=40^\circ$；

② $\triangle ABC$为等边三角形，理由如下：

如图1所示：

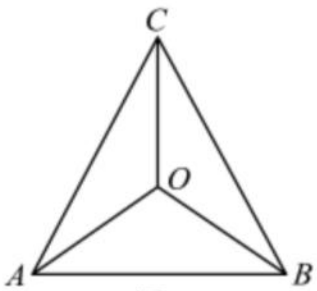


图1

$\because CO$平分$\angle ACB$，

$\therefore$设$\angle OCA=\angle OCB=\alpha$，则$\angle ACB=2\alpha$，

在$\triangle OAC$中，$OA=OC$，

$\therefore \angle OAC=\angle OCA=\alpha$，

在$\triangle BOC$中，$OB=OC$，

$\therefore \angle OBC=\angle OCB=\alpha$，

在$\triangle OAB$中，$OA=OB$，$\angle AOB=120^\circ$，

$\therefore \angle OBA=\angle OAB=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle AOB)=30^\circ$，

$\therefore \angle CAB=\angle OAB+\angle OAC=30^\circ+\alpha$，$\angle CBA=\angle OBA+\angle OBC=30^\circ+\alpha$，

在$\triangle ABC$中，$\angle ACB+\angle CAB+\angle CBA=180^\circ$，

$\therefore 2\alpha+30^\circ+\alpha+30^\circ+\alpha=180^\circ$，

$\therefore \alpha=30^\circ$，

$\therefore \angle ACB=2\alpha=60^\circ$，$\angle CAB=30^\circ+\alpha=60^\circ$，$\angle CBA=30^\circ+\alpha=60^\circ$，

$\therefore \triangle ABC$为等边三角形；

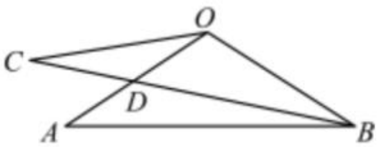
【小问 2 详解】

$\angle OCB$ 的度数为 20° 或 40°，理由如下：

$\because$ 直线 BC 与直线 AO 相交于点 D，且 $\triangle COD$ 是以 DO 为腰的等腰三角形，

$\therefore$ 有以下两种情况：

①当直线 BC 与线段 AO 交于点 D 时，如图所示：



设 $\angle OCB=\beta$，

$\because$ $\triangle COD$ 是以 DO 为腰的等腰三角形，即 $DO=DC$，

$\therefore$ $\angle DOC=\angle OCB=\beta$，

$\because$ $\angle AOB=120^\circ$，

$\therefore$ $\angle COB=\angle DOC+\angle AOB=\beta+120^\circ$，

在 $\triangle OBC$ 中，$OB=OC$，

$\therefore$ $\angle OBC=\angle OCB=\beta$，

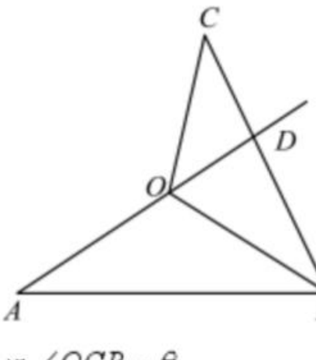
$\because$ $\angle OCB+\angle COB+\angle OBC=180^\circ$，

$\therefore$ $\beta+\beta+120^\circ+\beta=180^\circ$，

$\therefore$ $\beta=20^\circ$，

即 $\angle OCB=\beta=20^\circ$；

②当直线 BC 与 AO 的延长线交于点 D 时，如图所示：



设 $\angle OCB=\theta$，

$\because$ $\angle AOB=120^\circ$，

$\therefore$ $\angle BOD=180^\circ-\angle AOB=60^\circ$，

$\because$ $\triangle COD$ 是以 DO 为腰的等腰三角形，即 $DO=DC$，

$\therefore$ $\angle DOC=\angle OCB=\theta$，

$\therefore$ $\angle COB=\angle DOC+\angle BOD=\theta+60^\circ$，

在$\triangle OBC$中，$OB=OC$，

$\therefore \angle OBC=\angle OCB=\theta$，

$\because \angle OBC+\angle OCB+\angle COB=180^\circ$，

$\therefore \theta+\theta+\theta+60^\circ=180^\circ$，

$\therefore \theta=40^\circ$，

$\therefore \angle OCB=\theta=40^\circ$；

综上所述，$\angle OCB$的度数为20°或40°.