普陀区 2023 学年度第二学期七年级数学学科自适应练习

（时间 90 分钟，满分 100 分）

一、单项选择题（本大题共有 6 题，满分 12 分）

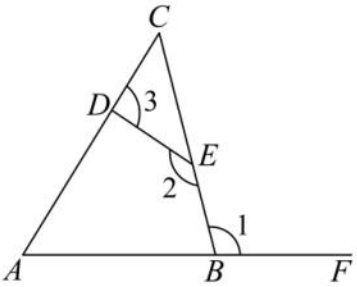
1. 下列实数中，无理数是（　　）

A. $\sqrt{36}$　　B. 3.1415　　C. $\sqrt[3]{9}$　　D. -1

2. 下列运算一定正确的是（　　）

A. $\sqrt{7^2}=\pm 7$　　B. $(-\sqrt{7})^2=7$　　C. $-\sqrt{(-7)^2}=7$　　D. $(\sqrt[3]{-7})^3=7$

3. 如图，与$\angle A$位置关系为同旁内角的角是（　　）

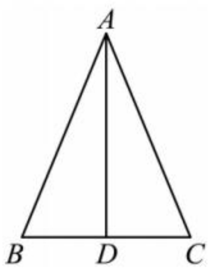


A. $\angle 1$　　B. $\angle 2$　　C. $\angle 3$　　D. $\angle C$

4. 在直角坐标平面内，如果点$P(m,n)$在第四象限，那么点$Q(n,-m)$所在的象限是（　　）

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

5. 如图，在$\triangle ABC$中，已知$AB=AC$，AD是$\triangle ABC$的中线，如果$\angle B=70°$，那么以下结论中，错误的是（　　）



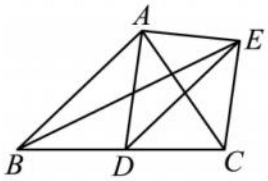
A. $\angle CAD=20°$

B. $AD\perp BC$

C. $\triangle ABD$的面积是$\triangle ABC$面积的一半

D. $\triangle ABD$的周长是$\triangle ABC$周长的一半

6. 如图，已知$AB\parallel DE$，$AD\parallel EC$，那么与$\triangle BDE$的面积一定相等的三角形是（　　）



A. $\vee ADE$，$\triangle ADC$　　　　　　B. $\vartriangle CDE$，$\triangle ADC$

C. $\triangle AEC$，$\triangle ADC$　　　　　　D. $\vee ADE$，$\vartriangle CDE$

二、填空题（本大题共有 12 题，满分 36 分）

7. 81 的平方根是_____.

8. 把方根化为幂的形式：$\dfrac{1}{\sqrt[3]{5^4}}=$______.

9. 比较大小：$-3\sqrt{5}$______-7.（填“＞”，“=”或“＜”）

10. 用科学记数法表示 0.00369，结果保留两个有效数字约为______.

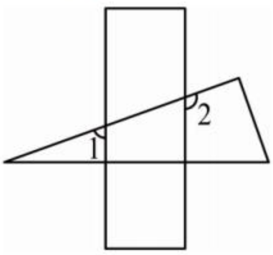
11. 平面直角坐标系中点$\left(-2,3\right)$关于 x 轴对称的点的坐标为________.

12. 请写出一个在直角坐标平面内不属于任何象限的点的坐标：______.

13. 在直角坐标平面内，点 $P\left(-\sqrt{3},0\right)$向______平移 m（$m>0$）个单位后，落在第三象限.（填“上”，“下”，“左”，“右”）

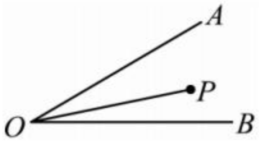
14. 在直角坐标平面内，经过点 $M\left(5,-6\right)$且垂直于 y 轴的直线可以表示为直线______.

15. 如图，把一直尺放置在一个三角形纸片上，如果$\angle 1=70°$，那么$\angle 2=$______°.



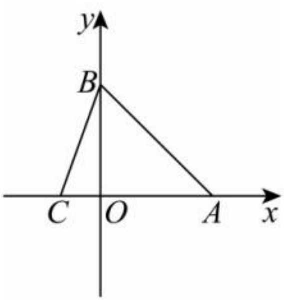
16. 如果等腰三角形的周长等于 16 厘米，一条边长等于 6 厘米，那么这个等腰三角形的底边与其一腰的长度的比值等于______.

17. 如图，已知点 P 在$\angle AOB$的内部，点 P 关于 OA、OB 的对称点分别为 P_1、P_2，如果$\angle AOB=30°$，$OP=6$ 厘米，那么$\triangle P_1OP_2$的周长等于______厘米.



18. 如图，在直角坐标平面内，点 A 的坐标为$\left(3,0\right)$，点 B 的坐标为$\left(0,3\right)$，点 C 的坐标为$\left(c,0\right)$（$c<0$），

在坐标平面内存在点 D，使以点 A、B、D 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 全等，且 $\angle BAD$ 与 $\angle ABC$ 是对应角，那么点 D 的坐标为______.（用含 c 的代数式表示）

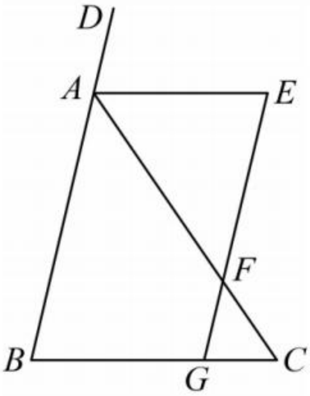


三、简答题（本大题共有 5 题，满分 25 分）

19. 计算：$\sqrt[3]{-125}+\left(-\frac{1}{3}\right)^{2}+\left(\sqrt{5}-1\right)^{0}-\sqrt{3}\times\sqrt{27}$.

20. 计算：$\sqrt[6]{32}\div\sqrt[3]{16}\times\sqrt{8}$.

21. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，已知点 G、F 分别在边 BC 、 AC 上， $AE \parallel BC$ 交 GF 的延长线于点 E，且 $\angle B=\angle E$. 试说明 $\angle B+\angle BGF=180^{\circ}$ 的理由.



解：因为 $AE \parallel BC$（已知），

所以 $\angle E=\angle EGC$（_______）.

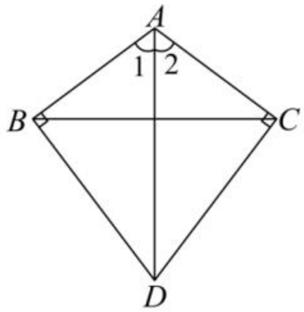
因为 $\angle B=\angle E$（已知），

所以 $\angle B=$ _______（等量代换）.

所以_______ // _______（_______）.

所以 $\angle B+\angle BGF=180^{\circ}$（_______）.

22. 如图，已知 $AB\perp BD$， $AC\perp CD$， $\angle 1=\angle 2$. 试说明 $AD\perp BC$ 的理由.



解：因为 $AB \perp BD$（已知），

所以Ð$ABD = 90^\circ$（垂直的意义）.

同理_______.

所以 $\angle ABD = \angle ACD$（等量代换）.

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中，

$$\begin{cases} \angle ABD = \angle ACD, \\ \angle 1 = \angle 2 (\text{已知}), \\ \quad \underline{\qquad\qquad}, \end{cases}$$

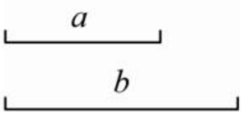
所以 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$（_______）.

得_______（全等三角形的对应边相等）.

又因为 $\angle 1 = \angle 2$（已知），

所以 $AD \perp BC$（_______）.

23. 根据下列要求作图并回答问题：



（1）用直尺和圆规作图（保留作图痕迹，不要求写作法和结论）：

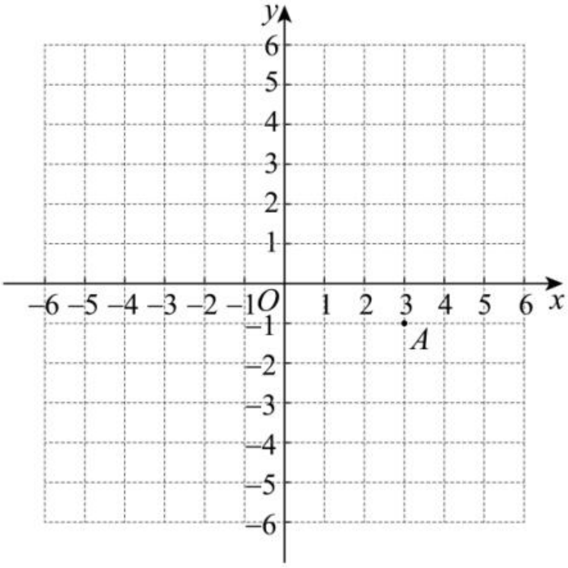
①作 $\triangle ABC$，使 $AB = AC = a$， $BC = b$；

②作边 AB 的垂直平分线，分别交 AB 、 BC 于点 M、N；

（2）在（1）的图形中，连接 AN，那么 $\triangle ACN$ 的周长等于_______.（用含 a、b 的代数式表示）

四、解答题（本大题共有 4 题，满分 27 分）

24. 如图，在直角坐标平面内，已知点 $A(3,-1)$，点 B 在 y 轴的正半轴上且到 x 轴的距离为 1 个单位，将点 B 向右平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位到达点 C，点 D 与点 A 关于原点对称.

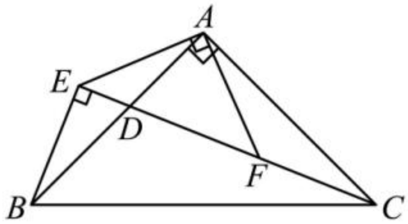


（1）在直角坐标平面内分别描出点 B、C、D;

（2）写出图中点 B、C、D 的坐标是：B____，C_____，D_______；

（3）按 $A-B-C-D-A$ 顺次连接起来所得的图形的面积是______.

25. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle BAC=90°$，$AB=AC$，点 D 在边 AB 上，连接 CD，过点 B 作 $BE\perp CD$ 交 CD 的延长线于点 E，连接 AE，过点 A 作 $AF\perp AE$ 交 CD 于点 F．试说明 $AE=AF$ 的理由．



解：因为 $\angle DBE+\angle BEC+\angle EDB=180°$ （_______）.

同理：$\angle DCA+\angle BAC+\angle ADC=180°$．

因为 $BE\perp CD$，

所以 $\angle BEC=90°$．

又因为 $\angle BAC=90°$，

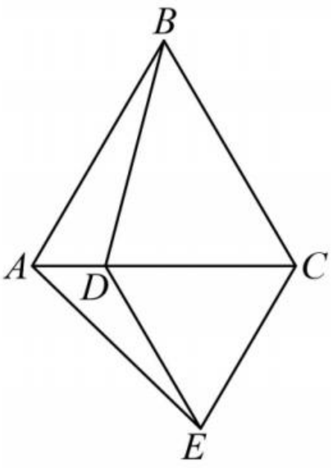
所以 $\angle BEC=\angle BAC$．

因为 $\angle EDB=\angle ADC$ （_______），

所以 $\angle$_______ $=\angle$_______.

（完成以上说理过程）

26. 如图，在等边三角形 ABC 的边 AC 上任取一点 D，以 CD 为边向外作等边三角形 CDE，连接 BD、AE．



（1）试说明$\triangle BCD$与$\triangle ACE$全等的理由；

（2）试说明$\angle ABD$和$\angle AED$相等理由．

27. 小普同学在课外阅读时，读到了三角形内有一个特殊点“布洛卡点”，关于“布洛卡点”有很多重要的结论．小普同学对“布洛卡点”也很感兴趣，决定利用学过的知识和方法研究“布洛卡点”在一些特殊三角形中的性质．让我们尝试与小普同学一起来研究，完成以下问题的解答或有关的填空．

【阅读定义】如图 1，$\triangle ABC$内有一点 P，满足$\angle PAB=\angle PBC=\angle PCA$，那么点 P 称为$\triangle ABC$的“布洛卡点”，其中$\angle PAB$、$\angle PBC$、$\angle PCA$被称为“布洛卡角”．如图 2，当$\angle QAC=\angle QCB=\angle QBA$时，点 Q 也是$\triangle ABC$的“布洛卡点”．一般情况下，任意三角形会有两个“布洛卡点”．

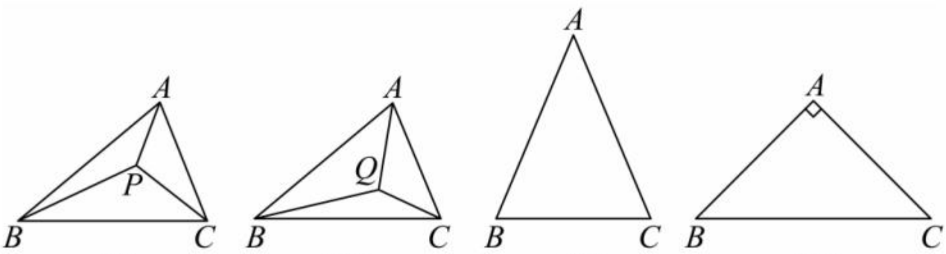


图1　　图2　　图3　　图4

【解决问题】（说明：说理过程可以不写理由）

问题 1：等边三角形的“布洛卡点”有_____个，“布洛卡角”的度数为_____度；

问题 2：在等腰三角形 ABC 中，已知$AB=AC$，点 M 是$\triangle ABC$的一个“布洛卡点”，$\angle MAC$是“布洛卡角”．

（1）$\angle AMB$与$\triangle ABC$的底角有怎样的数量关系？请在图 3 中，画出必要的点和线段，完成示意图后进行说理．

（2）当$\angle BAC=90^\circ$（如图 4 所示），$BM=5$时，求点 C 到直线 AM 的距离．

普陀区 2023 学年度第二学期七年级数学学科自适应练习

（答案解析）

（时间 90 分钟，满分 100 分）

一、单项选择题（本大题共有 6 题，满分 12 分）

1. 下列实数中，无理数是（　　）

A．$\sqrt{36}$　　　B. 3.1415　　　C. $\sqrt[3]{9}$　　　D. -1

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了无理数，即无限不循环小数是无理数．根据无理数的定义逐项判断即可得出答案．

【详解】解：A．$\sqrt{36}=6$，是有理数，故该选项不符合题意；

B．3.1415 是有限小数，是有理数，故该选项不符合题意；

C．$\sqrt[3]{9}$ 是无理数，故该选项符合题意；

D．-1是有理数，故该选项不符合题意；

故选：C．

2. 下列运算一定正确的是（　　）

A. $\sqrt{7^2}=\pm7$　　　B. $(-\sqrt{7})^2=7$　　　C. $-\sqrt{(-7)^2}=7$　　　D. $(\sqrt[3]{-7})^3=7$

【答案】B

【解析】

【分析】根据平方根、立方根的定义判断即可．

【详解】解：A、$\sqrt{7^2}=7$，此选项错误，不符合题意；

B、$(-\sqrt{7})^2=7$，此选项正确，符合题意；

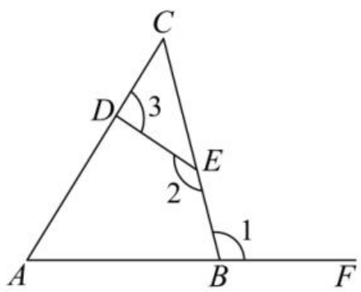
C、$-\sqrt{(-7)^2}=-7$，此选项错误，不符合题意；

D、$\sqrt[3]{(-7)^3}=-7$，此选项错误，不符合题意；

故选：B．

【点睛】本题考查算术平方根、立方根的定义，解题的关键是熟练掌握基本概念，属于中考基础题．

3. 如图，与$\angle A$位置关系为同旁内角的角是（　　）



A. $\angle 1$　　B. $\angle 2$　　C. $\angle 3$　　D. $\angle C$

【答案】D

【解析】

【分析】根据同旁内角的定义判断即可．同旁内角在截线的同旁，在被截直线的内侧．熟练掌握同旁内角的特征是解题的关键．

【详解】解：A、$\angle 1$与$\angle A$是同位角，故不符合题意；

B、$\angle 2$与$\angle A$既不是同位角，也不是内错角，也不是同旁内角，故不符合题意；

C、$\angle 3$与$\angle A$是同位角，故不符合题意；

D、$\angle C$与$\angle A$同旁内角，故符合题意；

故选：D．

4. 在直角坐标平面内，如果点$P\left(m,n\right)$在第四象限，那么点$Q\left(n,-m\right)$所在的象限是（　　）

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查的是各象限内点的坐标特点、坐标轴上点的坐标特点．本题主要考查的是各象限内点的坐标特点，各象限内点的坐标特点：第一象限点的坐标为$\left(+,+\right)$，第二象限点的坐标为$\left(-,+\right)$，第三象限点的坐标为$\left(-,-\right)$，第四象限点的坐标为$\left(+,-\right)$，由点$P\left(m,n\right)$在第四象限，可得出$m>0$，$n<0$，即可得出$-m<0$，根据点的坐标特点即可得出答案．

【详解】解：$\because$点$P\left(m,n\right)$在第四象限，

$\therefore m>0$，$n<0$，

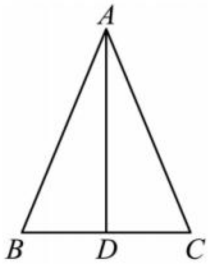
$\therefore -m<0$，

$\therefore$点$Q\left(n,-m\right)$所在的象限是第三象限，

故选：C．

5. 如图，在$\triangle ABC$中，已知$AB=AC$，AD是$\triangle ABC$的中线，如果$\angle B=70°$，那么以下结论中，错误

的是（　　）



A. $\angle CAD=20^{\circ}$

B. $AD\perp BC$

C. $\triangle ABD$ 的面积是 $\vartriangle ABC$ 面积的一半

D. $\triangle ABD$ 的周长是 $\vartriangle ABC$ 周长的一半

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了等腰三角形三线合一的性质，由等腰三角形的性质和直角三角形的性质即可判定 A 和 B 正确，结合 $BD=DC$ 即可判定 C 正确，而 D 错误．

【详解】解：$\because AB=AC$

$\therefore \vartriangle ABC$ 是等腰三角形，

$\because AD$ 是 $\vartriangle ABC$ 的中线，

$\therefore AD\perp BC$，$BD=CD$，$\angle DAB=\angle CAD$，

$\therefore S_{\vartriangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AD=\frac{1}{2}AD\cdot\left(2BD\right)=2\times\frac{1}{2}BD\cdot AD=2S_{\vartriangle ABD}$，

即 $S_{\vartriangle ABD}=\frac{1}{2}S_{\vartriangle ABC}$，

$\because \angle B=70^{\circ}$，

$\therefore \angle CAD=\angle DAB=90^{\circ}-\angle B=20^{\circ}$，

故 A，B，C 正确，

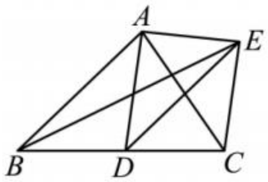
$\triangle ABD$ 的周长为：$AB+AD+BD$，

$\vartriangle ABC$ 的周长为：$AB+AC+BC$，

$\therefore AB+AD+BD\neq\frac{1}{2}\left(AB+AC+BC\right)$，则 D 选择错误．

故选：D．

6. 如图，已知 $AB // DE$，$AD // EC$，那么与 $\triangle BDE$ 的面积一定相等的三角形是（　　）



A. $\mathrm{V}\, ADE$，$\triangle ADC$　　B. $\triangle CDE$，$\triangle ADC$

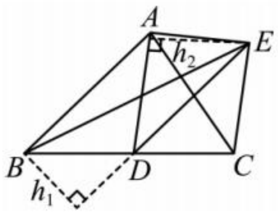
C. $\triangle AEC$，$\triangle ADC$　　D. $\mathrm{V}\, ADE$，$\triangle CDE$

【答案】A

【解析】

【分析】该题主要考查了两平行线间距离处处相等，以及三角形的面积，解题的关键是掌握两平行线间距离处处相等.

【详解】解：如图，作$\triangle BDE$中DE上的高h_1，$\mathrm{V}\, ADE$中AD上的高h_2，



$\because AB \,/\!/\, DE$，

$\therefore S_{\mathrm{V}\, BDE} = \dfrac{1}{2} DE \cdot h_1 = S_{\mathrm{V}\, ADE}$，

$\because AD \,/\!/\, EC$，

$\therefore S_{\mathrm{V}\, ADE} = \dfrac{1}{2} AD \cdot h_2 = S_{\mathrm{V}\, ADC}$，

$\therefore S_{\mathrm{V}\, ADE} = S_{\mathrm{V}\, ADC} = S_{\mathrm{V}\, BDE}$，

故选：A.

二、填空题（本大题共有 12 题，满分 36 分）

7. 81 的平方根是_____.

【答案】±9

【解析】

【分析】直接根据平方根的定义填空即可.

【详解】解：∵（±9）^{2}＝81，

∴81 的平方根是±9.

故答案为：±9.

【点睛】本题考查了平方根，理解平方根的定义是解题的关键.

8. 把方根化为幂的形式：$\frac{1}{\sqrt[3]{5^4}}=$______.

【答案】$5^{-\frac{4}{3}}$

【解析】

【分析】此题考查了方根和幂的转化，根据方根和幂的关系进行解答即可.

【详解】解：$\frac{1}{\sqrt[3]{5^4}}=5^{-\frac{4}{3}}$，

故答案为：$5^{-\frac{4}{3}}$

9. 比较大小：$-3\sqrt{5}$ ______-7.（填“＞”，“=”或“＜”）

【答案】>

【解析】

【分析】本题考查了比较二次根式的大小，能选择适当的方法比较两个实数的大小是解此题的关键.

先将$3\sqrt{5}$写成$\sqrt{45}$，将7写成$\sqrt{49}$，可得$\sqrt{45}<\sqrt{49}$，再根据“两个负数比较大小，绝对值大的反而小”比较它们的相反数即可得解.

【详解】$\because 3\sqrt{5}=\sqrt{9\times5}=\sqrt{45}$，$7=\sqrt{49}$，

$\sqrt{45}<\sqrt{49}$，

$\therefore 3\sqrt{5}<7$，

$\therefore -3\sqrt{5}>-7$.

故答案为：>.

10. 用科学记数法表示0.00369，结果保留两个有效数字约为______.

【答案】3.7×10^{-3}

【解析】

【分析】本题主要考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\le a<10$，n为整数．确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同．按照科学记数法的规则表示，然后保留两个有效数字即可.

【详解】解：$0.00369=3.69\times10^{-3}\approx3.7\times10^{-3}$，

故答案为：3.7×10^{-3}.

11. 平面直角坐标系中点$\left(-2,3\right)$关于x轴对称的点的坐标为________.

【答案】$\left(-2,-3\right)$

【解析】

【分析】根据关于x轴的对称点的坐标求解即可；

【详解】解：根据关于x轴的对称点的特征，横坐标不变，纵坐标变为相反数可得：点$\left(-2,3\right)$关于x轴对称的点的坐标是$\left(-2,-3\right)$.

故答案为：$\left(-2,-3\right)$.

【点睛】本题主要考查了平面直角坐标系中点的对称，解题的关键是熟练掌握于x轴的对称点的特征，横坐标不变，纵坐标变为相反数.

12. 请写出一个在直角坐标平面内不属于任何象限的点的坐标：______.

【答案】$(-2,0)$（答案不唯一）

【解析】

【分析】在直角坐标平面内不属于任何象限的点在坐标轴上，任意写出一个满足条件的点即可.

本题主要考查了平面直角坐标系中坐标轴上的点的特征：x轴上的点的纵坐标为0，y轴上的点的横坐标为0，原点的坐标为$(0,0)$. 注意坐标原点不属于任何象限．熟练掌握平面直角坐标系中坐标轴上点的特征是解题的关键.

【详解】在直角坐标平面内不属于任何象限的点在坐标轴上，如$(-2,0)$，$(3,0)$，$(0,2)$，$(0,-1)$…等.

故答案为：$(-2,0)$（答案不唯一）.

13. 在直角坐标平面内，点$P\left(-\sqrt{3},0\right)$向______平移$m$（$m>0$）个单位后，落在第三象限.（填“上”，“下”，“左”，“右”）

【答案】下

【解析】

【分析】根据点P的位置和平移变换的规律进行判断即可.

【详解】$\because P\left(-\sqrt{3},0\right)$在$x$轴的负半轴上，

$\therefore$点P向下平移$m\left(m>0\right)$个单位后，落在第三象限，

故答案为：下.

【点睛】本题考查坐标与图形，平移变换，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题.

14. 在直角坐标平面内，经过点 $M(5,-6)$ 且垂直于 y 轴的直线可以表示为直线______.

【答案】$y=-6$

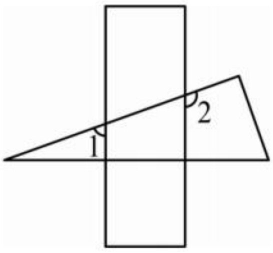
【解析】

【分析】此题考查了坐标与图形的性质，解题的关键是抓住过某点的坐标且垂直于 y 轴的直线的特点：纵坐标相等．垂直于 y 轴的直线，纵坐标相等，都为 -6，所以为直线：$y=-6$．

【详解】解：由题意得：经过点 $M(5,-6)$ 且垂直于 y 轴的直线可以表示为直线为：$y=-6$，

故答案为：$y=-6$．

15. 如图，把一直尺放置在一个三角形纸片上，如果 $\angle 1=70°$，那么 $\angle 2=$______°.



【答案】110

【解析】

【分析】本题主要考查了平行四边形的性质，对顶角相等，根据对顶角相等可得出 $\angle ABD=\angle 1=70°$，再利用平行线的性质可得出 $\angle CDB=180°-\angle ABD=110°$，再由对顶角相等可得出 $\angle 2=\angle CDB=110°$．

【详解】解：$\because \angle 1=70°$，

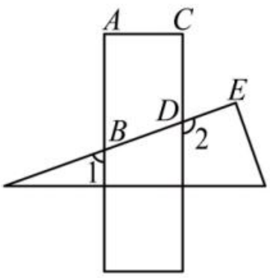
$\therefore \angle ABD=\angle 1=70°$，

$\because AB /\!/ CD$，

$\therefore \angle CDB=180°-\angle ABD=110°$，

$\therefore \angle 2=\angle CDB=110°$，

故答案为：110.



16. 如果等腰三角形的周长等于 16 厘米，一条边长等于 6 厘米，那么这个等腰三角形的底边与其一腰的长度的比值等于______.

【答案】$\frac{2}{3}$或$\frac{6}{5}$

【解析】

【分析】本题考查了等腰三角形的性质和三角形的三边关系；已知没有明确腰和底边的题目一定要想到两种情况，分类进行讨论，还应验证各种情况是否能构成三角形进行解答，这点非常重要，也是解题的关键.依题意，根据等腰三角形的性质，已知一条边长为6厘米，不明确具体名称，故可分情况讨论腰长的值，还要依据三边关系验证能否组成三角形.

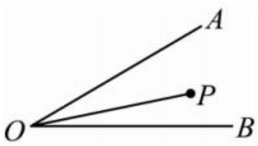
【详解】解：当腰为6厘米时，三边为$6,6,4$，能构成三角形；

当底为6厘米时，腰为5，5，能构成三角形，

所以这个等腰三角形的底边与其一腰的长度的比值等于$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$或$\frac{6}{5}$.

故答案为：$\frac{2}{3}$或$\frac{6}{5}$.

17. 如图，已知点P在$\angle AOB$的内部，点P关于OA、OB的对称点分别为P_1、P_2，如果$\angle AOB=30°$，$OP=6$厘米，那么$\triangle P_1OP_2$的周长等于______厘米.



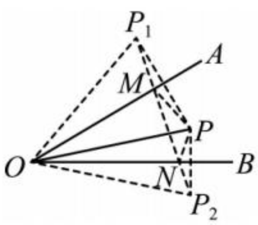
【答案】18

【解析】

【分析】本题考查了轴对称的性质，等边三角形的判定与性质，熟记性质得到相等的边与角是解题的关键.

根据轴对称的性质可得$\angle P_1OA=\angle AOP,\angle P_2OB=\angle BOP,PM=P_1M,PN=P_2N,P_1O=PO=P_2O$，从而求出$\triangle OP_1P_2$是等边三角形，$OP_1=P_1P_2=OP_2=OP=6$，从而得解.

【详解】解：∵P_1、P_2分别是P关于OA、OB的对称点，



$\therefore \angle P_1OA=\angle AOP,\angle P_2OB=\angle BOP,PM=P_1M,PN=P_2N,P_1O=PO=P_2O$，

$\therefore \angle P_1OP_2=\angle P_1OA+\angle AOP+\angle P_2OB+\angle BOP=2\angle AOB$，

$\because \angle AOB = 30°$，

$\therefore \angle P_1OP_2 = 2\times 30° = 60°$，

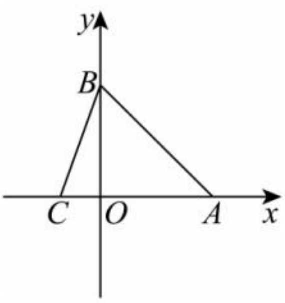
$\therefore \triangle OP_1P_2$是等边三角形，

$\therefore OP_1 = P_1P_2 = OP_2 = OP = 6$厘米，

故$\triangle P_1OP_2$的周长$= 6\times 3 = 18$厘米，

故答案为：18．

18. 如图，在直角坐标平面内，点A的坐标为$(3,0)$，点B的坐标为$(0,3)$，点C的坐标为$(c,0)$（$c<0$），在坐标平面内存在点D，使以点A、B、D为顶点的三角形与$\triangle ABC$全等，且$\angle BAD$与$\angle ABC$是对应角，那么点D的坐标为______．（用含c的代数式表示）



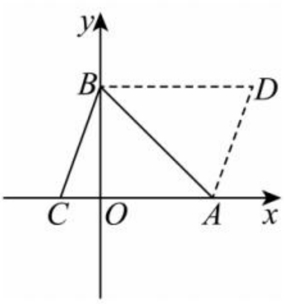
【答案】$(3-c,3)$或$(0,c)$

【解析】

【分析】此题考查了全等三角形的性质和判定，坐标与图形，解题的关键正确分类讨论．

根据题意分点D在AB上面和点D在AB下面两种情况讨论，然后分别根据全等三角形的性质求解即可．

【详解】如图所示，当点D在AB上面时，



$\because \angle BAD = \angle ABC$

$\therefore \triangle BAD \cong \triangle ABC$

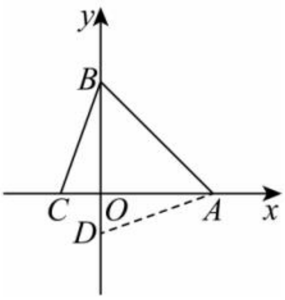
$\therefore \angle ABD = \angle BAC$，$BD = AC = 3-c$

$\therefore BD \parallel AC$

∴点 D 的纵坐标为 3

∴点 D 的坐标为 $\left(3-c,3\right)$；

如图所示，当点 D 在 AB 下面时，



∵ $\angle BAD=\angle ABC$

∵点 A 的坐标为 $\left(3,0\right)$，点 B 的坐标为 $\left(0,3\right)$，

∴ $OB=OA=3$

∴ $\angle OBA=\angle OAB$

∴ $\angle OBC=\angle OAD$

∵ $\angle BOC=\angle AOD=90°$

∴ $\triangle BOC\cong\triangle AOD\left(\text{ASA}\right)$

∴ $OC=OD=c$

∵ $BD=AC$

∴点 D 在 y 轴上

∴点 D 的坐标为 $\left(0,c\right)$

综上所述，点 D的坐标为 $\left(3-c,3\right)$ 或 $\left(0,c\right)$.

故答案为：$\left(3-c,3\right)$ 或 $\left(0,c\right)$.

三、简答题（本大题共有 5 题，满分 25 分）

19. 计算：$\sqrt[3]{-125}+\left(-\dfrac{1}{3}\right)^{2}+\left(\sqrt{5}-1\right)^{0}-\sqrt{3}\times\sqrt{27}$.

【答案】$-12\dfrac{8}{9}$

【解析】

【分析】本题主要考查二次根式的混合运算、零指数幂的运算、负整数指数幂的运算，关键在于正确的去绝对值号、认真的进行计算.

首先去绝对值号，对零指数幂和负整数指数幂进行运算，同时进行开方运算，再合并同类二次根式，便可计算出结果.

【详解】解：$\sqrt[3]{-125}+\left(-\frac{1}{3}\right)^{2}+\left(\sqrt{5}-1\right)^{0}-\sqrt{3}\times\sqrt{27}$

$=-5+\frac{1}{9}+1-\sqrt{3}\times3\sqrt{3}$

$=-5+\frac{1}{9}+1-9$

$=-13+\frac{1}{9}$

$=-12\frac{8}{9}$.

20. 计算：$\sqrt[6]{32}\div\sqrt[3]{16}\times\sqrt{8}$.

【答案】2

【解析】

【分析】先将 $\sqrt[6]{32}$、$\sqrt[3]{16}$、$\sqrt{8}$ 写成分数指数的形式，再根据同底数幂的除法法则和乘法法则进行计算即可.

本题考查了分数指数幂的运算，熟练分数指数幂的性质是解题的关键.

【详解】解：$\sqrt[6]{32}\div\sqrt[3]{16}\times\sqrt{8}$

$=\sqrt[6]{2^{5}}\div\sqrt[3]{2^{4}}\times\sqrt{2^{3}}$

$=2^{\frac{5}{6}}\div2^{\frac{4}{3}}\times2^{\frac{3}{2}}$

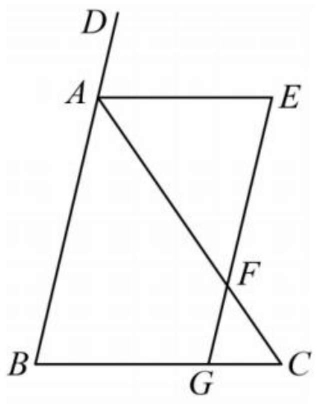
$=2^{\frac{5}{6}-\frac{4}{3}}\times2^{\frac{3}{2}}$

$=2^{-\frac{1}{2}}\times2^{\frac{3}{2}}$

$=2^{-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}}$

$=2$.

21. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，已知点 G、F 分别在边 BC、AC 上，$AE\parallel BC$ 交 GF 的延长线于点 E，且 $\angle B=\angle E$. 试说明 $\angle B+\angle BGF=180^{\circ}$ 的理由.



解：因为 $AE \parallel BC$（已知），

所以 $\angle E=\angle EGC$（_______）.

因为 $\angle B=\angle E$（已知），

所以 $\angle B=$_______（等量代换）.

所以_______ $\parallel$ _______（_______）.

所以 $\angle B+\angle BGF=180°$（_______）.

【答案】两直线平行，内错角相等；$\angle EGC$；AB，EG；

同位角相等，两直线平行；两直线平行，同旁内角互补.

【解析】

【分析】根据平行线的判定与性质，结合上下文求解即可.

本题主要考查了平行线的性质和判定，熟练掌握平行线的性质和判定是解题的关键.

【详解】因为 $AE \parallel BC$（已知），

所以 $\angle E=\angle EGC$（两直线平行，内错角相等）.

因为 $\angle B=\angle E$（已知），

所以 $\angle B=\angle EGC$（等量代换），

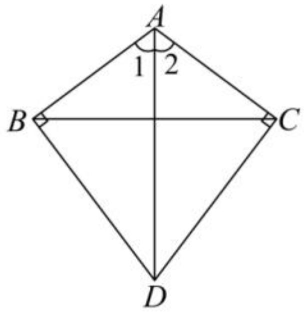
所以 $AB \parallel EG$（同位角相等，两直线平行）.

所以 $\angle B+\angle BGF=180°$（两直线平行，同旁内角互补）.

故答案为：两直线平行，内错角相等；$\angle EGC$；AB，EG；

同位角相等，两直线平行；两直线平行，同旁内角互补.

22. 如图，已知 $AB \perp BD$，$AC \perp CD$，$\angle 1=\angle 2$．试说明 $AD \perp BC$ 的理由.



解：因为 $AB \perp BD$（已知），

所以Ð $ABD = 90^\circ$（垂直的意义）.

同理______.

所以 $\angle ABD = \angle ACD$（等量代换）.

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中，

$$\begin{cases}\angle ABD = \angle ACD, \\ \angle 1 = \angle 2\left(\text{已知}\right), \\ \quad \underline{\qquad\qquad}, \end{cases}$$

所以 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$（______）.

得______（全等三角形的对应边相等）.

又因为 $\angle 1 = \angle 2$（已知），

所以 $AD \perp BC$（______）.

【答案】见详解

【解析】

【分析】本题主要考查了全等三角形的判定以及性质，等腰三角形三线合一的性质，垂线的意义，根据垂线得意义可得出 $\angle ABD = \angle ACD = 90^\circ$，再利用 AAS 证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$，根据全等三角形的性质可得出 $AB = AC$，再根据等腰三角形三线合一的性质即可证明.

【详解】解：因为 $AB \perp BD$（已知），

所以Ð $ABD = 90^\circ$（垂直的意义）.

同理 $\angle ACD = 90^\circ$.

所以 $\angle ABD = \angle ACD$（等量代换）.

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中，

$$\begin{cases}\angle ABD = \angle ACD, \\ \angle 1 = \angle 2\left(\text{已知}\right), \\ \quad AD = AD, \end{cases}$$

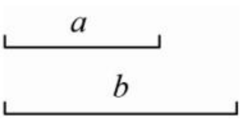
所以 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$（AAS）.

得 $AB=AC$（全等三角形的对应边相等）.

又因为 $\angle 1=\angle 2$（已知），

所以 $AD\perp BC$（等腰三角形三线合一性质）

23. 根据下列要求作图并回答问题：



（1）用直尺和圆规作图（保留作图痕迹，不要求写作法和结论）：

①作 $\triangle ABC$，使 $AB=AC=a$，$BC=b$；

②作边 AB 的垂直平分线，分别交 AB、BC 于点 M、N；

（2）在（1）的图形中，连接 AN，那么 $\triangle ACN$ 的周长等于_______.（用含 a、b 的代数式表示）

【答案】（1）见详解　（2）$a+b$

【解析】

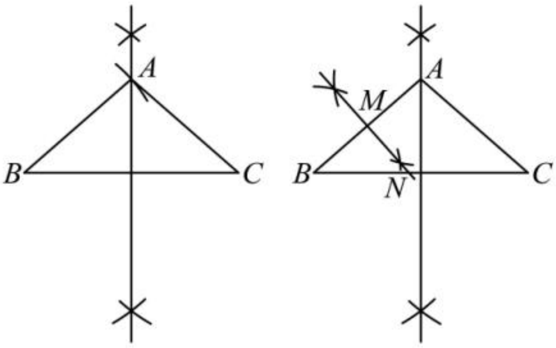
【分析】本题主要考查尺规作图——垂直平分线，及其性质，

（1）①在直线上作 $BC=b$，再作其垂直平分线，以点 B 为圆心，以 a 长为半径交垂直平分线于点 A，连接 AC 即可；②以 A、B 为端点适当长为半径画弧相交，连接交点即为 AB 的垂直平分线，然后分别交 AB, BC 于点 M、N；

（2）根据垂直平分线的性质即可得 $BN=AN$，结合三角形周长公式即可求得其周长.

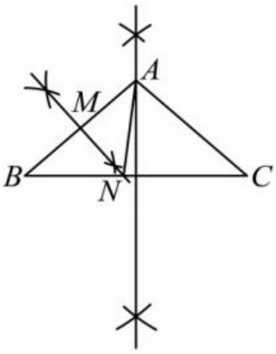
【小问 1 详解】

解：①如图



【小问 2 详解】

②如图



$\because MN$ 垂直平分 AB，

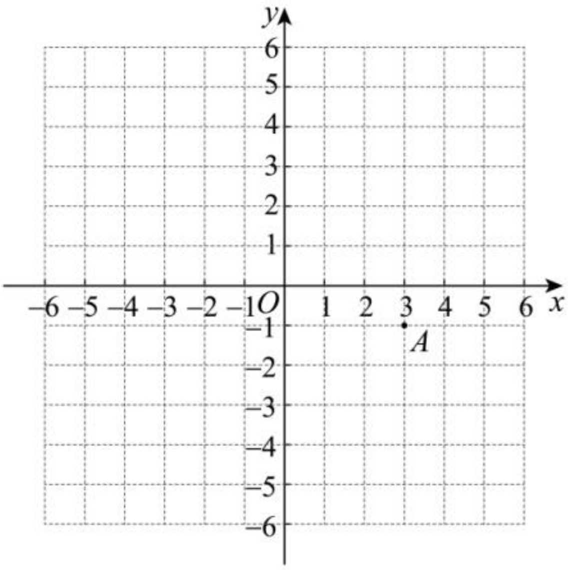
$\therefore BN = AN$，

$\because AC = a, BC = b$，

$\therefore C_{\triangle ACN} = AC + CN + NA = AC + CN + BN = BC + AC = a + b$．

四、解答题（本大题共有 4 题，满分 27 分）

24. 如图，在直角坐标平面内，已知点 $A(3,-1)$，点 B 在 y 轴的正半轴上且到 x 轴的距离为 1 个单位，将点 B 向右平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位到达点 C，点 D 与点 A 关于原点对称．



（1）在直角坐标平面内分别描出点 B、C、D；

（2）写出图中点 B、C、D 的坐标是：B____，C_____，D_______；

（3）按 $A-B-C-D-A$ 顺次连接起来所得的图形的面积是______．

【答案】（1）见解答　（2）$B(1,0), C(2,4), D(-3,1)$

（3）7.5

【解析】

【分析】本题考查了坐标与图形，点平移，点到坐标轴的距离，关于原点对称的点等知识点，解题的关键

是掌握以上知识点.

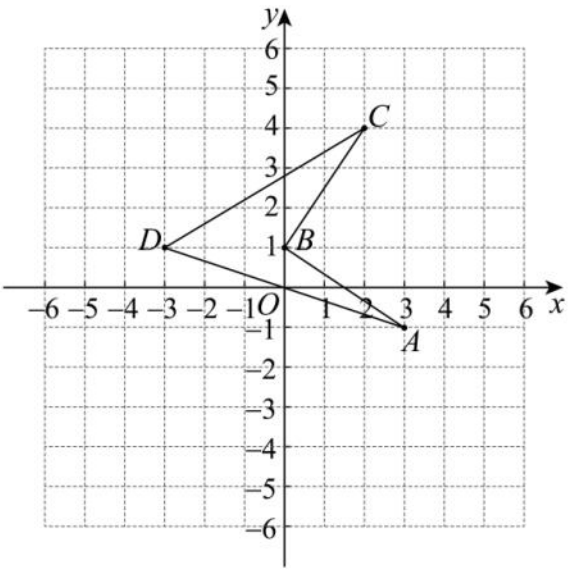
（1）根据点 D 与点 A 关于原点对称确定点 D 位置，根据点 B 在 y 轴的正半轴上且到 x 轴的距离为 1 个单位确定点 B 位置，根据将点 B 向右平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位到达点 C，确定点 C 位置；

（2）根据（1）中点位置写出点 B、C、D 的坐标；

（3）分为两个三角形的面积去计算四边形 $ABCD$ 的面积.

【小问 1 详解】

解：如图，



【小问 2 详解】

解：$B(1,0),C(2,4),D(-3,1)$；

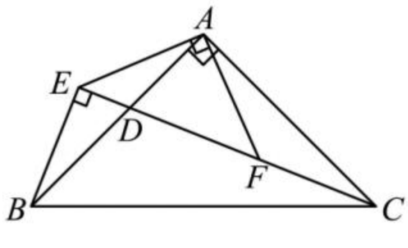
故答案为：$(1,0),(2,4),(-3,1)$；

【小问 3 详解】

图形的面积是 $ABCD$ 的面积 $=\frac{1}{2}\times3\times3+\frac{1}{2}\times3\times2=7.5$.

故答案为：7.5.

25. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle BAC=90°$，$AB=AC$，点 D 在边 AB 上，连接 CD，过点 B 作 $BE\perp CD$ 交 CD 的延长线于点 E，连接 AE，过点 A 作 $AF\perp AE$ 交 CD 于点 F. 试说明 $AE=AF$ 的理由.



解：因为 $\angle DBE+\angle BEC+\angle EDB=180°$ （_______）.

同理：$\angle DCA+\angle BAC+\angle ADC=180^{\circ}$．

因为 $BE\perp CD$，

所以 $\angle BEC=90^{\circ}$．

又因为 $\angle BAC=90^{\circ}$，

所以 $\angle BEC=\angle BAC$．

因为 $\angle EDB=\angle ADC$（_______），

所以 $\angle$_______ $=\angle$_______．

（完成以上说理过程）

【答案】见详解

【解析】

【分析】先根据 $\angle DBE+\angle BEC+\angle EDB=180^{\circ}$，$\angle DCA+\angle BAC+\angle ADC=180^{\circ}$ 可得 $\angle DBE=\angle DCA$，再由 $\angle EAF=\angle BAC$ 可得 $\angle EAB=\angle FAC$，再根据 ASA 证明 $\triangle AEB\cong\triangle AFC$，则可得 $AE=AF$．

本题主要考查了全等三角形的判定和性质，正确的找到三个条件是解题的关键．

【详解】解：$\because \angle DBE+\angle BEC+\angle EDB=180^{\circ}$（三角形内角和定理）．

同理：$\angle DCA+\angle BAC+\angle ADC=180^{\circ}$．

$\because BE\perp CD$，

$\therefore \angle BEC=90^{\circ}$．

又$\because \angle BAC=90^{\circ}$，

$\therefore \angle BEC=\angle BAC$．

$\because \angle EDB=\angle ADC$（对顶角相等），

$\therefore \angle DBE=\angle DCA$．

$\because AF\perp AE$，

$\therefore \angle EAF=90^{\circ}$，

又$\because \angle BAC=90^{\circ}$，

$\therefore \angle EAF=\angle BAC$，

$\therefore \angle EAF-\angle BAF=\angle BAC-\angle BAF$，

即 $\angle EAB=\angle FAC$，

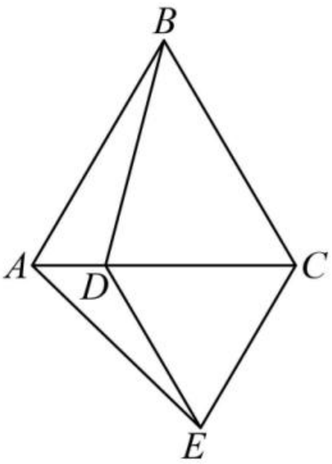
在 $\triangle AEB$ 和 $\triangle AFC$ 中

$$\begin{cases}\angle DBE=\angle DCA\\ AB=AC\\ \angle EAB=\angle FAC\end{cases},$$

$\therefore \triangle AEB \cong \triangle AFC(\mathrm{ASA})$,

$\therefore AE=AF$.

26. 如图，在等边三角形 ABC 的边 AC 上任取一点 D，以 CD 为边向外作等边三角形 CDE，连接 BD、AE.



（1）试说明 $\triangle BCD$ 与 $\triangle ACE$ 全等的理由；

（2）试说明 $\angle ABD$ 和 $\angle AED$ 相等理由.

【答案】（1）见详解　（2）见详解

【解析】

【分析】本题主要考查了等边三角形的性质以及全等三角形的判定和性质，熟练掌握以上知识是解题的关键.

（1）根据等边三角形的性质可得 $BC=AC$，$DC=EC$，$\angle BCD=\angle DCE=60°$，根据SAS即可证明 $\triangle BCD \cong \triangle ACE$.

（2）根据全等三角形的性质可得 $\angle BDC=\angle AEC$，又由 $\angle BDC=\angle BAC+\angle ABD$，$\angle AEC=\angle DEC+\angle AED$，即可得 $\angle ABD=\angle AED$.

【小问1详解】

$\because \triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 都是等边三角形

$\therefore BC=AC$，$DC=EC$，$\angle BCD=\angle DCE=60°$，

$\therefore \triangle BCD \cong \triangle ACE(\mathrm{SAS})$.

【小问2详解】

$\because \triangle BCD \cong \triangle DCE$，

$\therefore \angle BDC=\angle AEC$，

又$\because \angle BDC=\angle BAC+\angle ABD$，$\angle AEC=\angle DEC+\angle AED$，

$\therefore \angle BAC+\angle ABD=\angle DEC+\angle AED$，

$\because$ $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 都是等边三角形，

$\therefore \angle BAC=\angle DEC=60°$，

$\therefore \angle ABD=\angle AED$．

27. 小普同学在课外阅读时，读到了三角形内有一个特殊点“布洛卡点”，关于“布洛卡点”有很多重要的结论．小普同学对“布洛卡点”也很感兴趣，决定利用学过的知识和方法研究“布洛卡点”在一些特殊三角形中的性质．让我们尝试与小普同学一起来研究，完成以下问题的解答或有关的填空．

【阅读定义】如图 1，$\triangle ABC$ 内有一点 P，满足$\angle PAB=\angle PBC=\angle PCA$，那么点 P 称为$\triangle ABC$ 的“布洛卡点”，其中$\angle PAB$、$\angle PBC$、$\angle PCA$被称为“布洛卡角”．如图 2，当$\angle QAC=\angle QCB=\angle QBA$时，点 Q 也是$\triangle ABC$ 的“布洛卡点”．一般情况下，任意三角形会有两个“布洛卡点”．

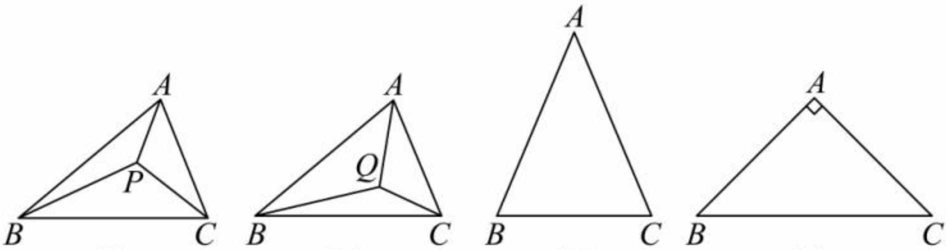


图1　图2　图3　图4

【解决问题】（说明：说理过程可以不写理由）

问题 1：等边三角形的“布洛卡点”有_____个，“布洛卡角”的度数为_____度；

问题 2：在等腰三角形 ABC 中，已知 $AB=AC$，点 M 是$\triangle ABC$ 的一个“布洛卡点”，$\angle MAC$ 是“布洛卡角”．

（1）$\angle AMB$ 与$\triangle ABC$ 的底角有怎样的数量关系？请在图 3 中，画出必要的点和线段，完成示意图后进行说理．

（2）当$\angle BAC=90°$（如图 4 所示），$BM=5$时，求点 C 到直线 AM 的距离．

【答案】问题 1：1，30；问题 2：（1）$\angle AMB=2\angle ABC$，（2）$\dfrac{5}{2}$，

【解析】

【分析】问题 1：根据等边三角形的性质和“布洛卡点”的定义即可知其“布洛卡点”个数和角度；

问题 2：（1）根据等腰三角形的性质可得$\angle ABC=\angle ACB$，结合题意可知$\angle MAC=\angle ABM$，则有$\angle BAC=\angle ABM+\angle BAM$，利用三角形内角和定理可得$\angle ABC+\angle ACB=\angle AMB$，即可得到$\angle AMB=2\angle ABC$；

（2）过 C 点作 $CD\perp AM$ 与 D，根据可得 $\angle ADC=90^\circ$，且 $\angle ABC=\angle ACB=45^\circ$，由题意得 $\angle MAC=\angle MCB=\angle ABM$，求得 $\angle AMB=180^\circ-\angle ABM-\angle BAM=90^\circ$，$\angle BMC=180^\circ-\angle MBC-\angle MCB=135^\circ$，则有 $\angle ADC=\angle BMA$ 和 $\angle CMD=\angle MCD=45^\circ$，$MD=CD$，继而证明 $\triangle ADC\cong\triangle BMA$，则有 $AD=BM$ 和 $CD=AM$，即可得到 $BM=2CD$，可得点 C 到直线 AM 的距离.

【详解】解：问题 1：

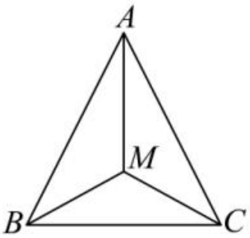
由题意知三角形中有两个“布洛卡点”，

∵等边三角形每个角为 60°，

∴两个“布洛卡点”重合为一个，且每个角为 30°，

故答案为：1，30.

问题 2：（1）$\angle AMB=2\angle ABC$，理由如下：



∵ $AB=AC$，

∴ $\angle ABC=\angle ACB$，

∵ M 是 $\triangle ABC$ 的“布洛卡点”，$\angle MAC$ 是“布洛卡角”，

∴ $\angle MAC=\angle ABM$，

∴ $\angle MAC+\angle BAM=\angle ABM+\angle BAM$，

即 $\angle BAC=\angle ABM+\angle BAM$，

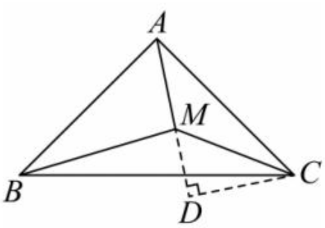
∵ $\angle 180^\circ-\angle ABC-\angle ACB=\angle BAC$，$\angle ABM+\angle BAM=180^\circ-\angle AMB$，

∴ $\angle ABC+\angle ACB=\angle AMB$，

∵ $\angle ABC=\angle ACB$，

∴ $\angle AMB=2\angle ABC$，

（2）过 C 点作 $CD\perp AM$ 与 D，如图，



则 $\angle ADC=90^\circ$，

$\because \angle BAC = 90°$，$AB = AC$，

$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 45°$，

$\because \angle MAC = \angle MCB = \angle ABM$，

$\therefore \angle AMB = 180° - \angle ABM - \angle BAM$

$= 180° - \angle MAC - \angle BAM = 180° - \angle BAC = 90°$，

$\angle BMC = 180° - \angle MBC - \angle MCB$

$= 180° - \angle MBC - ABM$

$= 180° - \angle ABC$

$= 135°$，

$\therefore \angle ADC = \angle BMA = 45°$，$\angle CMD = \angle MCD = 45°$，

$\therefore MD = CD$，

在$\triangle ADC$和$\triangle BMA$中，

$$\begin{cases} \angle ADC = \angle BMA \\ \angle CAD = \angle ABM \\ AC = BA \end{cases}，$$

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle BMA(\mathrm{AAS})$，

$\therefore AD = BM$，$CD = AM$，

$\therefore AD = 2CD$，

$\therefore BM = 2CD$，

$\because BM = 5$，

$\therefore CD = \dfrac{5}{2}$.

【点睛】本题主要考查新定义下的三角形角度理解，涉及等边三角形的性质、等腰三角形的性质、全等三角形的判定和性质和三角形内角的应用，解得的关键是对新定义的理解，以及角度之间的转化.