杨浦区 2023 学年度第二学期初一年级绿色指标质量调研

数学学科 2024.6

（测试时间：90 分钟，满分：100 分）

考生注意：

1．本试卷含五个大题，共 29 题．答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效．

2．除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出说理或计算的主要步骤．

一、填空题（本大题共 14 题，每小题 2 分，满分 28 分）

1. 16 的平方根是___________.

2. 计算：$2\sqrt{5}-3\sqrt{5}+4\sqrt{5}=$_______.

3. 写出在 $\sqrt{8}$ 与 $\sqrt{12}$ 之间的一个有理数，这个数可以是______（只需填写一个）.

4. 数轴上，实数 $2-\sqrt{5}$ 对应的点在原点的______侧.

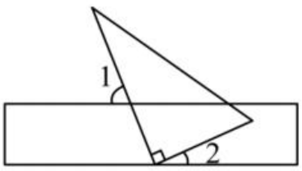
5. 今年春节黄金周上海共接待游客约 16750000 人，将 16750000 这个数保留三个有效数字并用科学记数法表示是______.

6. 经过点 $P(-2,5)$ 且垂直于 x 轴的直线可以表示为直线______.

7. 在平面直角坐标系中，点 $M(a+2,a-2)$ 在 x 轴上，那么点 M 的坐标是______.

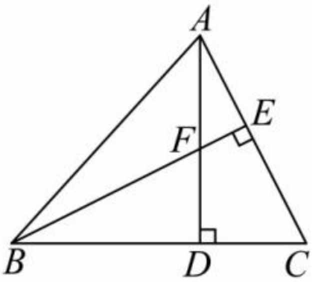
8. 已知直线 AB 和直线 CD 相交于点 O，$\angle AOC=2\angle AOD$，那么这两条直线的夹角等于______度.

9. 如图，将一块直角三角板的直角顶点放在一个长方形纸片的一边上，那么 $\angle 1+\angle 2=$______度.

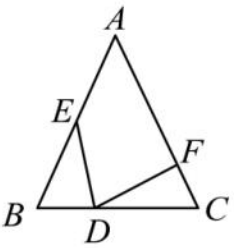


10. 如果一个三角形的两条边长分别为 3 和 8，且第三边的长为整数，那么第三边的长的最小值是______.

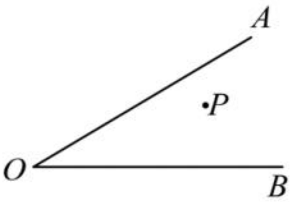
11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AD\perp BC$，$BE\perp AC$，垂足分别为点 D、点 E，AD 与 BE 交于点 F，要使 $\triangle BDF\cong\triangle ADC$，还需添加一个条件，这个条件可以是______（只需填写一个）.



12. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$\angle A=50^\circ$，点D、E、F分别在边BC、AB、AC上，如果$BD=CF$，$BE=CD$，那么$\angle EDF=$______度.



13. 如图，已知$\angle AOB=30^\circ$，点P在$\angle AOB$的内部，点P_1与点P关于OB对称，点P_2与点P关于OA对称，连接P_1P_2、OP_1、OP_2，如$\triangle OP_1P_2$的周长是18，那么$OP=$______.



14. 已知在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$AD\perp BC$，垂足为点D，点O在直线AD上，且$OA=OB=OC$，如果点B绕点O旋转60°后恰好与点C重合，那么$\angle BAC=$______度.

二、选择题（本大题共6题，每小题2分，满分12分）

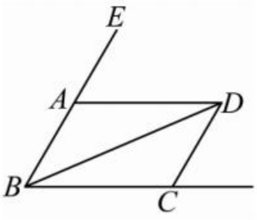
15. 下列实数中，是无理数的是（　　）

A. $\sqrt[3]{8}$　　B. $0.\dot{2}\dot{3}$　　C. 0.010010001　　D. $\sqrt{12}$

16. 下列计算正确的是（　　）

A. $-\sqrt{(-6)^2}=-6$　　B. $(-\sqrt{6})^2=36$　　C. $\sqrt{16}=\pm4$　　D. $\sqrt{4\frac{1}{4}}=2\frac{1}{2}$

17. 如图，下列说法中，错误的是（　　）



A. $\angle EAD$ 与 $\angle EBD$ 是同位角

B. $\angle EAD$ 与 $\angle DBC$ 是同位角

C. $\angle EAD$ 与 $\angle ADC$ 是内错角

D. $\angle EAD$ 与 $\angle ADB$ 是内错角

18. 只给定三角形的两个元素，画出的三角形的形状和大小是不确定的．在下列给定的两个条件的基础上，增加一个 $AB=4\text{cm}$ 的条件后，所画出的三角形的形状和大小仍不能完全确定的是（　　）

A. $\angle A=60°,\angle B=30°$

B. $BC=6\text{cm},\angle B=30°$

C. $BC=3\text{cm},\angle A=30°$

D. $BC=5\text{cm},AC=6\text{cm}$

19. 从 1、-3、4 这三个数中，随意取两个数组成一个点的坐标，这个点恰好落在第二象限的可能性大小是（　　）

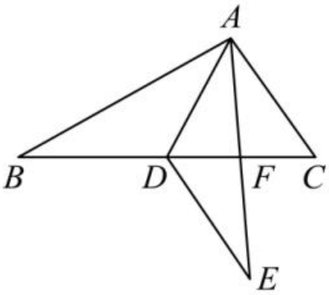
A. $\frac{1}{6}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{2}$

20. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，D 是边 BC 的中点，将 $\triangle ABD$ 沿 AD 翻折，点 B 落在点 E 处，AE 交 CD 于点 F，$\triangle ADF$ 的面积恰好是 $\triangle ABC$ 面积的 $\frac{1}{4}$．小丽在研究这个图形时得到以下两个结论：① $\angle B=\angle CAE$；② $AC=CD$．那么下列说法中，正确的是（　　）



A. ①正确②错误

B. ①错误②正确

C. ①、②皆正确

D. ①、②皆错误

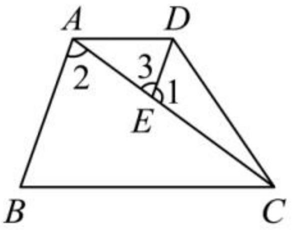
三、简答题（本大题共 5 题，每小题 6 分，满分 30 分）

21. 计算：$(-8)^{\frac{1}{3}}+(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3}-1)^0+(-\sqrt{3})^{-2}$.

22. 计算：$(\sqrt{2}-1)^2+(\sqrt{5}\times\sqrt{6}-2\sqrt{15})\div\sqrt{15}$.

23. 用幂的运算性质计算：$\sqrt{5}+\sqrt[4]{5}\times\sqrt[3]{25}$（结果表示为含幂的形式）.

24. 如图，已知 $\angle 1+\angle 2=180°,\angle 3=\angle B$，请填写理由，说明 $AD\,//\,BC$.



解：因为$\angle 1+\angle 2=180^\circ$（已知），$\angle 1+\angle AED=180^\circ$（　　），

所以$\angle 2=\angle AED$（　　）.

所以$AB \parallel DE$（　　）.

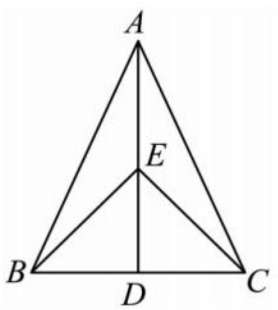
所以$\angle 3+$______$=180^\circ$（　　）.

所以$\angle 3=\angle B$（已知）.

又因为$\angle B+$______$=180^\circ$（等量代换）.

所以$AD \parallel BC$（　　）.

25. 如图，在$\triangle ABC$中，E是AD上一点，$AB=AC$，$\angle ABE=\angle ACE$，请填写理由，说明$AD\perp BC$.



解：因为$AB=AC$（已知），所以$\angle ABC=\angle ACB$（　　）.

又因为$\angle ABE=\angle ACE$（已知），所以$\angle ABC-\angle ABE=\angle ACB-\angle ACE$（等式性质）.

即$\angle EBC=\angle ECB$.

所以$EB=EC$（　　）.

在$\triangle ABE$与$\triangle ACE$中，$\begin{cases} AB=AC \\ EB=EC \\ AE=AE(\text{公共边}) \end{cases}$，

所以$\triangle ABE\cong\triangle ACE$（　　）.

所以$\angle BAE=$______（　　）.

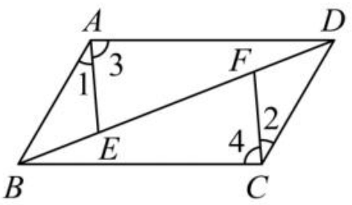
又因为$AB=AC$（已知），

所以$AD\perp BC$（　　）.

四、解答题（本大题共3小题，第1题6分，第2题6分，第3题8分，满分20分）

26. 对于如图给定的图形（不再添线），从①$\angle 1=\angle 2$；②$\angle 3=\angle 4$；③$AD\parallel BC$；④$AB\parallel CD$中选取

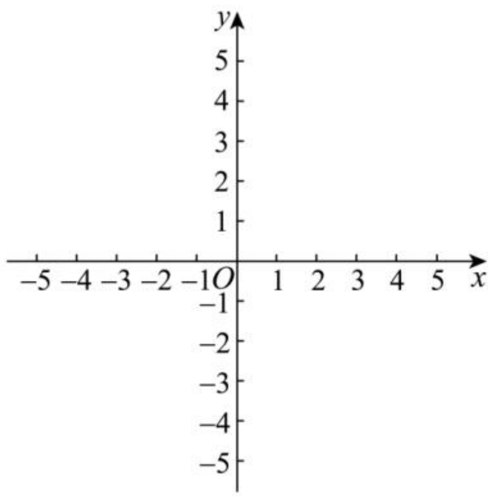
两个作为已知条件，通过说理能得到 $AE \parallel CF$.



（1）你选择的两个条件是______（填序号）；

（2）根据你选择的两个条件，说明 $AE \parallel CF$ 的理由.

27. 在平面直角坐标系中，点 $A(-3,0)$，将点 A 先向右平移 1 个单位，再向下平移 2 个单位得点 B，点 B 关于原点对称的点记为点 C.

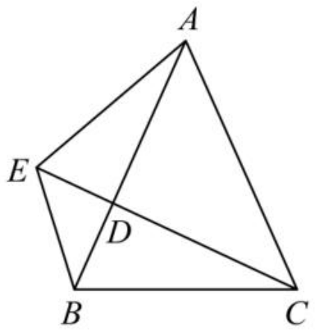


（1）分别写出点 B、C 的坐标：$B($________$)$、$C($________$)$；

（2）$\triangle ABC$ 的面积是______；

（3）点 D 是直线 $x=3$ 上的一点，如果 $\triangle OAD$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积，那么点 D 的坐标是______.

28. 如图，已知等腰 $\triangle ABC, AB=AC$，D 是边 AB 上一点（不与点 A、B 重合），E 是线段 CD 延长线上一点，$\angle BEC=\angle BAC$.



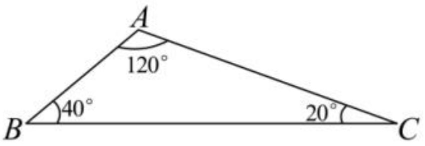
（1）说明 $\angle EBA=\angle DCA$ 的理由；

（2）小华在研究这个问题时，提出了一个新的猜想：点 D 在运动的过程中（不与点 A、B 重合），$\angle AEC$ 与 $\angle ABC$ 是否会相等？小丽思考片刻后，提出了自己的想法：可以在线段 CE 上取一点 H，使得 $CH = BE$，连接 AH，然后通过学过的知识就能得到 $\angle AEC$ 与 $\angle ABC$ 相等．你能否根据小丽同学的想法，说明 $\angle AEC = \angle ABC$ 的理由．

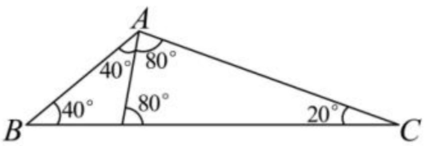
五、探究题（本大题共 3 小题，第 1 小题 2 分，第 2 小题 4 分，第 3 小题 4 分，满分 10 分）

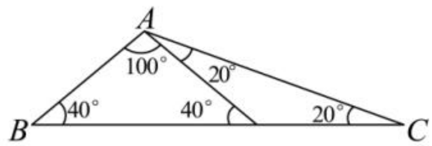
29. 上海教育出版社七年级第二学期《练习部分》第 60 页习题 14.6（2）第 5 题及参考答案．

5．过下面三角形的一个顶点画一条直线，把这个三角形分割成两个等腰三角形：



参考答案：





小华在完成了以上解答后，对分割三角形的问题产生了兴趣，并提出了以下三个问题，请你解答：

【问题 1】

如图 1，$\triangle ABC$ 中，$\angle A = 120°, \angle B = 40°, \angle C = 20°$，请设计一个方案把 $\triangle ABC$ 分割成两个小三角形，其中一个小三角形三个内角的度数与原三角形的三个内角的度数分别相等，另一个小三角形是等腰三角形．请直接画出示意图并标出等腰三角形顶角的度数（示意图画在答题卡上）；

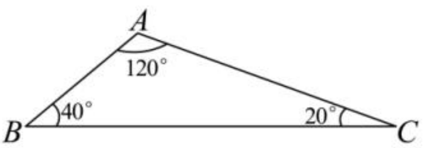


图1

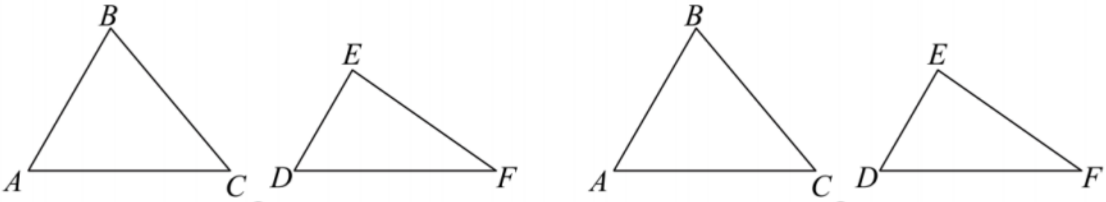
【问题 2】

如果有一个内角为 $26°$ 的三角形被分割成两个小三角形，其中一个小三角形三个内角的度数与原三角形三个内角的度数分别相等，另一个小三角形是等腰三角形，那么原三角形最大内角的度数所有可能的值为______；

【问题 3】

如图 2，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A = 60°, \angle B = 70°, \angle C = 50°$，在 $\triangle DEF$ 中，$\angle D = 60°, \angle E = 85°, \angle F = 35°$，分别用一条直线分割这两个三角形，使 $\triangle ABC$ 分割成的两个小三角形三个内角的度数与 $\triangle DEF$ 分割成的两个小三角形三个内角的度数分别相等，请设计两种不同的分割方案，直接画出示意图并标出相应的角的度

数（示意图画在答题卡上）.



① ②

图2

杨浦区2023学年度第二学期初一年级绿色指标质量调研（答案解析）

数学学科 2024.6

（测试时间：90分钟，满分：100分）

考生注意：

1．本试卷含五个大题，共29题．答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效．

2．除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出说理或计算的主要步骤．

一、填空题（本大题共14题，每小题2分，满分28分）

1. 16的平方根是__________.

【答案】±4

【解析】

【分析】根据平方根的定义即可求解．

【详解】即：16的平方根是$\pm\sqrt{16}=\pm4$

故填：±4

【点睛】此题主要考查平方根，解题的关键是熟知平方根的定义．

2. 计算：$2\sqrt{5}-3\sqrt{5}+4\sqrt{5}=$_______.

【答案】$3\sqrt{5}$

【解析】

【分析】本题主要考查二次根式的加减混合运算，解题的关键是能正确合并同类二次根式．

根据二次根式加减运算法则计算即可．

【详解】$2\sqrt{5}-3\sqrt{5}+4\sqrt{5}$

$=3\sqrt{5}$．

故答案为：$3\sqrt{5}$．

3. 写出在$\sqrt{8}$与$\sqrt{12}$之间的一个有理数，这个数可以是______（只需填写一个）．

【答案】答案不唯一，3

【解析】

【分析】根据无理数的估算，实数大小比较解答即可．本题考查了无理数的估算，熟练掌握估算思想是解题的关键．

【详解】∵ $2<\sqrt{8}<3$，$3<\sqrt{12}<4$，

∴在 $\sqrt{8}$ 与 $\sqrt{12}$ 之间的一个有理数，可以是 3，

故答案为：3．

4. 数轴上，实数 $2-\sqrt{5}$ 对应的点在原点的______侧．

【答案】左

【解析】

【分析】根据无理数的估算，实数大小比较解答即可．本题考查了无理数的估算，熟练掌握估算思想是解题的关键．

【详解】∵ $2<\sqrt{5}<3$，

∴ $2-\sqrt{5}<0$，

∴实数 $2-\sqrt{5}$ 对应的点在原点的左侧，

故答案为：左．

5. 今年春节黄金周上海共接待游客约 16750000 人，将 16750000 这个数保留三个有效数字并用科学记数法表示是______．

【答案】1.68×10^{7}

【解析】

【分析】此题考查了正整数指数的科学记数法与有效数字，对于一个绝对值大于 10 的数，科学记数法的表示形式为 $a\times10^{n}$ 的形式，其中 $1<|a|<10$，n 为比原数的整数位数少 1 的正整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．同时要对近似值有效数字有正确的理解：从一个数的左边第一个非零数字起，到精确到的数位止，所有数字都是这个数的有效数字．

【详解】解：$16750000\approx1.68\times10^{7}$.

故答案为：1.68×10^{7}.

6. 经过点 $P(-2,5)$ 且垂直于 x 轴的直线可以表示为直线______．

【答案】$x=-2$

【解析】

【分析】根据横坐标相同的直线垂直 x 轴，解答即可．

本题考查了坐标的特征，熟练掌握平行 y 轴的点的坐标特点是解题的关键．

【详解】根据题意，得 $x=-2$．

故答案为：$x=-2$．

7. 在平面直角坐标系中，点 $M\left(a+2,a-2\right)$ 在 x 轴上，那么点 M 的坐标是______．

【答案】$\left(4,0\right)$

【解析】

【分析】根据点在 x 轴上， 纵坐标为 0，得到 $a-2=0$，解得 $a=2$，得到坐标为 $M\left(4,0\right)$．

本题考查了点在 x 轴上，熟练掌握点 x 轴上， 纵坐标为 0 是解题的关键．

【详解】根据点在 x 轴上， 纵坐标为 0，得到 $a-2=0$，

解得 $a=2$，

故坐标为 $M\left(4,0\right)$．

故答案为：$\left(4,0\right)$．

8. 已知直线 AB 和直线 CD 相交于点 O，$\angle AOC=2\angle AOD$，那么这两条直线的夹角等于______度．

【答案】60 或 120

【解析】

【分析】根据 $\angle AOC=2\angle AOD$，设 $\angle AOC=2\angle AOD=2x$，结合 $\angle AOC+\angle AOD=180^\circ$，解答即可．

本题考查了一元一次方程的应用，补角的定义，熟练掌握补角的定义，方程的应用是解题的关键．

【详解】$\because \angle AOC=2\angle AOD$，设 $\angle AOC=2\angle AOD=2x$，

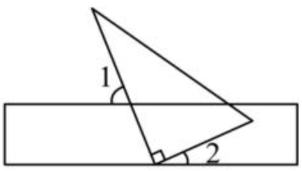
$\because \angle AOC+\angle AOD=180^\circ$，

$\therefore x+2x=180$．

解得 $x=60^\circ,2x=120^\circ$．

故答案为：60 或 120．

9. 如图，将一块直角三角板的直角顶点放在一个长方形纸片的一边上，那么 $\angle 1+\angle 2=$______度．



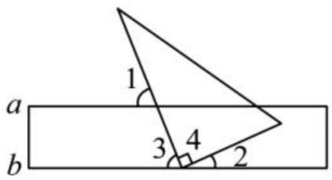
【答案】90

【解析】

【分析】根据 $a\parallel b$ 得到 $\angle 1=\angle 3$，结合 $\angle 2+\angle 3+\angle 4=180^\circ$，解答即可．

本题考查了平行线的性质，邻补角的定义，熟练掌握平行线的性质是解题的关键．

【详解】∵ $a \parallel b$，



∴ $\angle 1 = \angle 3$，

∵ $\angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180°$，$\angle 4 = 90°$，

∴ $\angle 2 + \angle 3 = 90°$.

∴ $\angle 1 + \angle 2 = 90°$.

故答案为：90.

10. 如果一个三角形的两条边长分别为 3 和 8，且第三边的长为整数，那么第三边的长的最小值是______.

【答案】6

【解析】

【分析】设第三边长为 x，根据题意，得 $8-3<x<8+3$ 即 $5<x<11$，故最小值为 6，解答即可.

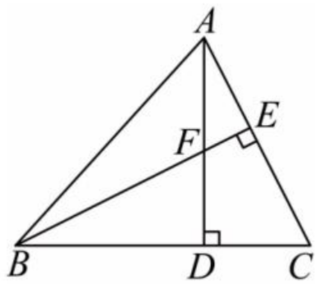
本题考查了矩形三边关系，熟练掌握三角形三边关系定理是解题的关键.

【详解】设第三边长为 x，根据题意，得 $8-3<x<8+3$ 即 $5<x<11$，

故最小值为 6，

故答案为：6.

11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AD \perp BC$，$BE \perp AC$，垂足分别为点 D、点 E，AD 与 BE 交于点 F，要使 $\triangle BDF \cong \triangle ADC$，还需添加一个条件，这个条件可以是______（只需填写一个）.



【答案】$BD = AD$（答案不唯一）

【解析】

【分析】此题考查了全等三角形的判定，根据全等三角形的判定定理求解即可.

【详解】∵ $AD \perp BC$，$BE \perp AC$，

∴ $\angle BDF = \angle ADC = 90°$

∵ $\angle BFD = \angle AFE$

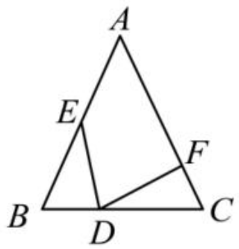
$\therefore \angle DBF = \angle DAC$

$\therefore$添加条件 $BD = AD$

$\therefore \triangle BDF \cong \triangle ADC(\text{ASA})$

故答案为：$BD = AD$（答案不唯一）.

12. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB = AC$，$\angle A = 50^\circ$，点D、E、F分别在边BC、AB、AC上，如果$BD = CF$，$BE = CD$，那么$\angle EDF =$______度.



【答案】65°

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定与性质，等腰三角形的性质等知识点，根据题意证$\triangle BDE \cong \triangle CFD$得$\angle BDE = \angle CFD$是解题关键.

【详解】解：$\because AB = AC$，$\angle A = 50^\circ$，

$\therefore \angle B = \angle C = \dfrac{180^\circ - 50^\circ}{2} = 65^\circ$

$\because BD = CF$，$BE = CD$，

$\therefore \triangle BDE \cong \triangle CFD$

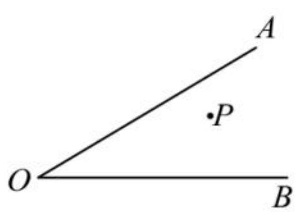
$\therefore \angle BDE = \angle CFD$

$\because \angle CFD + \angle CDF = 180^\circ - \angle C = 115^\circ$

$\therefore \angle BDE + \angle CDF = 115^\circ$

$\therefore \angle EDF = 180^\circ - (\angle BDE + \angle CDF) = 65^\circ$

13. 如图，已知$\angle AOB = 30^\circ$，点P在$\angle AOB$的内部，点P_1与点P关于OB对称，点P_2与点P关于OA对称，连接P_1P_2、OP_1、OP_2，如$\triangle OP_1P_2$的周长是18，那么$OP =$______.



【答案】6

【解析】

【分析】根据题意，得点 P_1 与点 P 关于 OB 对称，点 P_2 与点 P 关于 OA 对称，得到 $\angle 1=\angle 2, \angle 3=\angle 4$，$OP=OP_1=OP_2$，结合 $\angle 2+\angle 3=\angle AOB=30°$，得到 $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=2(\angle 2+\angle 3)=60°$，得到 $\triangle OP_1P_2$ 是等边三角形，结合 $\triangle OP_1P_2$ 的周长是 18，解答即可.

本题考查了对称，等边三角形的判定和性质，熟练掌握等边三角形判定和性质是解题的关键.

【详解】解：根据题意，得点 P_1 与点 P 关于 OB 对称，点 P_2 与点 P 关于 OA 对称，

$\therefore \angle 1=\angle 2, \angle 3=\angle 4$，$OP=OP_1=OP_2$，

$\because \angle 2+\angle 3=\angle AOB=30°$，

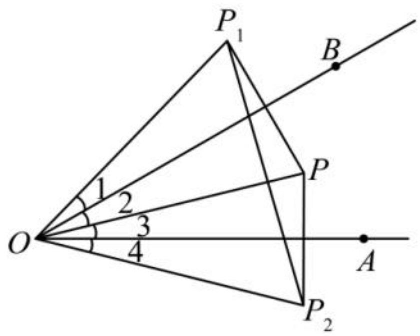
$\therefore \angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=2(\angle 2+\angle 3)=60°$，

$\therefore \triangle OP_1P_2$ 是等边三角形，

$\because \triangle OP_1P_2$ 的周长是 18，

$\therefore OP=OP_1=OP_2=P_1P_2$，

$\therefore OP=18\div 3=6$.



故答案为：6.

14. 已知在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$AD\perp BC$，垂足为点 D，点 O 在直线 AD 上，且 $OA=OB=OC$，如果点 B 绕点 O 旋转 $60°$ 后恰好与点 C 重合，那么 $\angle BAC=$______度.

【答案】30

【解析】

【分析】本题考查了等腰三角形的性质，三角形的外角性质，解题的关键是掌握等腰三角形的性质. 根据题意可得 $\angle BOC=60°$，由 $AB=AC$，$AD\perp BC$，可得 $\angle BOD=\angle COD=30°$，结合 $OA=OB=OC$，可推出 $\angle OAB=\angle OBA$，$\angle OAC=\angle OCA$，再根据三角形的外角性质求出 $\angle OAB=\angle OAC=15°$，即可求解.

【详解】解：根据题意可得$\angle BOC=60^\circ$，

$\because AB=AC$，$OA=OB=OC$，$AD\perp BC$，点O在直线AD上，

$\therefore \angle BOD=\angle COD=\frac{1}{2}\angle BOC=30^\circ$，

又$\because OA=OB=OC$，

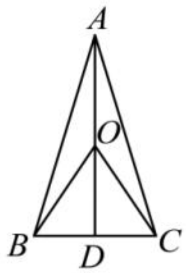
$\therefore \angle OAB=\angle OBA$，$\angle OAC=\angle OCA$，

$\therefore \angle BOD=\angle OAB+\angle OBA=2\angle OAB=30^\circ$，$\angle COD=\angle OAC+\angle OCA=2\angle OAC=30^\circ$

$\therefore \angle OAB=\angle OAC=15^\circ$，

$\therefore \angle BAC=\angle OAB+\angle OAC=30^\circ$，

故答案为：30．



二、选择题（本大题共6题，每小题2分，满分12分）

15. 下列实数中，是无理数的是（　　）

A. $\sqrt[3]{8}$　　　　B. $0.\dot{2}\dot{3}$　　　　C. 0.010010001　　　　D. $\sqrt{12}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据无理数的定义判断即可．本题考查了无理数即无限不循环小数，熟练掌握定义是解题的关键．

【详解】A. $\sqrt[3]{8}=2$是有理数，不符合题意；

B. $0.\dot{2}\dot{3}$是有理数，不符合题意；

C. 0.010010001是有理数，不符合题意；

D. $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$是无理数，符合题意；

故选D．

16. 下列计算正确的是（　　）

A. $-\sqrt{(-6)^2}=-6$　　　　B. $(-\sqrt{6})^2=36$　　　　C. $\sqrt{16}=\pm4$　　　　D. $\sqrt{4\frac{1}{4}}=2\frac{1}{2}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据算术平方根，平方根的意义解答即可．

本题考查了算术平方根，平方根，熟练掌握定义是解题的关键．

【详解】A. $-\sqrt{(-6)^2}=-6$，正确，符合题意；

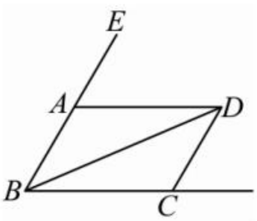
B. $\left(-\sqrt{6}\right)^2=6$，错误，不符合题意；

C. $\sqrt{16}=4$，错误，不符合题意；

D. $\sqrt{4\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{17}}{2}$，错误，不符合题意；

故选 A．

17. 如图，下列说法中，错误的是（　　）



A. $\angle EAD$ 与 $\angle EBD$ 是同位角　　B. $\angle EAD$ 与 $\angle DBC$ 是同位角

C. $\angle EAD$ 与 $\angle ADC$ 是内错角　　D. $\angle EAD$ 与 $\angle ADB$ 是内错角

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查三线八角，涉及三线八角定义及图形，根据定义及图形逐项验证即可得到答案，熟记三线八角定义、识别图形是解决问题的关键．

【详解】解：A、$\angle EAD$ 与 $\angle EBD$ 是同位角，说法正确，不符合题意；

B、$\angle EAD$ 与 $\angle DBC$ 是同位角，说法错误，符合题意；

C、$\angle EAD$ 与 $\angle ADC$ 是内错角，说法正确，不符合题意；

D、$\angle EAD$ 与 $\angle ADB$ 是内错角，说法正确，不符合题意；

故选：B．

18. 只给定三角形的两个元素，画出的三角形的形状和大小是不确定的．在下列给定的两个条件的基础上，增加一个 $AB=4\text{cm}$ 的条件后，所画出的三角形的形状和大小仍不能完全确定的是（　　）

A. $\angle A=60°,\angle B=30°$　　B. $BC=6\text{cm},\angle B=30°$

C. $BC=3\text{cm},\angle A=30°$　　D. $BC=5\text{cm},AC=6\text{cm}$

【答案】C

【解析】

【分析】根据三角形全等的判定定理之一判断即可.

本题考查了全等三角形的判定，熟练掌握判定定理是解题的关键.

【详解】A. $\angle A=60°,\angle B=30°$，添加 $AB=4\text{cm}$，满足 ASA，能确定，不符合题意；

B. $BC=6\text{cm},\angle B=30°$，添加 $AB=4\text{cm}$，满足SAS，能确定，不符合题意；

C. $BC=3\text{cm},\angle A=30°$，添加 $AB=4\text{cm}$，满足SSA，不能确定，符合题意；

D. $BC=5\text{cm},AC=6\text{cm}$，添加 $AB=4\text{cm}$，满足SSS，能确定，不符合题意；

故选 C.

19. 从 1、-3、4 这三个数中，随意取两个数组成一个点的坐标，这个点恰好落在第二象限的可能性大小是（　　）

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查的是用列表法或画树状图法求概率．列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，适合于两步完成的事件；树状图法适合两步或两步以上完成的事件；注意概率＝所求情况数与总情况数之比.

用列表法得出所有等可能结果，从中找到该点在第二象限的结果数，再利用概率公式求解可得.

【详解】解：根据题意列表如下：

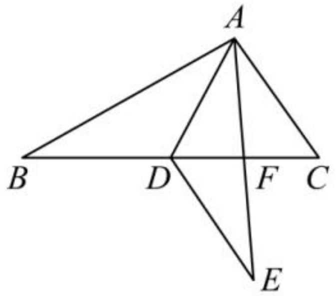
	1	-3	4
1		$(-3,1)$	$(4,1)$
-3	$(1,-3)$		$(4,-3)$
4	$(1,4)$	$(-3,4)$	

共有 6 种等可能情况，该点在第二象限的情况数有 $(-3,1)$ 和 $(-3,4)$ 这 2 种结果，

∴该点在第一象限的概率等于 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

故选：C．

20. 如图，在$\triangle ABC$中，D是边BC的中点，将$\triangle ABD$沿AD翻折，点B落在点E处，AE交CD于点F，$\triangle ADF$的面积恰好是$\triangle ABC$面积的$\frac{1}{4}$．小丽在研究这个图形时得到以下两个结论：①$\angle B=\angle CAE$；②$AC=CD$．那么下列说法中，正确的是（　　）



A. ①正确②错误　　B. ①错误②正确

C. ①、②皆正确　　D. ①、②皆错误

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了折叠的性质，三角形的面积，解题的关键是掌握折叠的性质，根据折叠的性质求解即可．

【详解】解：由折叠可得：$AB=AE$，$BD=DE$，$\angle B=\angle E$，$\angle BAD=\angle EAD$，

$\because D$是边CB的中点，

$\therefore BD=CD$，$S_{\triangle ADC}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$，

$\because \triangle ADF$的面积恰好是$\triangle ABC$面积的$\frac{1}{4}$，

$\therefore S_{\triangle ADF}=\frac{1}{2}S\triangle ADC$，

$\therefore DF=CF=\frac{1}{2}DC$，

根据已知条件无法证明$\angle B=\angle CAE, AC=CD$

故①、②皆错误，

故选：D．

三、简答题（本大题共5题，每小题6分，满分30分）

21. 计算：$(-8)^{\frac{1}{3}}+(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3}-1)^0+(-\sqrt{3})^{-2}$．

【答案】$-\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】本题考查了实数的混合运算，解题的关键是掌握相关的运算法则．先算乘方，再算加减即可．

【详解】解：$(-8)^{\frac{1}{3}}+(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3}-1)^0+(-\sqrt{3})^{-2}$

$=\sqrt[3]{-8}+2-1+\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$

$=-2+2-1+\frac{1}{3}$

$=-\frac{2}{3}$

22. 计算：$(\sqrt{2}-1)^2+(\sqrt{5}\times\sqrt{6}-2\sqrt{15})\div\sqrt{15}$．

【答案】$1-\sqrt{2}$

【解析】

【分析】本题考查了二次根式的混合运算，熟练掌握二次根式的运算法则是解题关键．根据完全平方公式及乘法分配率，先去括号，然后计算二次根式的除法，最后合并同类项即可．

【详解】解：$(\sqrt{2}-1)^2+(\sqrt{5}\times\sqrt{6}-2\sqrt{15})\div\sqrt{15}$

$=2-2\sqrt{2}+1+\sqrt{30}\div\sqrt{15}-2\sqrt{15}\div\sqrt{15}$

$=3-2\sqrt{2}+\sqrt{2}-2$

$=1-\sqrt{2}$．

23. 用幂的运算性质计算：$\sqrt{5}+\sqrt[4]{5}\times\sqrt[3]{25}$（结果表示为含幂的形式）．

【答案】$5^{\frac{1}{2}}+5^{\frac{11}{12}}$

【解析】

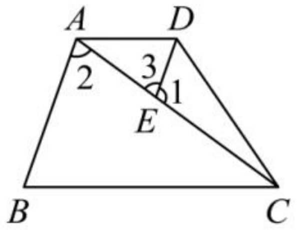
【分析】本题考查了同底数幂的乘法运算、幂的乘方运算，熟记相关运算法则是解题关键．

【详解】解：原式$=5^{\frac{1}{2}}+5^{\frac{1}{4}}\times25^{\frac{1}{3}}$

$=5^{\frac{1}{2}}+5^{\frac{1}{4}}\times5^{\frac{2}{3}}$

$=5^{\frac{1}{2}}+5^{\frac{11}{12}}$

24. 如图，已知$\angle1+\angle2=180°,\angle3=\angle B$，请填写理由，说明$AD\parallel BC$．



解：因为$\angle 1+\angle 2=180^\circ$（已知），$\angle 1+\angle AED=180^\circ$（　　），

所以$\angle 2=\angle AED$（　　）.

所以$AB\parallel DE$（　　）.

所以$\angle 3+$______$=180^\circ$（　　）.

所以$\angle 3=\angle B$（已知）.

又因为$\angle B+$______$=180^\circ$（等量代换）.

所以$AD\parallel BC$（　　）.

【答案】邻补角定义、等量代换、内错角相等，两直线平行、$\angle BAD$、两直线平行，同旁内角互补、$\angle BAD$、同旁内角互补，两直线平行

【解析】

【分析】本题考查平行线的判定与性质、涉及邻补角定义等知识，由邻补角定义及已知条件得到$\angle 2=\angle AED$，再由平行线的判定与性质得到$\angle 3+\angle BAD=180^\circ$，再由等量代换即可得到$\angle B+\angle BAD=180^\circ$，从而判断$AD\parallel BC$．熟记平行线的判定与性质是解决问题的关键.

【详解】解：因为$\angle 1+\angle 2=180^\circ$（已知），$\angle 1+\angle AED=180^\circ$（邻补角定义），

所以$\angle 2=\angle AED$（等量代换）.

所以$AB\parallel DE$（内错角相等，两直线平行）.

所以$\angle 3+\angle BAD=180^\circ$（两直线平行，同旁内角互补）.

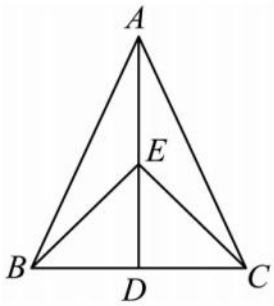
因为$\angle 3=\angle B$（已知）.

又因为$\angle B+\angle BAD=180^\circ$（等量代换）.

所以$AD\parallel BC$（同旁内角互补，两直线平行）.

故答案为：邻补角定义、等量代换、内错角相等，两直线平行、$\angle BAD$、两直线平行，同旁内角互补、$\angle BAD$、同旁内角互补，两直线平行.

25. 如图，在$\triangle ABC$中，E是AD上一点，$AB=AC$，$\angle ABE=\angle ACE$，请填写理由，说明$AD\perp BC$．



解：因为 $AB=AC$（已知），所以 $\angle ABC=\angle ACB$（　　）.

又因为 $\angle ABE=\angle ACE$（已知），所以 $\angle ABC-\angle ABE=\angle ACB-\angle ACE$（等式性质）.

即 $\angle EBC=\angle ECB$.

所以 $EB=EC$（　　）.

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle ACE$ 中，$\begin{cases}AB=AC\\EB=EC\\AE=AE(\text{公共边})\end{cases}$，

所以 $\triangle ABE\cong\triangle ACE$（　　）.

所以 $\angle BAE=$______（　　）.

又因为 $AB=AC$（已知），

所以 $AD\perp BC$（　　）.

【答案】等边对等角、等角对等边、SSS、$\angle CAE$、全等三角形对应边相等、等腰三角形三线合一

【解析】

【分析】本题考查等腰三角形的判定与性质、三角形全等的判定与性质等知识，先由等腰三角形的判定与性质得到 $EB=EC$，再由三角形全等判定与性质得到 $\angle BAE=\angle CAE$，最后由等腰三角形三线合一求解即可得到答案．熟练掌握等腰三角形的判定与性质、三角形全等的判定与性质是解决问题的关键.

【详解】解：解：因为 $AB=AC$（已知），所以 $\angle ABC=\angle ACB$（等边对等角）.

又因为 $\angle ABE=\angle ACE$（已知），所以 $\angle ABC-\angle ABE=\angle ACB-\angle ACE$（等式性质）.

即 $\angle EBC=\angle ECB$.

所以 $EB=EC$（等角对等边）.

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle ACE$ 中，$\begin{cases}AB=AC\\EB=EC\\AE=AE(\text{公共边})\end{cases}$，

所以 $\triangle ABE\cong\triangle ACE$（SSS）.

所以 $\angle BAE=\angle CAE$（全等三角形对应边相等）.

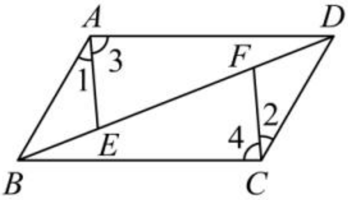
又因为 $AB=AC$（已知），

所以 $AD \perp BC$（等腰三角形三线合一）.

故答案为：等边对等角、等角对等边、SSS、$\angle CAE$、全等三角形对应边相等、等腰三角形三线合一.

四、解答题（本大题共3小题，第1题6分，第2题6分，第3题8分，满分20分）

26. 对于如图给定的图形（不再添线），从① $\angle 1=\angle 2$；② $\angle 3=\angle 4$；③ $AD \parallel BC$；④ $AB \parallel CD$ 中选取两个作为已知条件，通过说理能得到 $AE \parallel CF$.



（1）你选择的两个条件是______（填序号）；

（2）根据你选择的两个条件，说明 $AE \parallel CF$ 的理由.

【答案】（1）②③　　（2）见解析

【解析】

【分析】（1）根据平行线的判定和性质，适当选择解答即可；

（2）根据平行线的判定解答即可.

本题考查了平行线的判定和性质，熟练掌握判定是解题的关键.

【小问1详解】

解：根据题意，选择②③，

故答案为：②③.

【小问2详解】

解：$\because AD \parallel BC$，

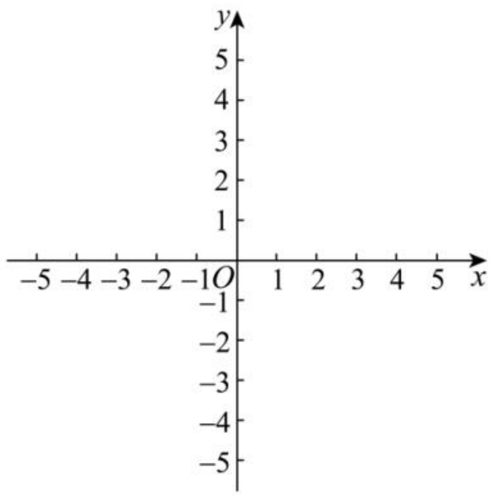
$\therefore \angle ADE=\angle CBD$.

$\because \angle 3=\angle 4$，

$\therefore \angle AED=\angle BFC$.

$\therefore AE \parallel CF$.

27. 在平面直角坐标系中，点 $A(-3,0)$，将点 A 先向右平移1个单位，再向下平移2个单位得点 B，点 B 关于原点对称的点记为点 C.



（1）分别写出点 B、C 的坐标：$B(\_\_\_\_\_\_\_\_)$、$C(\_\_\_\_\_\_\_\_)$；

（2）$\triangle ABC$ 的面积是______；

（3）点 D 是直线 $x=3$ 上的一点，如果 $\triangle OAD$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积，那么点 D 的坐标是______.

【答案】（1）$B(-2,-2)$；$C(2,2)$

（2）6　　（3）$D(3,4)$ 或 $D'(3,-4)$

【解析】

【分析】（1）根据右加下减，确定点 B 的坐标，再根据横坐标变相反数，纵坐标变相反数，确定点 C 即可；

（2）利用分割法计算 $\triangle ABC$ 的面积即可；

（3）设点 $D(3,m)$，根据 $\triangle OAD$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积，得 $\frac{1}{2}OA\cdot|m|=6$，解答即可.

本题考查了点的坐标平移，原点对称，分割法计算面积，计算面积相等的点的坐标，熟练掌握平移规律，分割法计算面积是解题的关键.

【小问 1 详解】

$\because$ 点 $A(-3,0)$，将点 A 先向右平移 1 个单位，再向下平移 2 个单位得点 B，点 B 关于原点对称的点记为点 C.

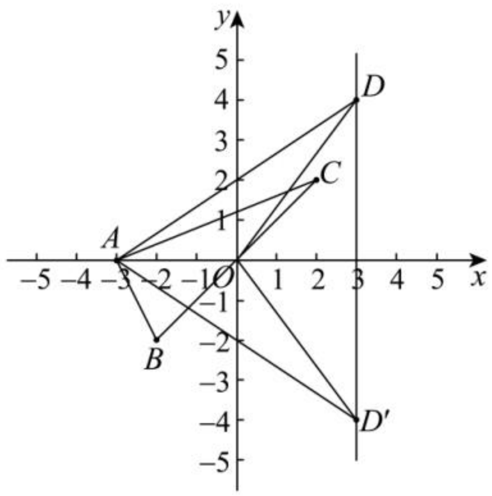
$\therefore B(-2,-2)$；$C(2,2)$

故答案为：$B(-2,-2)$；$C(2,2)$.

【小问 2 详解】

如图，根据题意，得 $A(-3,0)$，$B(-2,-2)$，$C(2,2)$，

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times3\times2+\frac{1}{2}\times3\times2=6$.



【小问 3 详解】

设点 $D(3,m)$，根据 $\triangle OAD$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积，得

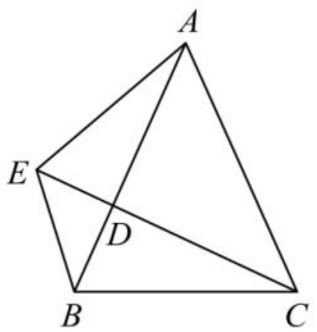
$AO=3$，$\frac{1}{2}OA\cdot|m|=6$，

解得 $m=4,m=-4$，

故 $D(3,4)$ 或 $D'(3,-4)$.

故答案为：$D(3,4)$ 或 $D'(3,-4)$.

28. 如图，已知等腰 $\triangle ABC, AB=AC$，D 是边 AB 上一点（不与点 A、B 重合），E 是线段 CD 延长线上一点，$\angle BEC=\angle BAC$.



（1）说明 $\angle EBA=\angle DCA$ 的理由；

（2）小华在研究这个问题时，提出了一个新的猜想：点 D 在运动的过程中（不与点 A、B 重合），$\angle AEC$ 与 $\angle ABC$ 是否会相等？小丽思考片刻后，提出了自己的想法：可以在线段 CE 上取一点 H，使得 $CH=BE$，连接 AH，然后通过学过的知识就能得到 $\angle AEC$ 与 $\angle ABC$ 相等．你能否根据小丽同学的想法，说明 $\angle AEC=\angle ABC$ 的理由.

【答案】（1）见解析　　（2）见解析

【解析】

【分析】（1）根据 $\angle BEC=\angle BAC$，结合 $\angle EDB=\angle ADC$，利用三角形内角和定理证明 $\angle EBA=\angle DCA$ 即

可；

（2）根据（1）得 $\angle EBA=\angle DCA$，结合 $AB=AC$，$CH=BE$，证明 $\triangle AEB\cong\triangle AHC(\text{SAS})$，得到 $\angle BAE=\angle CAH$，$AE=AH$，继而得到 $\angle BAE+\angle DAH=\angle CAH+\angle DAH$ 即 $\angle EAH=\angle BAC$．继而得到 $180^\circ-\angle EAH=180^\circ-\angle BAC$，故 $2\angle AEC=2\angle ABC$，得证 $\angle AEC=\angle ABC$．

【小问 1 详解】

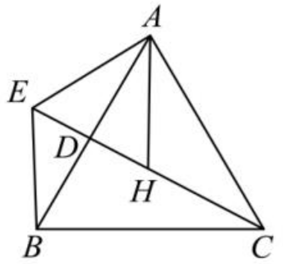
$\because \angle BEC=\angle BAC$，$\angle EDB=\angle ADC$，

$\therefore 180^\circ-\angle BEC-\angle BDE=180^\circ-\angle BAC-\angle ADC$，

$\therefore \angle EBA=\angle DCA$；

【小问 2 详解】

解：根据题意，作图如下，



根据（1）得 $\angle EBA=\angle DCA$，

$\because AB=AC$，$CH=BE$，

$\therefore \triangle AEB\cong\triangle AHC(\text{SAS})$，

$\therefore \angle BAE=\angle CAH$，$AE=AH$，

$\therefore \angle AEC=\angle AHE$，

$\therefore \angle BAE+\angle DAH=\angle CAH+\angle DAH$ 即 $\angle EAH=\angle BAC$．

$\therefore 180^\circ-\angle EAH=180^\circ-\angle BAC$，

$\therefore 2\angle AEC=2\angle ABC$，

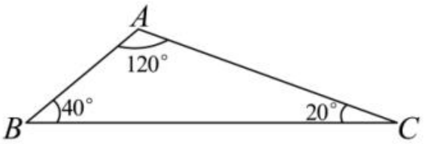
$\therefore \angle AEC=\angle ABC$．

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质，三角形全等的判定和性质，三角形内角和定理，对等角相等，熟练掌握等腰三角形的性质，三角形全等的判定和性质是解题的关键．

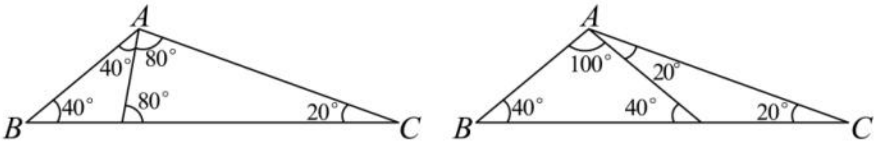
五、探究题（本大题共 3 小题，第 1 小题 2 分，第 2 小题 4 分，第 3 小题 4 分，满分 10 分）

29. 上海教育出版社七年级第二学期《练习部分》第 60 页习题 14.6（2）第 5 题及参考答案．

5．过下面三角形的一个顶点画一条直线，把这个三角形分割成两个等腰三角形：



参考答案：



小华在完成了以上解答后，对分割三角形的问题产生了兴趣，并提出了以下三个问题，请你解答：

【问题 1】

如图 1，$\triangle ABC$ 中，$\angle A=120^\circ,\angle B=40^\circ,\angle C=20^\circ$，请设计一个方案把 $\triangle ABC$ 分割成两个小三角形，其中一个小三角形三个内角的度数与原三角形的三个内角的度数分别相等，另一个小三角形是等腰三角形. 请直接画出示意图并标出等腰三角形顶角的度数（示意图画在答题卡上）；

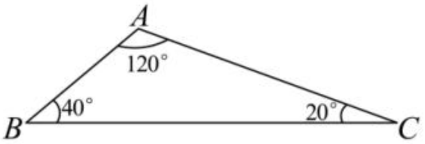


图1

【问题 2】

如果有一个内角为 26° 的三角形被分割成两个小三角形，其中一个小三角形三个内角的度数与原三角形三个内角的度数分别相等，另一个小三角形是等腰三角形，那么原三角形最大内角的度数所有可能的值为______；

【问题 3】

如图 2，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=60^\circ,\angle B=70^\circ,\angle C=50^\circ$，在 $\triangle DEF$ 中，$\angle D=60^\circ,\angle E=85^\circ,\angle F=35^\circ$，分别用一条直线分割这两个三角形，使 $\triangle ABC$ 分割成的两个小三角形三个内角的度数与 $\triangle DEF$ 分割成的两个小三角形三个内角的度数分别相等，请设计两种不同的分割方案，直接画出示意图并标出相应的角的度数（示意图画在答题卡上）.

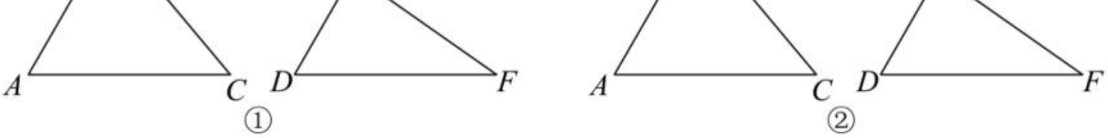


图2

【答案】(1)顶角 $\angle BDC=140^\circ$，见解析(2) 141° (3)见解析

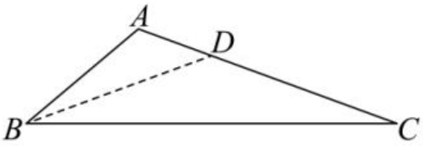
【解析】

【分析】(问题 1) 作 $\angle ABC$ 的平分线，交 AC 于点 D，则 $\angle ABD=\angle CBD=\angle C=20^\circ$，$\angle ADB=40^\circ$，此时 $DB=DC$，$\triangle DBC$ 是等腰三角形，此时顶角 $\angle BDC=140^\circ$．

(问题 2) 根据 (1) 作较大内角的平分线，交 AC 于点 D，则 $\angle ABD=\angle CBD=\angle C$，此时 $DB=DC$，$\triangle DBC$ 是等腰三角形．当 $\angle ABD=\angle CBD=\angle C=\frac{1}{2}\times 26^\circ=13^\circ$ 最大解答即可．

(问题 3) 根据题意，利用构造角的平分线，构造等角等方法，解答即可．

【详解】(问题 1) 如图，作 $\angle ABC$ 的平分线，交 AC 于点 D，则 $\angle ABD=\angle CBD=\angle C=20^\circ$，$\angle ADB=40^\circ$，此时 $DB=DC$，$\triangle DBC$ 是等腰三角形，此时顶角 $\angle BDC=140^\circ$．



(问题 2) 根据 (1) 作较大内角的平分线，交 AC 于点 D，则 $\angle ABD=\angle CBD=\angle C$，此时 $DB=DC$，$\triangle DBC$ 是等腰三角形．当 $\angle ABD=\angle CBD=\angle C=\frac{1}{2}\times 26^\circ=13^\circ$，

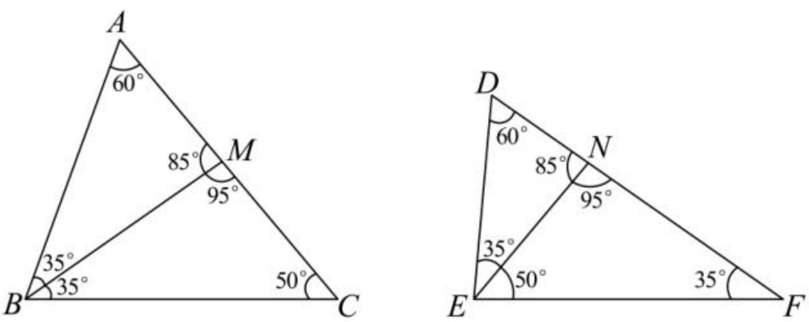
最大 $180-\left(26^\circ+13^\circ\right)=141^\circ$，

故答案为：141°；

(问题 3) 根据题意，设计如下：

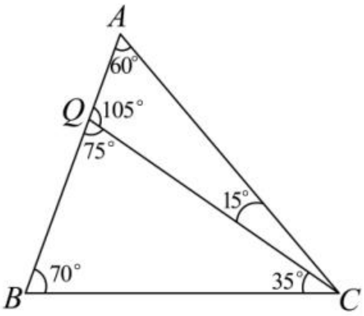
方案 1：作 $\angle ABC$ 的平分线，交 AC 于点 M，根据题意，得 $\angle A=60^\circ,\angle ABM=\angle CBM=\frac{1}{2}\times 70^\circ=35^\circ$，$\angle C=50^\circ,\angle AMB=85^\circ,\angle BMC=95^\circ$；

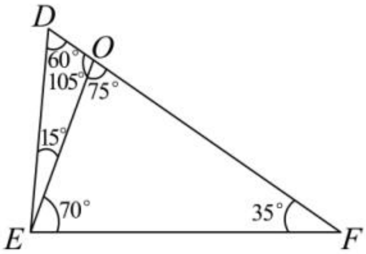
作 $\angle DEN=35^\circ$，交 DF 于点 N，根据题意，得 $\angle D=60^\circ,\angle DNE=85^\circ$，$\angle NEF=50^\circ,\angle F=35^\circ,\angle ENF=95^\circ$．



方案 2：作 $\angle ACQ=15^\circ$，交 AB 于点 Q，根据题意，得 $\angle A=60^\circ,\angle AQC=105^\circ$，

$\angle BCQ=35°,\angle BQC=75°,\angle B=70°$；





作 $\angle DEO=15°$，交 DF 于点 O，根据题意，得 $\angle D=60°,\angle DOE=105°$，

$\angle EOF=75°,\angle F=35°,\angle OEF=70°$.

【点睛】本题考查了等腰三角形的判定和性质，角的平分线的作图，作一个角等于定角，三角形内角和定理，熟练掌握等腰三角形的判定和性质，角的平分线的作图，作一个角等于定角是解题的关键．