

宝山区 2023 学年第二学期期末考试七年级数学试卷

(满分 100 分, 考试时间 90 分钟)

一、填空题(每题 2 分, 满分 30 分)

1. 25 的平方根是_____.

2. 计算: $8^{\frac{2}{3}}$ = _____.

3. 用“>”或“<”连结 $\sqrt{48}$ _____ 7.

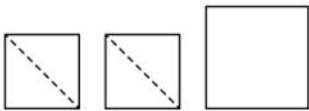
4. 对于近似数 0.010260, 它有_____个有效数字.

5. 如果 $x^3 = -27$, 那么 $x =$ _____.

6. 在数轴上表示 $-\sqrt{5}$ 的点与原点的距离等于_____.

7. $\sqrt{3}$ 的整数部分是 a , 小数部分是 b , 计算 $a - 2b$ 的值是_____.

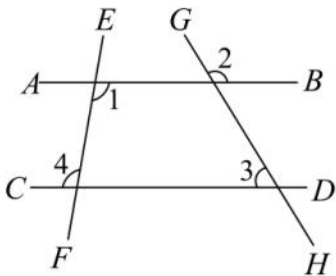
8. 如图, 分别把两个面积为 100 cm^2 的小正方形沿一条对角线裁成 4 个小三角形, 将 4 个小三角形拼成一个大正方形, 那么大正方形的边长是_____ cm.



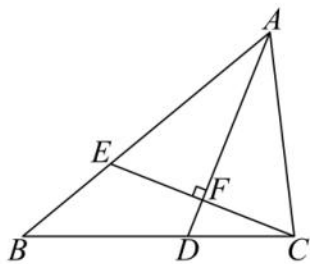
9. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, 那么 $\angle C =$ _____ $^\circ$.

10. 如果等腰三角形的一边的长是 3 cm , 另一边的长是 7 cm , 那么这个等腰三角形的腰长是_____ cm.

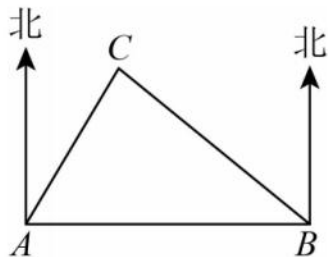
11. 如图, 直线 AB 、 CD 分别与 EF 、 GH 相交, 已知 $\angle 1 = 100^\circ$, $\angle 2 = 115^\circ$, $\angle 3 = 65^\circ$, 那么 $\angle 4 =$ _____ $^\circ$.



12. 如图, $\triangle ABC$ 中, AD 平分 $\angle BAC$, $CE \perp AD$ 于点 F , 交 AB 于点 E , 如果 $AB = 9$, $AC = 5$, 那么 $BE =$ _____.

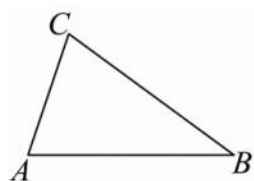


13. 如图, 已知船 C 在港口 A 的北偏东 35° 方向上, 且在港口 B 的北偏西 60° 方向上, 那么 $\angle ACB =$ _____.



14. 在直角坐标平面内, 已知点 $B(1, 2)$, 点 A 在 y 轴上, 且 $\triangle ABO$ 的面积为 2, 那么点 A 的坐标为 _____.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = BC$, $\angle A = \alpha$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 旋转到 $\triangle A_1BC_1$, 记旋转角为 β , 如果 $AB \parallel CC_1$. 那么 α 与 β 满足的数量关系是 _____.

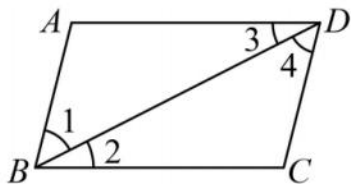


二、选择题: (本大题共 5 题, 每小题 2 分, 满分 10 分)

16. 下列各式中正确的是 ()

- A. $\sqrt[3]{-64} = -4$ B. $\sqrt{-36} = -6$ C. $\sqrt{36} = \pm 6$ D. $\pm \sqrt[3]{64} = 4$

17. 如图, 由 $AB \parallel CD$ 可以得到的结论是 ()



- A. $\angle 1 = \angle 2$ B. $\angle 2 = \angle 3$ C. $\angle 3 = \angle 4$ D. $\angle 1 = \angle 4$

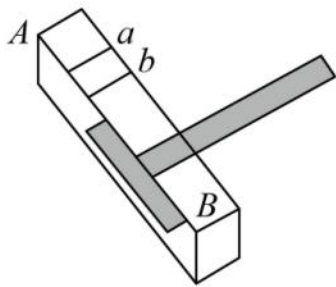
18. 如果三角形的一个外角小于与它相邻的内角, 那么这个三角形是 ()

- A. 锐角三角形 B. 钝角三角形 C. 直角三角形 D. 等腰直角三角形

19. 平面直角坐标系中, 点 $A(a, b)$ 在 x 轴上, 点 $B(m, n)$ 在 y 轴上, 下列结论一定正确的是 ()

- A. $a = 0, m = 0$ B. $a = 0, n = 0$ C. $b = 0, m = 0$ D. $b = 0, n = 0$

20. 如图，工人师傅用角尺画出工件边缘 AB 的垂线 a 和 b ，得到 $a \parallel b$ ，理由是（ ）



- A. 连接直线外一点与直线上各点的所有线段中，垂线段最短
- B. 在同一平面内，垂直于同一条直线的两条直线互相平行
- C. 在同一平面内，过一点有一条而且仅有一条直线垂直于已知直线
- D. 经过直线外一点，有且只有一条直线与这条直线平行

三、简答题：（本大题共 6 题，每小题 5 分，满分 30 分）

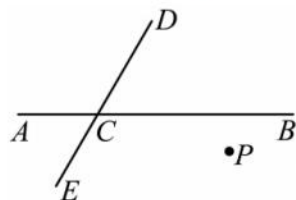
21. 计算： $\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + \frac{1}{2}\sqrt{5}$.

22. 计算： $(\sqrt{2} + 3)^2 - (3 - \sqrt{2})^2$.

23. 计算： $(\sqrt{2} \times \sqrt{3})^2 - (3^{-3} \times 8)^{\frac{1}{3}}$.

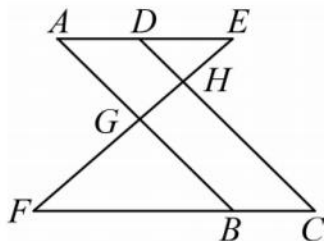
24. 计算： $2^{\frac{2}{3}} \div 2 \times 6^{\frac{1}{3}}$.（结果表示为含幂的形式）

25. 如图，直线 AB 、 DE 相交于点 C ，根据下列语句画图并解答：



- (1) 过点 P 画出 $PM \parallel CD$ ，交 AB 于点 M ；
- (2) 过点 P 画出 $PN \perp CD$ ，垂足为点 N ；
- (3) 如果 $\angle ACD = 118^\circ$ ，那么 $\angle PMC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.（直接写出结果）

26. 如图，已知 $\angle FGB = \angle DHE$ ， $\angle A = \angle C$ ，请说明 $\angle E = \angle F$ 的理由.



解： $\because \angle DHE = \angle FHC$ （对顶角相等），

又 $\because \angle FGB = \angle DHE$ ，

$\therefore \underline{\hspace{2cm}}$ （等量代换）.

$\therefore AB \parallel CD$ (_____).

$\therefore \angle A = \angle HDE$ (_____).

又 $\because \angle A = \angle C$ (已知),

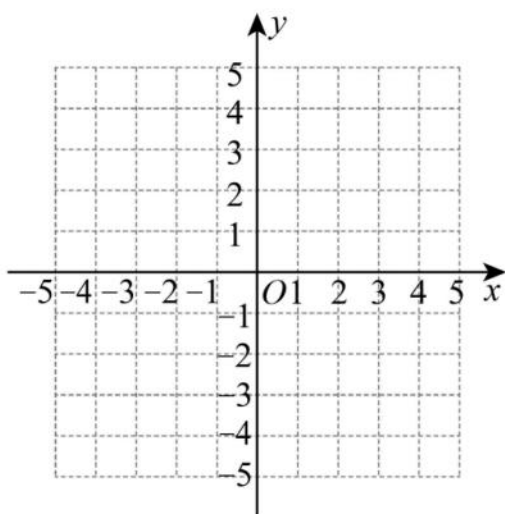
$\therefore \angle C = \angle HDE$ (等量代换),

$\therefore AE \parallel CF$ (_____).

$\therefore \angle E = \angle F$ (_____).

四、解答题(本大题共4小题,其中27-28每题6分,第29题8分,第30题10分,满分30分)

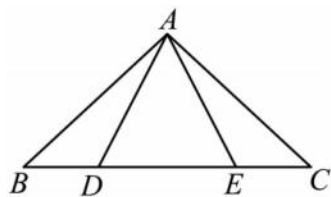
27. 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别是 $A(-2,3)$, $B(-3,-2)$, $C(0,3)$.



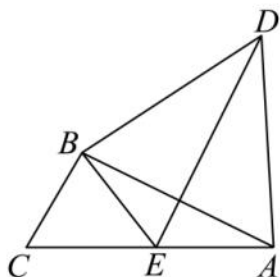
(1) 在所给的直角坐标平面内, 画出 $\triangle ABC$;

(2) 如果 $\triangle ABC$ 内任意一点 $M(x,y)$, 经过平移后的对应点为 $M'(x+1,y-2)$, 将 $\triangle ABC$ 作同样的平移得到 $\triangle A'B'C'$, 求四边形 $ABB'A'$ 的面积.

28. 如图, 点 D 、 E 在 $\triangle ABC$ 的 BC 边上, $AB = AC$, $AD = AE$, 求证: $BD = CE$.



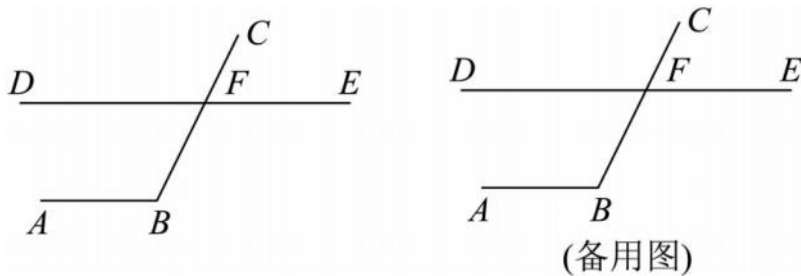
29. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 分别以 BC 、 AB 为边作等边三角形 BCE 和等边三角形 ABD ,



(1) 请说明 $DE \parallel BC$ 的理由；

(2) 如果 DE 是 AB 的垂直平分线，那么 $\triangle ABC \cong \triangle DAE$ 吗？为什么？

30. 如图，已知 $\angle ABC = \alpha$ ，直线 DE 交边 BC 于点 F ， $\angle EFC = 180^\circ - \alpha$ ，



(1) 请说明 $AB \parallel DE$ 的理由；

(2) 如果 G 为直线 DE 上一点（不与点 E 重合），且 $\angle BGF$ 和 $\angle GBF$ 的角平分线交于点 P ．当 $\alpha = 120^\circ$ ，求 $\angle BPG$ 的度数．

宝山区 2023 学年第二学期期末考试七年级数学试卷（答案解析）

（满分 100 分，考试时间 90 分钟）

一、填空题（每题 2 分，满分 30 分）

1. 25 的平方根是_____.

【答案】 ± 5

【解析】

【分析】根据平方根的定义，求数 a 的平方根，也就是求一个数 x ，使得 $x^2=a$ ，则 x 就是 a 的一个平方根.

【详解】 $\because (\pm 5)^2=25$,

$\therefore 25$ 的平方根是 ± 5 .

【点睛】本题主要考查了平方根的意义，正确利用平方根的定义解答是解题的关键.

2. 计算： $8^{-\frac{2}{3}}$ = _____.

【答案】 $\frac{1}{4}$

【解析】

【分析】根据负指数幂，分数指数幂进行计算即可求解.

【详解】解：原式 $= \frac{1}{\sqrt[3]{8^2}} = \frac{1}{4}$.

故答案为： $\frac{1}{4}$.

【点睛】本题考查了分数指数幂，负指数幂，掌握分数指数幂的运算法则是解题的关键.

3. 用“ $>$ ”或“ $<$ ”连结 $\sqrt{48}$ _____ 7.

【答案】 $<$

【解析】

【分析】本题考查实数大小的比较，解题关键在于熟练掌握比较方法.

根据 $48 < 49$ ，利用无理数的估算方法即可得.

【详解】 $\because 48 < 49$

$\therefore \sqrt{48} < 7$.

故答案为： $<$.

4. 对于近似数 0.010260，它有_____个有效数字.

【答案】5

【解析】

【分析】本题考查有效数字，对于一个近似数，从左边第一个不是0的数字起，到精确到的位数止，所有的数字都叫做这个数的有效数字。

【详解】解：对于近似数0.010260，前面两个0不是有效数字，后面1，0，2，6，0均为有效数字，共5个，

故答案为：5.

5. 如果 $x^3 = -27$ ，那么 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】-3

【解析】

【分析】如果一个数的立方等于 a ，那么这个数就叫做 a 的立方根，根据立方根的定义进行计算即可.

【详解】解： $\because (-3)^3 = -27$ ，而 $x^3 = -27$ ，

$\therefore x = -3$ ，

故答案为：-3.

【点睛】本题考查了立方根，熟练掌握立方根的定义是正确解答问题的关键.

6. 在数轴上表示 $-\sqrt{5}$ 的点与原点的距离等于_____.

【答案】 $\sqrt{5}$.

【解析】

【分析】根据绝对值的概念求解即可.

【详解】解： $\because |-\sqrt{5}| = \sqrt{5}$ ，

$\therefore$ 在数轴上表示 $-\sqrt{5}$ 的点与原点的距离等于 $\sqrt{5}$ ，

故答案是： $\sqrt{5}$.

【点睛】本题考查了绝对值的概念，熟悉相关性质是解题的关键.

7. $\sqrt{3}$ 的整数部分是 a ，小数部分是 b ，计算 $a - 2b$ 的值是__.

【答案】 $3 - 2\sqrt{3}$

【解析】

【分析】先估算 $\sqrt{3}$ 的范围，求出 a 、 b 的值，代入求出即可.

【详解】解： $\because 1 < \sqrt{3} < 2$ ，

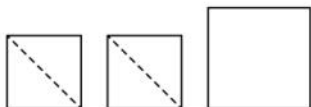
$\therefore a = 1$ ， $b = \sqrt{3} - 1$ ，

$$\therefore a - 2b = 1 - 2(\sqrt{3} - 1) = 3 - 2\sqrt{3}.$$

故答案为: $3 - 2\sqrt{3}$.

【点睛】此题主要考查无理数的估算, 解题的关键是根据无理数的大小先表示出 a 、 b , 代入求解.

8. 如图, 分别把两个面积为 100 cm^2 的小正方形沿一条对角线裁成 4 个小三角形, 将 4 个小三角形拼成一个大正方形, 那么大正方形的边长是 _____ cm .



【答案】 $10\sqrt{2}$

【解析】

【分析】本题考查了算术平方根, 根据题意得出大正方形的面积, 根据正方形的面积公式可得边长.

【详解】解: $\because$ 把两个面积为 100 cm^2 的小正方形拼成一个大正方形,

$\therefore$ 大正方形的面积为 200 cm^2 ,

$\therefore$ 大正方形的边长是 $\sqrt{200} \text{ cm}$, 即 $10\sqrt{2} \text{ cm}$,

故答案为: $10\sqrt{2}$.

9. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, 那么 $\angle C =$ _____ $^\circ$.

【答案】 70° ## 70 度

【解析】

【分析】本题考查三角形的内角和定理, 熟记任意三角形的内角和是 180° 是解题关键.

根据三角形内角和为 180° 定理进行求解.

【详解】 $\because \angle A = 50^\circ$, $\angle B = 60^\circ$,

$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 70^\circ$.

故答案为: 70° .

10. 如果等腰三角形的一边的长是 3 cm , 另一边的长是 7 cm , 那么这个等腰三角形的腰长是 _____ cm .

【答案】 7

【解析】

【分析】本题考查了等腰三角形的定义, 三角形的三边关系, 判断腰长为 3 cm 或 7 cm 时, 三条边能否构成三角形即可.

【详解】解：当长为 3 cm 的边长为腰时：

三角形三边为 3, 3, 7, $3+3 < 7$, 不能构成三角形；

当长为 7 cm 的边长为腰时：

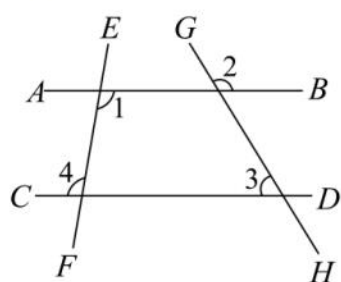
三角形三边为 3, 7, 7, 能构成三角形，

因此这个等腰三角形的腰长是 7 cm，

故答案为：7.

11. 如图，直线 AB 、 CD 分别与 EF 、 GH 相交，已知 $\angle 1 = 100^\circ$ ， $\angle 2 = 115^\circ$ ， $\angle 3 = 65^\circ$ ，那么

$\angle 4 =$ _____ $^\circ$.



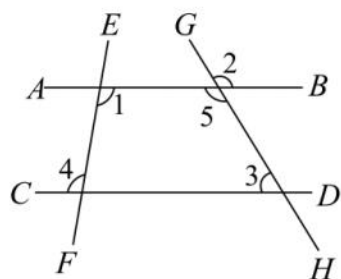
【答案】100

【解析】

【分析】本题考查平行线的判定和性质，由对顶角相等可得 $\angle 2 = \angle 5 = 115^\circ$ ，根据 $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$ 可得

$AB \parallel CD$ ，由平行线的性质可得 $\angle 4 = \angle 1 = 100^\circ$.

【详解】解：如图，



$\because \angle 2 = \angle 5 = 115^\circ$ ， $\angle 3 = 65^\circ$ ，

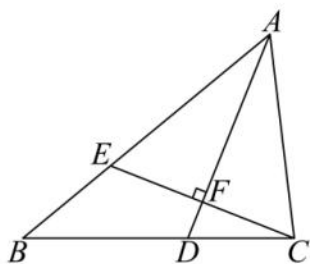
$\therefore \angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$ ，

$\therefore AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle 4 = \angle 1 = 100^\circ$ ，

故答案为：100.

12. 如图, $\triangle ABC$ 中, AD 平分 $\angle BAC$, $CE \perp AD$ 于点 F , 交 AB 于点 E , 如果 $AB = 9$, $AC = 5$, 那么 $BE =$ _____.



【答案】4

【解析】

【分析】此题考查了全等三角形的性质和判定,

首先得到 $\angle EAF = \angle CAF$, 然后证明出 $\triangle AFE \cong \triangle AFC$ (ASA), 得到 $AE = AC = 5$, 进而求解即可.

【详解】 $\because AD$ 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore \angle EAF = \angle CAF$$

$$\because CE \perp AD$$

$$\therefore \angle AFE = \angle AFC = 90^\circ$$

$$\text{又} \because AF = AF$$

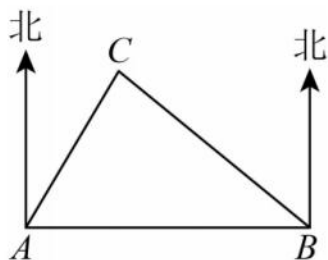
$$\therefore \triangle AFE \cong \triangle AFC \text{ (ASA)}$$

$$\therefore AE = AC = 5$$

$$\therefore BE = AB - AE = 9 - 5 = 4.$$

故答案为: 4.

13. 如图, 已知船 C 在港口 A 的北偏东 35° 方向上, 且在港口 B 的北偏西 60° 方向上, 那么 $\angle ACB =$ _____.

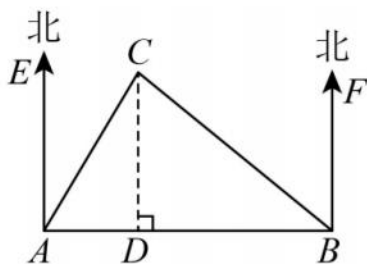


【答案】 95° 度

【解析】

【分析】本题考查平行线的性质、方位角, $CD \perp AB$ 于 D , 由 $AE \parallel CD \parallel BF$ 可得 $\angle ACD = \angle CAE = 35^\circ$, $\angle BCD = \angle CBF = 60^\circ$, 再根据 $\angle ACB = \angle ACD + \angle BCD$ 即可求解.

【详解】解：如图，作 $CD \perp AB$ 于 D ，



由题意知， $\angle CAE = 35^\circ$ ， $\angle CBF = 60^\circ$ ， $AE \parallel CD \parallel BF$ ，

$\therefore \angle ACD = \angle CAE = 35^\circ$ ， $\angle BCD = \angle CBF = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle ACB = \angle ACD + \angle BCD = 35^\circ + 60^\circ = 95^\circ$ ，

故答案为： 95°

14. 在直角坐标平面内，已知点 $B(1, 2)$ ，点 A 在 y 轴上，且 $\triangle ABO$ 的面积为 2，那么点 A 的坐标为_____.

【答案】 $(0, 4)$ 或 $(0, -4)$

【解析】

【分析】本题考查坐标与图形，设点 A 的坐标为 $(0, a)$ ，根据 $\triangle ABO$ 的面积 $= \frac{1}{2} OA \cdot x_B$ 列式求解即可.

【详解】解：设点 A 的坐标为 $(0, a)$ ，则 $OA = |a|$ ，

$$\therefore S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2} OA \cdot x_B = \frac{1}{2} |a| \times 1 = \frac{1}{2} |a| = 2,$$

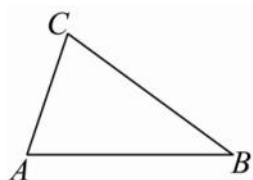
$$\therefore a = \pm 4,$$

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(0, 4)$ 或 $(0, -4)$ ，

故答案为： $(0, 4)$ 或 $(0, -4)$.

15. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = BC$ ， $\angle A = \alpha$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 B 旋转到 $\triangle A_1BC_1$ ，记旋转角为 β ，如果

$AB \parallel CC_1$ ，那么 α 与 β 满足的数量关系是_____.



【答案】 $4\alpha - \beta = 180^\circ$ 或 $4\alpha + \beta = 540^\circ$

【解析】

【分析】分两种情况进行讨论：①当 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转时，②当 $\triangle ABC$ 绕点 B 逆时针旋转时；根据

等腰三角形的性质可得 $\angle ABC = 180^\circ - 2\alpha$ ，根据旋转的性质可得 $\angle BCC_1 = \angle BC_1C = \frac{1}{2}(180^\circ - \beta)$ ，再根据 $AB \parallel CC_1$ 可得 $\angle ABC = \angle BCC_1$ ，即可得解。

【详解】解：①当 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转时：

$$\because \triangle ABC \text{ 中, } AB = BC, \angle A = \alpha,$$

$$\therefore \angle BCA = \angle A = \alpha,$$

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - 2\alpha,$$

$$\because \text{将 } \triangle ABC \text{ 绕点 } B \text{ 旋转到 } \triangle A_1BC_1, \text{ 旋转角为 } \beta,$$

$$\therefore BC = BC, \angle CBC_1 = \beta,$$

$$\therefore \angle BCC_1 = \angle BC_1C = \frac{1}{2}(180^\circ - \beta),$$

$$\because AB \parallel CC_1,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle BCC_1,$$

$$\therefore 180^\circ - 2\alpha = \frac{1}{2}(180^\circ - \beta),$$

$$\therefore 360^\circ - 4\alpha = 180^\circ - \beta,$$

$$\therefore 4\alpha - \beta = 180^\circ,$$

②当 $\triangle ABC$ 绕点 B 逆时针旋转时：

$$\because \triangle ABC \text{ 中, } AB = BC, \angle A = \alpha,$$

$$\therefore \angle BCA = \angle A = \alpha,$$

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - 2\alpha,$$

$$\because \text{将 } \triangle ABC \text{ 绕点 } B \text{ 旋转到 } \triangle A_1BC_1, \text{ 旋转角为 } \beta,$$

$$\therefore BC = BC, \angle CBC_1 = 360^\circ - \beta,$$

$$\therefore \angle BCC_1 = \angle BC_1C = \frac{1}{2}[180^\circ - (360^\circ - \beta)] = \frac{1}{2}\beta - 90^\circ,$$

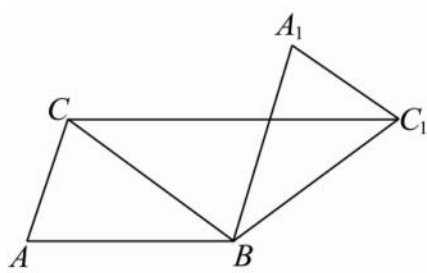
$$\because AB \parallel CC_1,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle BCC_1,$$

$$\therefore 180^\circ - 2\alpha = \frac{1}{2}\beta - 90^\circ,$$

$$\therefore 360^\circ - 4\alpha = \beta - 180^\circ,$$

$$\therefore 4\alpha + \beta = 540^\circ,$$



故答案为： $4\alpha - \beta = 180^\circ$ 或 $4\alpha + \beta = 540^\circ$.

【点睛】 本题主要考查了图形的旋转，平行线的性质，三角形内角和定理，熟练掌握图形的旋转性质，平行线的性质，三角形内角和定理是解题的关键.

二、选择题：（本大题共 5 题，每小题 2 分，满分 10 分）

16. 下列各式中正确的是（ ）

- A. $\sqrt[3]{-64} = -4$ B. $\sqrt{-36} = -6$ C. $\sqrt{36} = \pm 6$ D. $\pm\sqrt[3]{64} = 4$

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题考查立方根、算术平方根、平方根，根据立方根、算术平方根、平方根的定义逐项计算，即可判断出正确答案.

【详解】 解： A. $\sqrt[3]{-64} = \sqrt[3]{(-4)^3} = -4$ ， 计算正确，符合题意；

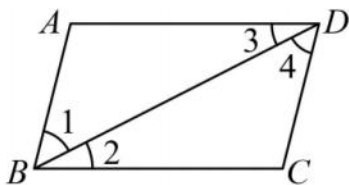
B. 负数没有算术平方根， $\sqrt{-36} \neq -6$ ， 计算错误，不合题意；

C. $\sqrt{36} = 6 \neq \pm 6$ ， 计算错误，不合题意；

D. $\pm\sqrt[3]{64} = \pm 4 \neq 4$ ， 计算错误，不合题意；

故选 A.

17. 如图，由 $AB \parallel CD$ 可以得到的结论是（ ）



- A. $\angle 1 = \angle 2$ B. $\angle 2 = \angle 3$ C. $\angle 3 = \angle 4$ D. $\angle 1 = \angle 4$

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的性质，正确理解“两直线平行，内错角相等”是解题的关键. 根据“两直线

平行，内错角相等”，即可判断答案.

【详解】 $\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle 1 = \angle 4$,

根据“两直线平行，内错角相等”，A、B、C三个选项均错误，只有D选项正确.

故选D.

18. 如果三角形的一个外角小于与它相邻的内角，那么这个三角形是（ ）

- A. 锐角三角形 B. 钝角三角形 C. 直角三角形 D. 等腰直角三角形

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查的是三角形的外角性质，依据三角形的外角与它相邻的内角互为邻补角，可判断出此三角形有一内角为钝角，从而得出这个三角形是钝角三角形，解题的关键是熟练掌握三角形的外角与它相邻的内角互为邻补角.

【详解】 $\because$ 三角形的一个外角与它相邻的内角和为 180° ，而这个外角小于它相邻的内角，

$\therefore$ 与它相邻的这个内角为钝角，这个外角为锐角，

$\therefore$ 这个三角形是钝角三角形.

故选：B.

19. 平面直角坐标系中，点 $A(a,b)$ 在 x 轴上，点 $B(m,n)$ 在 y 轴上，下列结论一定正确的是（ ）

- A. $a=0, m=0$ B. $a=0, n=0$ C. $b=0, m=0$ D. $b=0, n=0$

【答案】C

【解析】

【分析】直接利用 x, y 轴上点的坐标特点得出答案.

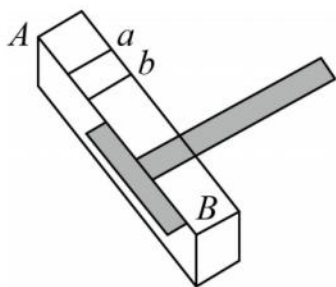
【详解】解： $\because$ 点 $A(a,b)$ 在 x 轴上，点 $B(m,n)$ 在 y 轴上，

$\therefore b=0, m=0$,

故选：C.

【点睛】此题主要考查了点的坐标，正确掌握坐标轴上点的坐标特点是解题关键.

20. 如图，工人师傅用角尺画出工件边缘 AB 的垂线 a 和 b ，得到 $a \parallel b$ ，理由是（ ）



- A. 连接直线外一点与直线上各点的所有线段中，垂线段最短
- B. 在同一平面内，垂直于同一条直线的两条直线互相平行
- C. 在同一平面内，过一点有一条而且仅有一条直线垂直于已知直线
- D. 经过直线外一点，有且只有一条直线与这条直线平行

【答案】B

【解析】

【分析】三条直线 AB 、 a 、 b 位于同一平面内，且直线 a 与直线 b 都垂直于 AB ，即可根据在同一平面内，垂直于同一条直线的两条直线互相平行的性质来判断出 $a \parallel b$ 。

【详解】 $\because$ 直线 AB 、 a 、 b 位于同一平面内，且 $AB \perp a$ 、 $AB \perp b$
 $\therefore a \parallel b$ （同一平面内，垂直于同一条直线的两条直线互相平行）

故答案为 B。

【点睛】本题考查了平行线判定的性质，根据已知题目反应出两条直线是同一平面内，且同时垂直于一条直线是本题的关键。

三、简答题：（本大题共 6 题，每小题 5 分，满分 30 分）

21. 计算： $\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + \frac{1}{2}\sqrt{5}$ 。

【答案】 $-\frac{3}{2}\sqrt{5}$

【解析】

【分析】本题考查二次根式的加减运算，合并同类二次根式即可。

【详解】解： $\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + \frac{1}{2}\sqrt{5}$
 $= \left(1 - 3 + \frac{1}{2}\right) \times \sqrt{5}$
 $= -\frac{3}{2}\sqrt{5}$ 。

22. 计算： $(\sqrt{2} + 3)^2 - (3 - \sqrt{2})^2$ 。

【答案】 $12\sqrt{2}$

【解析】

【分析】先根据完全平方公式分别计算 $(\sqrt{2}+3)^2$ 和 $(3-\sqrt{2})^2$ ，再去括号、合并同类二次根式即可。

本题主要考查了完全平方公式、二次根式的加减和乘方的混合计算，熟知相关计算法则是解题的关键。

【详解】解： $(\sqrt{2}+3)^2 - (3-\sqrt{2})^2$
 $= (2+6\sqrt{2}+9) - (9-6\sqrt{2}+2)$
 $= 2+6\sqrt{2}+9-9+6\sqrt{2}-2$
 $= 12\sqrt{2}.$

23. 计算： $(\sqrt{2} \times \sqrt{3})^2 - (3^{-3} \times 8)^{\frac{1}{3}}.$

【答案】 $\frac{16}{3}$

【解析】

【分析】本题考查二次根式的性质，积的乘方，负整数指数幂，将原式变形为 $(\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{3})^2 - (3^{-3})^{\frac{1}{3}} \times (2^3)^{\frac{1}{3}}$ ，即可求解。

【详解】解： $(\sqrt{2} \times \sqrt{3})^2 - (3^{-3} \times 8)^{\frac{1}{3}}$
 $= (\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{3})^2 - (3^{-3})^{\frac{1}{3}} \times (2^3)^{\frac{1}{3}}$
 $= 2 \times 3 - 3^{-3 \times \frac{1}{3}} \times 2^{3 \times \frac{1}{3}}$
 $= 2 \times 3 - 3^{-1} \times 2$
 $= 6 - \frac{2}{3}$
 $= \frac{16}{3}.$

24. 计算： $2^{\frac{2}{3}} \div 2 \times 6^{\frac{1}{3}}.$ （结果表示为含幂的形式）

【答案】 $3^{\frac{1}{3}}$

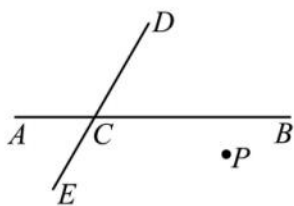
【解析】

【分析】本题考查了积的乘方的逆用、同底数幂的乘除法、分数指数幂，将原式变形为 $2^{\frac{2}{3}} \div 2 \times 2^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}}$ 即可求解。

【详解】解： $2^{\frac{2}{3}} \div 2 \times 6^{\frac{1}{3}}$

$$\begin{aligned}
&= 2^{\frac{2}{3}} \div 2 \times (2 \times 3)^{\frac{1}{3}} \\
&= 2^{\frac{2}{3}} \div 2 \times 2^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}} \\
&= 2^{\frac{2}{3}-1+\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}} \\
&= 2^0 \times 3^{\frac{1}{3}} \\
&= 1 \times 3^{\frac{1}{3}} \\
&= 3^{\frac{1}{3}}.
\end{aligned}$$

25. 如图，直线 AB 、 DE 相交于点 C ，根据下列语句画图并解答：



- (1) 过点 P 画出 $PM \parallel CD$ ，交 AB 于点 M ；
- (2) 过点 P 画出 $PN \perp CD$ ，垂足为点 N ；
- (3) 如果 $\angle ACD = 118^\circ$ ，那么 $\angle PMC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$. (直接写出结果)

【答案】(1) 图见解析

(2) 图见解析 (3) 62

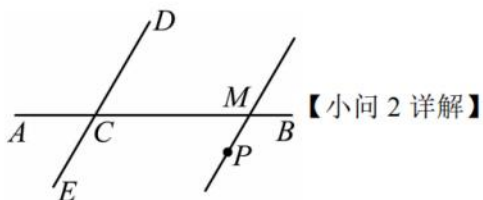
【解析】

【分析】本题考查平行线、垂线的作法，平行线的性质：

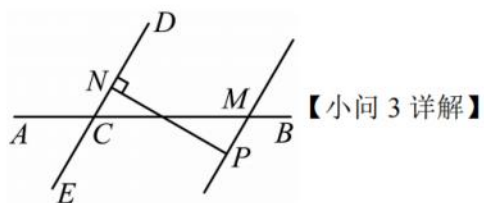
- (1) 根据平行线的定义作图；
- (2) 根据垂线的定义作图；
- (3) 根据平行线的性质求解.

【小问 1 详解】

解：如图， PM 即为所求；



解：如图， PN 即为所求；



解：∵ $\angle ACD = 118^\circ$,

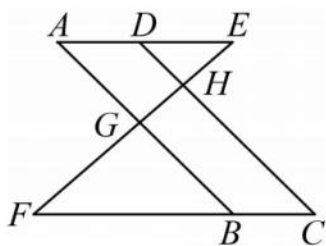
$$\therefore \angle ACE = 180^\circ - \angle ACD = 180^\circ - 118^\circ = 62^\circ,$$

$$\because PM \parallel CD,$$

$$\therefore \angle PMC = \angle ACE = 62^\circ,$$

故答案为：62.

26. 如图，已知 $\angle FGB = \angle DHE$ ， $\angle A = \angle C$ ，请说明 $\angle E = \angle F$ 的理由.



解：∵ $\angle DHE = \angle FHC$ （对顶角相等），

$$\text{又} \because \angle FGB = \angle DHE,$$

$$\therefore \underline{\hspace{2cm}} \text{（等量代换）}.$$

$$\therefore AB \parallel CD \text{（} \underline{\hspace{2cm}} \text{）}.$$

$$\therefore \angle A = \angle HDE \text{（} \underline{\hspace{2cm}} \text{）}.$$

$$\text{又} \because \angle A = \angle C \text{（已知）},$$

$$\therefore \angle C = \angle HDE \text{（等量代换）},$$

$$\therefore AE \parallel CF \text{（} \underline{\hspace{2cm}} \text{）}.$$

$$\therefore \angle E = \angle F \text{（} \underline{\hspace{2cm}} \text{）}.$$

【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查平行线的判定和性质，根据平行线的判定定理及性质定理，结合已知证明过程，逐步推导论证即可.

【详解】解：∵ $\angle DHE = \angle FHC$ （对顶角相等），

$$\text{又} \because \angle FGB = \angle DHE,$$

$$\therefore \angle FGB = \angle FHC \text{（等量代换）}.$$

$$\therefore AB \parallel CD \text{（同位角相等，两直线平行）}.$$

$\therefore \angle A = \angle HDE$ (两直线平行, 同位角相等).

又 $\because \angle A = \angle C$ (已知),

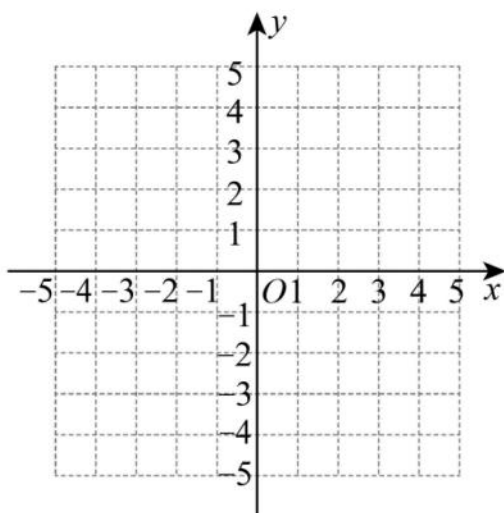
$\therefore \angle C = \angle HDE$ (等量代换),

$\therefore AE \parallel CF$ (内错角相等, 两直线平行).

$\therefore \angle E = \angle F$ (两直线平行, 内错角相等).

四、解答题 (本大题共 4 小题, 其中 27-28 每题 6 分, 第 29 题 8 分, 第 30 题 10 分, 满分 30 分)

27. 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别是 $A(-2, 3)$, $B(-3, -2)$, $C(0, 3)$.



(1) 在所给的直角坐标平面内, 画出 $\triangle ABC$;

(2) 如果 $\triangle ABC$ 内任意一点 $M(x, y)$, 经过平移后的对应点为 $M'(x+1, y-2)$, 将 $\triangle ABC$ 作同样的平移得到 $\triangle A'B'C'$, 求四边形 $ABB'A'$ 的面积.

【答案】 (1) 见解析 (2) 7

【解析】

【分析】 此题考查了平移变换, 割补法求面积,

(1) 根据点 A , B , C 三点的坐标作图即可;

(2) 由点 M 的坐标变化得到点的变化规律, 确定点 A' , B' , C' 的坐标, 再画出 $\triangle A'B'C'$, 然后利用割补法求解即可.

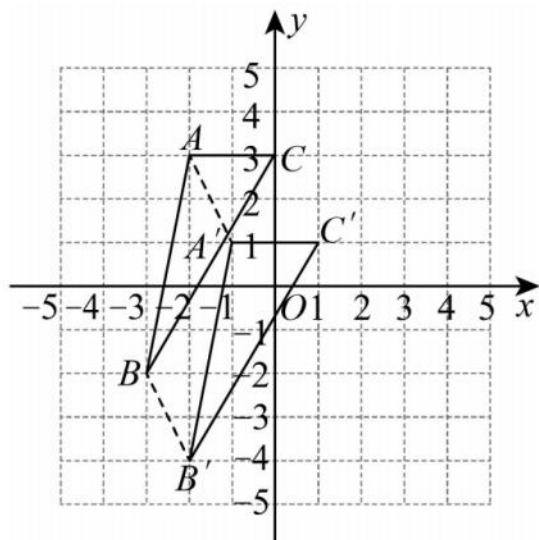
【小问 1 详解】

如图所示, $\triangle ABC$ 即为所求;

【小问 2 详解】

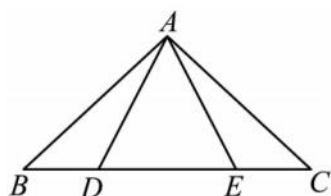
如图所示, $M(x, y)$ 经过平移后的对应点为 $M'(x+1, y-2)$, $\triangle ABC$ 作同样的平移

$\therefore \triangle ABC$ 向右平移一个单位，向下平移 2 个单位得到 $\triangle A'B'C'$ ，



$$\therefore \text{四边形 } ABB'A' \text{ 的面积} = 2 \times 7 - \frac{1}{2} \times 1 \times 2 \times 2 - \frac{1}{2} \times 1 \times 5 \times 2 = 7.$$

28. 如图，点 D 、 E 在 $\triangle ABC$ 的 BC 边上， $AB = AC$ ， $AD = AE$ ，求证： $BD = CE$ 。



【答案】证明见解析

【解析】

【分析】本题主要考查了三线合一定理，过点 A 作 $AP \perp BC$ 于 P ，利用三线合一得到 P 为 DE 及 BC 的中点，再根据线段之间的关系即可得证。

【详解】证明：如图，过点 A 作 $AP \perp BC$ 于 P 。

$$\because AB = AC,$$

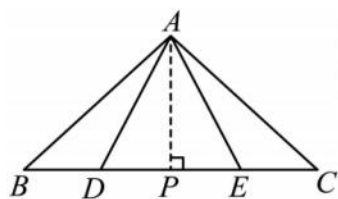
$$\therefore BP = PC;$$

$$\because AD = AE,$$

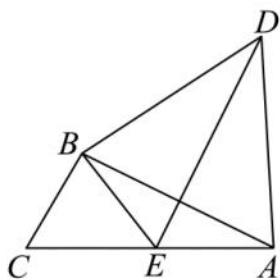
$$\therefore DP = PE,$$

$$\therefore BP - DP = PC - PE,$$

$$\therefore BD = CE.$$



29. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 分别以 BC 、 AB 为边作等边三角形 BCE 和等边三角形 ABD ,



(1) 请说明 $DE \parallel BC$ 的理由;

(2) 如果 DE 是 AB 的垂直平分线, 那么 $\triangle ABC \cong \triangle DAE$ 吗? 为什么?

【答案】 (1) 见解析 (2) $\triangle ABC \cong \triangle DAE$, 理由见解析

【解析】

【分析】 本题主要考查等边三角形的性质, 全等三角形的判定和性质、线段垂直平分线的性质:

(1) 利用等边三角形的性质通过 SAS 证明 $\triangle ABC \cong \triangle DBE$, 推出 $\angle CBE = \angle DEB$, 即可证明 $DE \parallel BC$;

(2) 由线段垂直平分线的性质得出 $DB = DA$, $EB = EA$, 进而证明 $\triangle DBE \cong \triangle DAE$ (SSS), 结合 (1) 中 $\triangle ABC \cong \triangle DBE$, 可得 $\triangle ABC \cong \triangle DAE$.

【小问 1 详解】

解: $DE \parallel BC$ 的理由如下:

$\because \triangle BCE$ 和 $\triangle ABD$ 都是等边三角形,

$\therefore BC = BE$, $BD = AB$, $\angle C = \angle CBE = \angle DBA = 60^\circ$,

$\therefore \angle ABE + \angle CBE = \angle ABE + \angle DBA$,

$\therefore \angle ABC = \angle DBE$,

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DBE$ 中,

$$\begin{cases} AB = DB \\ \angle ABC = \angle DBE, \\ BC = BE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DBE$ (SAS),

$\therefore \angle C = \angle DEB = 60^\circ$,

$\because \angle C = \angle CBE = 60^\circ$,

$\therefore \angle CBE = \angle DEB$,

$\therefore DE \parallel BC$;

【小问 2 详解】

解: $\triangle ABC \cong \triangle DAE$, 理由如下:

$\because DE$ 是 AB 的垂直平分线,

$\therefore DB = DA, EB = EA,$

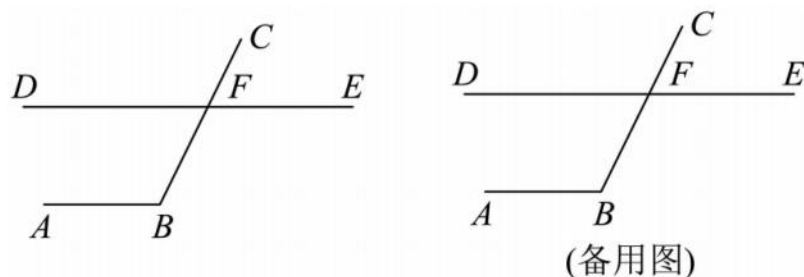
又 $\because DE = DE,$

$\therefore \triangle DBE \cong \triangle DAE$ (SSS),

由 (1) 知 $\triangle ABC \cong \triangle DBE,$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DAE.$

30. 如图, 已知 $\angle ABC = \alpha$, 直线 DE 交边 BC 于点 F , $\angle EFC = 180^\circ - \alpha$,



(1) 请说明 $AB \parallel DE$ 的理由;

(2) 如果 G 为直线 DE 上一点 (不与点 E 重合), 且 $\angle BGF$ 和 $\angle GBF$ 的角平分线交于点 P . 当 $\alpha = 120^\circ$, 求 $\angle BPG$ 的度数.

【答案】 (1) 见解析 (2) $\angle BPG = 120^\circ$ 或 150° .

【解析】

【分析】 此题考查了平行线的性质, 对顶角相等, 三角形内角和定理和角平分线的概念, 解题的关键是掌握以上知识点.

(1) 首先由对顶角相等得到 $\angle EFC = 180^\circ - \alpha$, 然后根据 $\angle ABC + \angle DFB = 180^\circ$ 即可得到 $AB \parallel DE$;

(2) 根据题意分点 G 在点 F 右边和点 G 在点 F 左边两种情况讨论, 首先得到 $\angle ABC = 120^\circ$, 然后分别根据三角形内角和定理和角平分线的概念求解即可.

【小问 1 详解】

$\because \angle EFC = 180^\circ - \alpha$

$\therefore \angle DFB = \angle EFC = 180^\circ - \alpha$

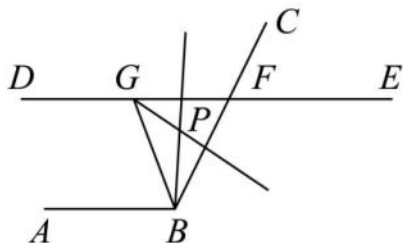
$\because \angle ABC = \alpha$

$\therefore \angle ABC + \angle DFB = \alpha + 180^\circ - \alpha = 180^\circ$

$\therefore AB \parallel DE$;

【小问 2 详解】

如图所示, 当点 G 在点 F 左边时,



$$\because \alpha = 120^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = 120^\circ$$

$$\because AB \parallel DE$$

$$\therefore \angle DFB = 180^\circ - \angle ABF = 60^\circ$$

$$\therefore \angle FGB + \angle FBG = 120^\circ$$

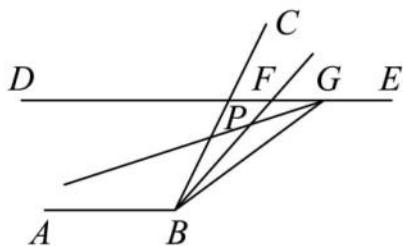
$$\because \angle BGF \text{ 和 } \angle GBF \text{ 的角平分线交于点 } P$$

$$\therefore \angle PGB = \frac{1}{2} \angle FGB, \quad \angle PBG = \frac{1}{2} \angle FBG$$

$$\therefore \angle PGB + \angle PBG = \frac{1}{2} (\angle FGB + \angle FBG) = 60^\circ$$

$$\therefore \angle BPG = 180^\circ - (\angle PGB + \angle PBG) = 120^\circ;$$

如图所示，当点 G 在点 F 右边时，



$$\because \alpha = 120^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = 120^\circ$$

$$\because AB \parallel DE$$

$$\therefore \angle BFG = \angle ABF = 120^\circ$$

$$\therefore \angle FBG + \angle FGB = 180^\circ - \angle BFG = 60^\circ$$

$$\because \angle BGF \text{ 和 } \angle GBF \text{ 的角平分线交于点 } P$$

$$\therefore \angle PGB = \frac{1}{2} \angle FGB, \quad \angle PBG = \frac{1}{2} \angle FBG$$

$$\therefore \angle PGB + \angle PBG = \frac{1}{2} (\angle FGB + \angle FBG) = 30^\circ$$

$$\therefore \angle BPG = 180^\circ - (\angle PGB + \angle PBG) = 150^\circ;$$

综上所述， $\angle BPG = 120^\circ$ 或 150° .