松江区 2023 学年第二学期七年级数学期末考试试卷

（考试时间 90 分钟，满分 100 分）　2024.6

一、填空题（每题 2 分，共 28 分）

1. -27的立方根是__________.

2. 若$x^4=16$，则$x=$__________.

3. 比较大小：-6________$-3\sqrt{2}$（填“>”，“=”，“<”）.

4. 把方根化为幂的形式：$\frac{1}{\sqrt[3]{5^2}}$______.

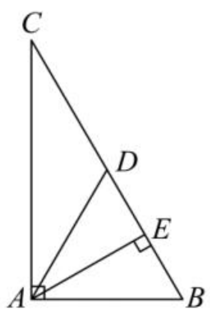
5. 根据《2023 年上海市国民经济和社会发展统计公报》公布的数据，至 2023 年末，上海全市常住人口为2487.45万人，较 2022 年底增长了11.56万人．将数据2487.45万用科学计数法表示为________（保留三个有效数字）.

6. 经过点$P(-1,5)$且垂直于x轴的直线可以表示为直线________.

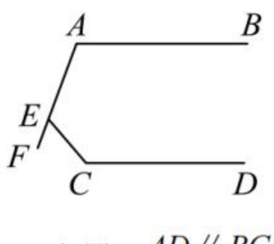
7. 如果点$A(2,t)$在x轴上，那么点$B(t-2,t+1)$在第______象限.

8. 已知等腰三角形的一边长为 3，另一边长为 6，则它的周长为______.

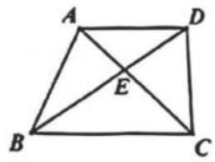
9. 如图，在$\triangle ABC$中，$\angle CAB=90^\circ$，$AE\perp BC$，垂足为点E，D为BC的中点，则点A到直线BC的距离是线段________的长度.



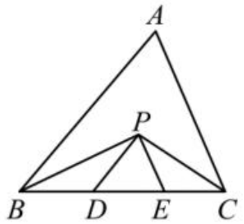
10. 如图，已知$AB\parallel CD$，$\angle A=110^\circ$，$\angle C=130^\circ$，则$\angle FEC=$________$^\circ$.



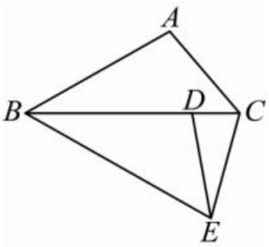
11. 如图，$AD\parallel BC$，AC、BD交于点E，$\triangle ABC$的面积等于 10，$\triangle BEC$的面积等于 6，那么$\triangle CDE$的面积等于________.



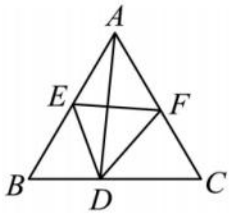
12. 如图，在$\triangle ABC$中，$BC=3\text{cm}$，BP、CP分别是$\angle ABC$、$\angle ACB$的平分线，且$PD\parallel AB$，$PE\parallel AC$，点D、E在边BC上，则$\triangle PDE$的周长为_______ cm．



13. 如图，$\triangle ABC\cong\triangle DBE$，点$A$、$C$的对应点分别是点$D$、$E$，点$D$在边$BC$上，如果$\angle ABC=30°$，那么$\angle BCE=$_______°．



14. 如图，已知在等边$\triangle ABC$中，$AB=4\text{cm}$，点E、F分别在边AB、AC上，将$\triangle ABC$沿EF翻折，点A正好落在边BC上的点D处，如果$\triangle BDE$的周长比$\triangle CDF$的周长小1cm，那么$BD=$_______ cm．



二、单项选择题（每题3分，共12分）

15. 在$3.14,-\sqrt{6},\sqrt[3]{-1},2\pi,\dfrac{1}{6}$这五个数中，无理数的个数是（　　）

A. 1　　　　B. 2　　　　C. 3　　　　D. 4

16. 下列说法中，正确的是（　　）

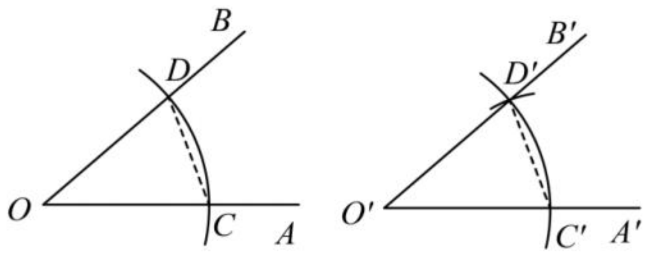
A. 两条直线被第三条直线所截，同位角相等

B. 连接直线外一点到直线上各点的所有线段中，垂线最短

C. 经过一点，有且只有一条直线与已知直线平行

D. 在平面内经过直线上或直线外的一点作已知直线的垂线可以作一条，并且只可以作一条

17. 如图是用直尺和圆规作一个角等于已知角的示意图，则说明 $\angle A'O'B'=\angle AOB$ 的依据是（　）



A. SAS　　　B. SSS　　　C. AAS　　　D. ASA

18. 已知点 $M(3,-2)$ 与 $N(x,y)$ 在同一条平行于 x 轴的直线上，且点 N 到 y 轴的距离等于 4，那么点 N 的坐标为（　　）

A. $(4,2)$ 或 $(-4,2)$　　　B. $(4,-2)$ 或 $(-4,-2)$

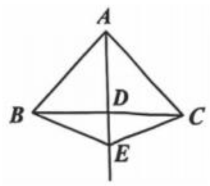
C. $(4,-2)$ 或 $(-5,-2)$　　　D. $(4,-2)$ 或 $(-1,-2)$

三、简答题（每题 6 分，共 24 分）

19. 计算：$\left(\sqrt{3}\right)^{-2}-\sqrt[3]{8}-\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)^{0}+\sqrt{\left(\sqrt{3}-2\right)^{2}}$

20. 计算：$\sqrt[6]{25^{2}}\times\sqrt{125}\div\sqrt[6]{5}$.

21. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，D 在边 BC 上，E 在 AD 延长线上，且 $EB=EC$，$\angle ABE=\angle ACE$，请填写理由说明 $AD\perp BC$.



解：因为 $EB=EC$（已知），

所以 $\angle EBC=\angle ECB$（　　）.

又因为 $\angle ABE=\angle ACE$（已知），

所以 $\angle ABE-\angle EBC=\angle ACE-\angle ECB$（　　）.

即 $\angle ABC=\angle ACB$.

所以 $AB=AC$（　　）.

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACE$ 中，

$$\begin{cases} AB = AC(\text{已知}) \\ EB = EC(\text{已知}) \\ AE = AE(\text{公共边}) \end{cases}$$

所以$\triangle ABE \cong \triangle ACE$（　　）.

得$\angle BAD = \angle CAD$（　　）.

所以$AD \perp BC$（　　）.

22. 书上的一个等腰三角形被墨迹污染了，只有底边AB和底角$\angle B$可见.

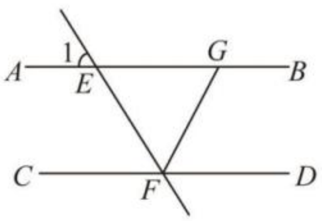
（1）请你画出书上原来的等腰ΔABC的形状，并写出结论；（可以使用尺规或三角板、量角器等工具，但保留画图痕迹及标志相应符号）；

（2）画出ΔABC边AB上的高，点D为垂足，并完成下面的填空：

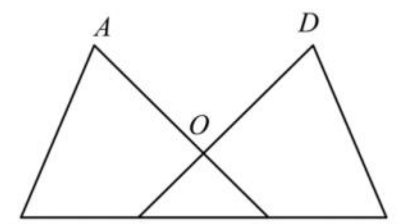
将“等腰三角形底边上的高平分底边和顶角”的性质用符号语言表示：在ΔABC中，如果$AC = BC$，且$CD \perp AB$，那么______________，且________________.

四、解答题（23题6分，24题7分，25题6分，26题8分，27题9分，共36分）

23. 如图，已知$AB \parallel CD$，EF交AB于点E，交CD于点F，FG平分$\angle EFD$，交AB于点G.若$\angle 1 = 50°$，求$\angle BGF$的度数.



24. 如图，点E，F在BC上，$BE = CF$，$AB = DC$，$\angle B = \angle C$.

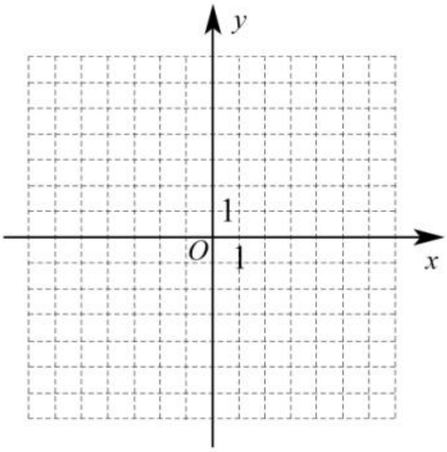


（1）试说明$\angle BAF = \angle CDE$的理由；

（2）连接AD，试说明$AD \parallel BC$的理由.

25. 已知点A的坐标为$(3,2)$，设点A关于y轴对称点为B，点A关于原点的对称点为C. 点A绕点O顺时

针旋转 90°得点 D.

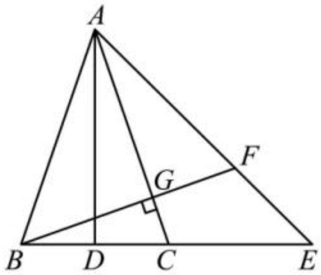


（1）点 B 的坐标是________；点 C 的坐标是________；点 D 的坐标是________；

（2）顺次连接点 A、B、C、D，那么四边形 $ABCD$ 的面积是________；

（3）在 y 轴上找一点 F，使 $S_{\triangle ABF}=S_{\triangle ABC}$，那么满足条件的点 F 的坐标是________.

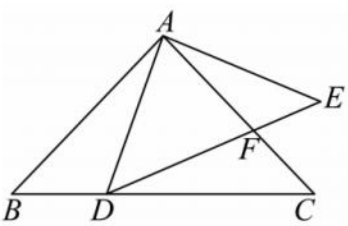
26. 如图，在等腰 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，AD 为中线，延长 DC 至点 E，使 $DE=AD$，连结 AE，过点 B 作 AC 的垂线，垂足为 G，交 AE 于点 F.



（1）若 $\angle BAC=40°$，求 $\angle FBC$ 的度数；

（2）试说明 $BF=AC$ 的理由.

27. 如图，已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 都是等腰三角形，$AB=AC$，$AD=AE$，点 D 在边 BC 边上（不与 B、C 重合），且 $\angle B=\angle ADE$，DE 交 AC 于 F.



（1）试说明 $\angle BAD$ 与 $\angle CAE$ 相等的理由；

（2）连接 CE，若 $CD=CE$，说明 DF 与 EF 相等的理由；

（3）若 $\angle BAD=20°$，当 $\triangle DAF$ 是等腰三角形时，直接写出 $\angle B$ 的度数.

松江区 2023 学年第二学期七年级数学期末考试试卷（答案解析）

（考试时间 90 分钟，满分 100 分）　2024.6

一、填空题（每题 2 分，共 28 分）

1. -27的立方根是_________.

【答案】-3

【解析】

【分析】根据立方根的定义即可求解.

【详解】解：$\because (-3)^3=-27$，

$\therefore -27$的立方根是-3；

故答案为：-3.

【点睛】本题考查了求一个数的立方根，清楚立方根的定义是解题的关键.

2. 若x^4=16，则$x=$_________.

【答案】±2；

【解析】

【分析】根据平方根的性质解答即可

【详解】$\because x^4=16$

$\therefore x^2$=4

$\therefore$x=±2

故答案是：±2

【点睛】本题考查了平方根，理解平方根的意义是关键.

3. 比较大小：-6________$-3\sqrt{2}$（填“＞”，“＝”，“＜”）.

【答案】<

【解析】

【分析】本题考查的是实数的大小比较，先比较被开方数的大小，然后根据两个负数的大小比较即可求解.

【详解】解：$\because 6=\sqrt{36}$，$3\sqrt{2}=\sqrt{18}$，

$\because \sqrt{36}>\sqrt{18}$

$\therefore -\sqrt{36}<-\sqrt{18}$，即$-6<-3\sqrt{2}$，

故答案为：<.

4. 把方根化为幂的形式：$\frac{1}{\sqrt[3]{5^2}}$______.

【答案】$5^{-\frac{2}{3}}$

【解析】

【分析】根据$\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$和负指数幂的性质即可得出结论.

【详解】解：$\frac{1}{\sqrt[3]{5^2}}=\frac{1}{5^{\frac{2}{3}}}=5^{-\frac{2}{3}}$

故答案为：$5^{-\frac{2}{3}}$.

【点睛】此题考查的是分数指数幂和负指数幂，掌握分数指数幂的性质和负指数幂的性质是解题关键.

5. 根据《2023年上海市国民经济和社会发展统计公报》公布的数据，至2023年末，上海全市常住人口为2487.45万人，较2022年底增长了11.56万人．将数据2487.45万用科学计数法表示为________（保留三个有效数字）.

【答案】2.49×10^7

【解析】

【分析】本题考查科学记数法的表示方法，将一个绝对值大于10的数写成科学记数法$a\times10^n$的形式时，其中$1\le|a|<10$，n为比整数位数少1的数.

把一个绝对值大于10的数写成科学记数法$a\times10^n$的形式时，将小数点放到左边第一个不为0的数位后作为a，把整数位数减1作为n，从而确定它的科学记数法形式，再根据其近似值要求即可作答.

【详解】解：2487.45万$=2487.45\times10^4\approx2.49\times10^7$，

故答案为：2.49×10^7.

6. 经过点$P(-1,5)$且垂直于x轴的直线可以表示为直线_______.

【答案】$x=-1$

【解析】

【分析】根据垂直于坐标轴的直线解析式的形式解答.

【详解】∵经过点P（-1，5）且垂直于x轴，

∴直线的解析式是x=-1.

故答案为：x=-1.

【点睛】本题考查了垂直于 x 轴的直线的形式，垂直于 x 轴的直线的形式是 x=a（a 是常数）.

7. 如果点 $A(2,t)$ 在 x 轴上，那么点 $B(t-2,t+1)$ 在第______象限.

【答案】二

【解析】

【分析】由题意 t=0，得到点 B 的坐标，再根据各象限内点的坐标的符号特征判断即可.

【详解】∵点 A（2，t）在 x 轴上，

∴t=0，

∴B 为（-2，1），

∴点 B 在第二象限.

故答案为：二.

【点睛】本题考查了各象限内点的坐标的符号特征，做题的关键是记住各象限内点的坐标的符号，四个象限的符号特点分别是：第一象限（+，+）；第二象限（-，+）；第三象限（-，-）；第四象限（+，-）.

8. 已知等腰三角形的一边长为 3，另一边长为 6，则它的周长为______.

【答案】15

【解析】

【分析】分类讨论另一边可能的情况，再利用三角形的三边关系检验能否构成三角形，最后算出周长即可.

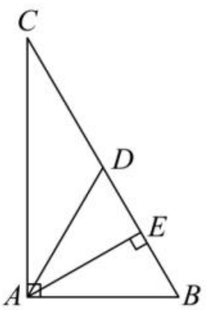
【详解】若等腰三角形的另一边长为 3，此时三边分别为 3，3，6，因为 $3+3=6$，不能构成三角形；

若等腰三角形的另一边长为 6，此时三边分别为 3，6，6，因为 $3+6>6$，能构成三角形，三角形周长为：$3+6+6=15$；

故答案为：15.

【点睛】本题考查了等腰三角形的定义和三角形的三边关系，解题关键是牢记三角形任意两边之和大于第三边.

9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle CAB=90°$，$AE\perp BC$，垂足为点 E，D 为 BC 的中点，则点 A 到直线 BC 的距离是线段________的长度.



【答案】 AE ## EA

【解析】

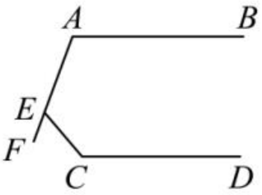
【分析】本题考查了点到直线的距离，根据点到直线的距离：自直线外一点作直线的垂线段，这条垂线段的长度叫做点到直线的距离，即可解答．解决本题的关键是熟记点到直线的距离概念．

【详解】解：∵ $AE\perp BC$，垂足为点 E，

∴点 A 到直线 BC 的距离是线段 AE 的长，

故答案为：AE．

10. 如图，已知 $AB//CD$，$\angle A=110°$，$\angle C=130°$，则 $\angle FEC=$________°．



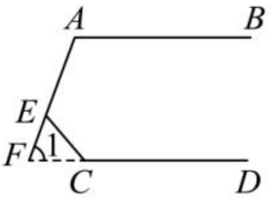
【答案】60

【解析】

【分析】本题考查了平行线的性质，三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和的性质，熟记性质是解题的关键．

延长 AD、DC 相交得到 $\angle 1$，根据两直线平行，同旁内角互补求出 $\angle 1$，再根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和列式计算即可得解．

【详解】解：如图，延长 AE、DC 相交得到 $\angle 1$，



$\because AB//CD$，

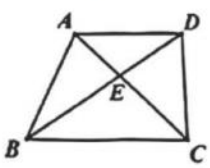
$\therefore \angle A+\angle 1=180°$，

$\therefore \angle 1=180°-\angle A=180°-110°=70°$，

$\therefore \angle FEC=\angle ECD-\angle 1=130°-70°=60°$，

故答案为：60．

11. 如图，$AD//BC$，AC、BD 交于点 E，$\triangle ABC$ 的面积等于 10，$\triangle BEC$ 的面积等于 6，那么 $\triangle CDE$ 的面积等于________．



【答案】4

【解析】

【分析】本题考查了平行线的性质．根据平行线之间的距离处处相等，可得$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle BCD}$，再根据

$S_{\triangle ECD}=S_{\triangle BCD}-S_{\triangle BEC}$计算求解即可．

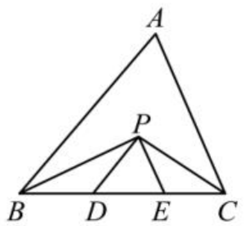
【详解】解：$\because AD \parallel BC$，

$\therefore S_{\triangle BCD}=S_{\triangle ABC}=10$，

$\therefore S_{\triangle ECD}=S_{\triangle BCD}-S_{\triangle BEC}=10-6=4$

故答案为：4．

12. 如图，在$\triangle ABC$中，$BC=3\text{cm}$，BP、CP分别是$\angle ABC$、$\angle ACB$的平分线，且$PD \parallel AB$，$PE \parallel AC$，点D、E在边BC上，则$\triangle PDE$的周长为________cm．



【答案】3

【解析】

【分析】此题主要考查了等腰三角形的性质及平行线的判定等知识点．本题的关键是将$\triangle PDE$的周长就转化为BC边的长．

根据平行线的性质可证的$\triangle DPB$和$\triangle EPC$为等腰三角形，从而将$\triangle PDE$的周长转化为BC的长．

【详解】解：$\because BP$、CP分别是$\angle ABC$和$\angle ACB$的角平分线，

$\therefore \angle ABP=\angle PBD, \angle ACP=\angle PCE$，

Q $PD \parallel AB, PE \parallel AC$，

$\therefore \angle ABP=\angle BPD, \angle ACP=\angle CPE$，

$\therefore \angle PBD=\angle BPD, \angle PCE=\angle CPE$，

$\therefore BD=PD, CE=PE$，

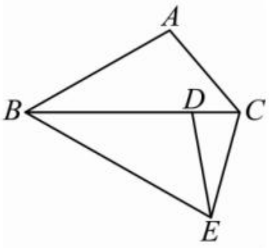
$\because BC=3\text{cm}$，

$\therefore \triangle PDE$的周长$=PD+DE+PE=BD+DE+EC=BC=3\text{cm}$，

即$\triangle PDE$的周长是3cm．

故答案为：3．

13. 如图，$\triangle ABC \cong \triangle DBE$，点 A、C 的对应点分别是点 D、E，点 D 在边 BC 上，如果 $\angle ABC = 30°$，那么 $\angle BCE =$________°．



【答案】75

【解析】

【分析】本题主要考查全等三角形的性质和等腰三角形的性质．先由 $\triangle ABC \cong \triangle DBE$ 得出 $\angle ABC = \angle CBE = 30°$，$BC = BE$，由等边对等角可知 $\angle BCE = \angle BEC$，进而三角形内角和等于 $360°$ 即可求出 $\angle BCE$．

【详解】解：$\because \triangle ABC \cong \triangle DBE$，

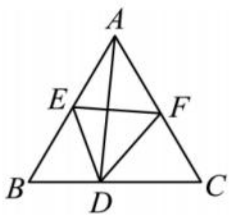
$\therefore BC = BE$，$\angle ABC = \angle CBE = 30°$，

$\therefore \angle BCE = \angle BEC$，

$\therefore \angle BCE = \dfrac{180° - \angle CBE}{2} = \dfrac{180° - 30°}{2} = 75°$，

故答案为：75．

14. 如图，已知在等边 $\triangle ABC$ 中，$AB = 4\text{cm}$，点 E、F 分别在边 AB、AC 上，将 $\triangle ABC$ 沿 EF 翻折，点 A 正好落在边 BC 上的点 D 处，如果 $\triangle BDE$ 的周长比 $\triangle CDF$ 的周长小 1cm，那么 $BD =$________cm．



【答案】$\dfrac{3}{2}$

【解析】

【分析】本题主要考查了折叠性质和等边三角形性质．根据折叠性质可知：$AE = ED$，$AF = FD$，由等边 $\triangle ABC$ 性质可知，$AB = AC = BC = 4$，因为 $\triangle BDE$ 的周长比 $\triangle CDF$ 的周长小 1cm，所以 $CD - BD = 1$，结合 $CD + BD = BC = 4$ 即可求解．

【详解】解：由折叠性质可知：$AE = ED$，$AF = FD$，

$\therefore \triangle BDE$ 的周长 $= BE + ED + BD = BE + EA + BD = AB + BD$，

$\triangle CDF$ 的周长$=CF+FD+CD=CF+FA+CD=AC+CD$，

$\because$在等边$\triangle ABC$中，$AB=AC=BC=4$，

$\therefore CD-BD=1$，$CD+BD=BC=4$，

$\therefore BD=\frac{3}{2}(\text{cm})$，$CD=\frac{5}{2}(\text{cm})$．

故答案为：$\frac{3}{2}$

二、单项选择题（每题3分，共12分）

15. 在$3.14,-\sqrt{6},\sqrt[3]{-1},2\pi,\frac{1}{6}$这五个数中，无理数的个数是（　　）

A. 1　　　　B. 2　　　　C. 3　　　　D. 4

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了无理数的定义、立方根等知识点，能理解无理数的定义的内容是解此题的关键，注意：无理数包括三方面的数：（1）开方开不尽的根式，（2）含π的，（3）一些有规律但不循环的小数．根据无理数的概念即可判断．

【详解】解：$\sqrt[3]{-1}=-1$，

在$3.14,-\sqrt{6},\sqrt[3]{-1},2\pi,\frac{1}{6}$这五个数中，

无理数有$-\sqrt{6},2\pi$，共有2个，

故选：B．

16. 下列说法中，正确的是（　　）

A. 两条直线被第三条直线所截，同位角相等

B. 连接直线外一点到直线上各点的所有线段中，垂线最短

C. 经过一点，有且只有一条直线与已知直线平行

D. 在平面内经过直线上或直线外的一点作已知直线的垂线可以作一条，并且只可以作一条

【答案】D

【解析】

【分析】根据平行线的性质、垂线段最短、平行公理、垂直性质逐项判断即可．

【详解】解：A、两条平行直线被第三条直线所截，同位角相等，故选项A错误，不符合题意；

B、连接直线外一点到直线上各点的所有线段中，垂线段最短，故选项B错误，不符合题意；

C、经过直线外一点，有且只有一条直线与已知直线平行，故选项C错误，不符合题意；

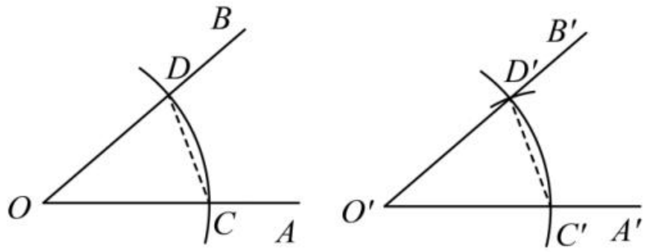
D、在平面内经过直线上或直线外的一点作已知直线的垂线可以作一条，并且只可以作一条，故选项D正

确，符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查平行线的性质、垂线段最短、平行公理、垂直性质，熟练掌握相关知识是解答的关键.

17. 如图是用直尺和圆规作一个角等于已知角的示意图，则说明 $\angle A'O'B' = \angle AOB$ 的依据是（　）



A. SAS　　B. SSS　　C. AAS　　D. ASA

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定与性质，用直尺和圆规作一个角等于已知角．通过其作图的步骤来进行分析，作图时满足了三条边对应相等，于是我们可以判定是运用 SSS，答案可得.

【详解】解：由作图可知，在 $\triangle COD$ 和 $\triangle C'O'D'$ 中，

$$\begin{cases} OC = O'C' \\ OD = O'D' \\ CD = C'D' \end{cases},$$

$\therefore \triangle COD \cong \triangle C'O'D'(\mathrm{SSS})$，

$\therefore \angle C'O'D' = \angle COD$，即 $\angle A'O'B' = \angle AOB$，

$\therefore$ 说明 $\angle A'O'B' = \angle AOB$ 的依据是 SSS.

故选 B.

18. 已知点 $M(3,-2)$ 与 $N(x,y)$ 在同一条平行于 x 轴的直线上，且点 N 到 y 轴的距离等于 4，那么点 N 的坐标为（　）

A. $(4,2)$ 或 $(-4,2)$　　B. $(4,-2)$ 或 $(-4,-2)$

C. $(4,-2)$ 或 $(-5,-2)$　　D. $(4,-2)$ 或 $(-1,-2)$

【答案】B

【解析】

【分析】此题考查了平面直角坐标系中点的坐标规律，熟练掌握平行于 x 轴的直线上的点的纵坐标相等是解题的关键.

根据平行于 x 轴的直线上的点的纵坐标相等可得点 N 的纵坐标为 -2，再分点 N 在 y 轴的左边和右边两种情况求出点 N 的横坐标，然后解答即可．

【详解】解：∵点 $M(3,-2)$ 与点 $N(x,y)$ 在同一条平行于 x 轴的直线上，

∴点 N 的纵坐标为 -2，

∵点 N 到 y 轴的距离为 4，

∴点 N 的横坐标为 4 或 -4，

∴点 N 的坐标为 $(4,-2)$ 或 $(-4,-2)$；

故选：B．

三、简答题（每题 6 分，共 24 分）

19. 计算：$\left(\sqrt{3}\right)^{-2}-\sqrt[3]{8}-\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)^{0}+\sqrt{\left(\sqrt{3}-2\right)^{2}}$

【答案】$-\dfrac{2}{3}-\sqrt{3}$

【解析】

【分析】本题考查了实数的混合运算：熟练掌握平方根的性质、立方根和零指数幂、负整数指数幂的意义是解决问题的关键．

先根据负整数指数幂、立方根、零指数幂和平方根性质计算，然后把化简后合并即可．

【详解】解：$\left(\sqrt{3}\right)^{-2}-\sqrt[3]{8}-\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)^{0}+\sqrt{\left(\sqrt{3}-2\right)^{2}}$

$=\dfrac{1}{3}-2-1+2-\sqrt{3}$

$=-\dfrac{2}{3}-\sqrt{3}$．

20. 计算：$\sqrt[6]{25^{2}}\times\sqrt{125}\div\sqrt[6]{5}$．

【答案】25

【解析】

【分析】本题考查了 n 次方根与分数指数幂的关系，：即 $\sqrt[n]{a}=a^{\frac{1}{n}}$（其中 n 为正整数且 a 为正实数），先转换成底数相同的幂，再利用同底数幂相乘除，底数不变，指数相加减即可得出结果．

【详解】解：$\sqrt[6]{25^{2}}\times\sqrt{125}\div\sqrt[6]{5}$

$=\sqrt[6]{5^{4}}\times\sqrt{5^{3}}\div\sqrt[6]{5}$

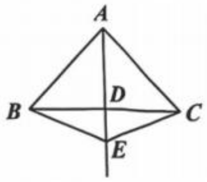
$=5^{\frac{4}{6}}\times5^{\frac{3}{2}}\div5^{\frac{1}{6}}$

$=5^{\frac{4}{6}+\frac{3}{2}-\frac{1}{6}}$

$=5^{2}$

$=25$.

21. 如图，在$\triangle ABC$中，D在边BC上，E在AD延长线上，且$EB=EC$，$\angle ABE=\angle ACE$，请填写理由说明$AD\perp BC$.



解：因为$EB=EC$（已知），

所以$\angle EBC=\angle ECB$（　　）.

又因为$\angle ABE=\angle ACE$（已知），

所以$\angle ABE-\angle EBC=\angle ACE-\angle ECB$（　　）.

即$\angle ABC=\angle ACB$.

所以$AB=AC$（　　）.

在$\triangle ABE$和$\triangle ACE$中，

$$\begin{cases}AB=AC(\text{已知})\\EB=EC(\text{已知})\\AE=AE(\text{公共边})\end{cases}$$

所以$\triangle ABE\cong\triangle ACE$（　　）.

得$\angle BAD=\angle CAD$（　　）.

所以$AD\perp BC$（　　）.

【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定与性质、等腰三角形的判定与性质；熟练掌握等腰三角形的性质，证明三角形全等是解决问题的关键.

先根据条件证明　$AB=AC$，得到$\triangle ABC$为等腰三角形，再通过证明$\triangle ABE\cong\triangle ACE$，得到$\angle BAD=\angle CAD$，得到$AD$为$\angle BAC$的平分线，然后利用等腰三角形三线合一的性质，证得$AD\perp BC$.

【详解】解：因为$EB=EC$（已知），

所以$\angle EBC=\angle ECB$（等边对等角）.

又因为$\angle ABE=\angle ACE$（已知），

所以 $\angle ABE-\angle EBC=\angle ACE-\angle ECB$（等式性质）.

即 $\angle ABC=\angle ACB$.

所以 $AB=AC$（等角对等边）.

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACE$ 中，

$$\begin{cases} AB=AC(\text{已证}) \\ EB=EC(\text{已知}) \\ AE=AE(\text{公共边}) \end{cases},$$

所以 $\triangle ABE \cong \triangle ACE$（$SSS$）.

得 $\angle BAD=\angle CAD$（全等三角形对应角相等）.

所以 $AD\perp BC$（等腰三角形的三线合一）.

22. 书上的一个等腰三角形被墨迹污染了，只有底边 AB 和底角 $\angle B$ 可见.

（1）请你画出书上原来的等腰 ΔABC 的形状，并写出结论；（可以使用尺规或三角板、量角器等工具，但保留画图痕迹及标志相应符号）；

（2）画出 ΔABC 边 AB 上的高，点 D 为垂足，并完成下面的填空：

将“等腰三角形底边上的高平分底边和顶角”的性质用符号语言表示：在 ΔABC 中，如果 $AC=BC$，且 $CD\perp AB$，那么______________，且________________.

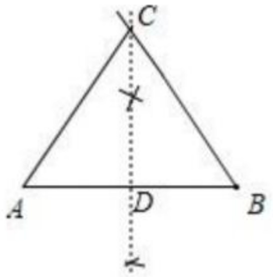
【答案】（1）详见解析；（2）图详见解析，$AD=BD$（或 $AD=BD=\frac{1}{2}AB$），$\angle ACD=\angle BCD$（或 $\angle ACD=\angle BCD=\frac{1}{2}\angle ACB$）.

【解析】

【分析】（1）作线段 AB 的垂直平分线分别交∠B 的两边于点 D，点 C，连接 AC，△ABC 即为所求.

（2）根据三角形的高的定义即可解问题，利用等腰三角形的性质即可解决问题.

【详解】（1）如图△ABC 即为所求；



（2）如图线段 CD 即为所求．在△ABC 中，

∵AC=BC，且 CD⊥AB；

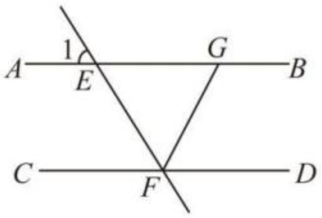
∴ $AD=BD$（或 $AD=BD=\frac{1}{2}AB$），$\angle ACD=\angle BCD$（或 $\angle ACD=\angle BCD=\frac{1}{2}\angle ACB$）.

故答案为：　$AD=BD$（或 $AD=BD=\frac{1}{2}AB$），$\angle ACD=\angle BCD$（或 $\angle ACD=\angle BCD=\frac{1}{2}\angle ACB$）.

【点睛】本题考查作图-复杂作图，等腰三角形的性质等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型．

四、解答题（23 题 6 分，24 题 7 分，25 题 6 分，26 题 8 分，27 题 9 分，共 36 分）

23. 如图，已知 $AB // CD$，EF 交 AB 于点 E，交 CD 于点 F，FG 平分 $\angle EFD$，交 AB 于点 G.若 $\angle 1=50°$，求 $\angle BGF$ 的度数．



【答案】$\angle BGF=115°$．

【解析】

【分析】先根据平行线的性质求出 $\angle CFE$ 的度数，再由补角的定义求出 $\angle EFD$ 的度数，根据角平分线的性质求出 $\angle DFG$ 的度数，进而可得出结论．

【详解】解：∵ $AB // CD$，$\angle 1=50°$，

∴ $\angle CFE=\angle 1=50°$．

∵ $\angle CFE+\angle EFD=180°$，

∴ $\angle EFD=180°-\angle CEF=130°$．

∵ FG 平分 $\angle EFD$，

∴ $\angle DFG=\frac{1}{2}\angle EFD=65°$．

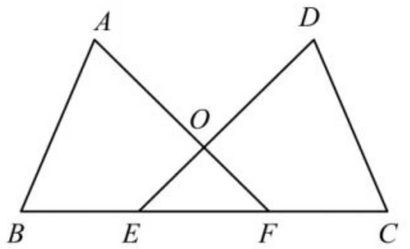
∵ $AB // CD$，

∴ $\angle BGF+\angle DFG=180°$，

∴ $\angle BGF=180°-\angle DFG=180°-65°=115°$．

【点睛】本题考查的是平行线的性质，用到的知识点为：两直线平行，同旁内角互补；两直线平行，同位角相等．

24. 如图，点 E，F 在 BC 上，$BE=CF$，$AB=DC$，$\angle B=\angle C$．



（1）试说明 $\angle BAF=\angle CDE$ 的理由；

（2）连接 AD，试说明 $AD\parallel BC$ 的理由．

【答案】（1）见解析　　（2）见解析

【解析】

【分析】本题主要考查全等三角形的判定和性质，等腰三角形的性质和判定．

（1）证明 $\triangle ABF\cong\triangle DCE(\mathrm{SAS})$ 即可得出结论；

（2）由 $\triangle ABF\cong\triangle DCE$ 可得 $\angle AFB=\angle DEC$，$AF=DE$，再根据等腰三角形性质和判定证明 $\angle OAD=\angle OFE$ 即可得出结论．

【小问 1 详解】

证明：$\because BE=CF$，

$\therefore BE+EF=CF+EF$，

$\therefore BF=CE$，

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle DCE$ 中，

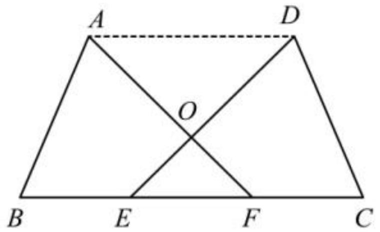
$\because \begin{cases} AB=DC \\ \angle B=\angle C \\ BF=CE \end{cases}$，

$\therefore \triangle ABF\cong\triangle DCE(\mathrm{SAS})$，

$\therefore \angle BAF=\angle CDE$

【小问 2 详解】

如图：



$\because \triangle ABF\cong\triangle DCE$，

$\therefore \angle AFB=\angle DEC$，$AF=DE$，

$\therefore OE=OF$，

$\therefore AF-OE=DE-OE$，即$OA=OD$，

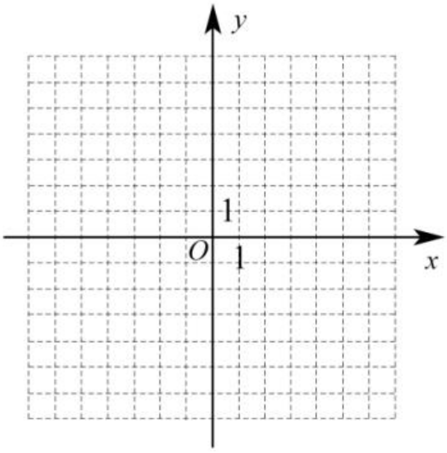
$\therefore \angle OAD=\angle ODA$，

$\because \angle DOF=\angle OAD+\angle ODA=\angle OEF+\angle OFE$，

$\therefore \angle OAD=\angle OFE$，

$\therefore AD\parallel BC$

25. 已知点 A 的坐标为$\left(3,2\right)$，设点 A 关于 y 轴对称点为 B，点 A 关于原点的对称点为 C．点 A 绕点 O 顺时针旋转 90°得点 D．



（1）点 B 的坐标是________；点 C 的坐标是________；点 D 的坐标是________；

（2）顺次连接点 A、B、C、D，那么四边形 $ABCD$ 的面积是________；

（3）在 y 轴上找一点 F，使 $S_{\triangle ABF}=S_{\triangle ABC}$，那么满足条件的点 F 的坐标是________．

【答案】（1）$\left(-3,2\right)$；$\left(-3,-2\right)$；$(2,-3)$

（2）25

（3）$F\left(0,-2\right)$或$F\left(0,6\right)$

【解析】

【分析】此题主要考查了点的坐标，图形的旋转变换及性质，三角形的面积，勾股定理，全等三角形的性质与判定，解题的关键是熟练掌握关于坐标轴对称点的坐标的特征，关于原点对称点的坐标的特征，图形旋转变换及性质．

（1）根据关于y轴对称的点的横坐标互为相反数，纵坐标相等可得点 B 的坐标，根据关于原点对称的点横坐标、纵坐标都互为相反数可得点C的坐标，根据点A绕点O顺时针旋转得点 D 得点 D 在第四象限，$OA=OD$，$\angle AOD=90°$，过点A作$AE\perp x$轴于E，过点 D 作$DH\perp y$轴于H，证$\triangle AOE$和$\triangle DOH$全

等得 $AE = DH = 2$，$OE = OH = 3$，据此可得点 D 的坐标；

（2）根据割补法，可得四边形 $ABCD$ 的面积；

（3）设点 F 的坐标为 $(0,t)$，AB 与 y 轴交于点 T，由 $AB\parallel x$ 轴，点 $A(3,2)$ 得点 $T(0,2)$，则 $FT = |t-2|$，

$S_{\triangle ABF} = 3|t-2|$，再由 $S_{\triangle ABF} = S_{\triangle ABC}$ 列出关于 t 的方程，解方程求出 t 的值即可得点 F 的坐标.

【小问 1 详解】

$\because$ 点 A 的坐标为 $(3,2)$，

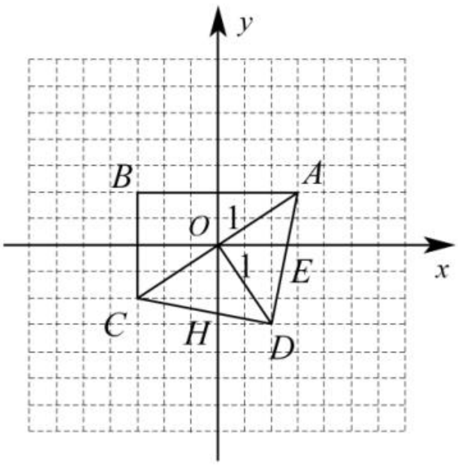
又 $\because$ 点 A 关于 y 轴对称点为 B，点 A 关于原点的对称点为 C，

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(-3,2)$，点 C 的坐标为 $(-3,-2)$；

$\because$ 点 A 绕点 O 顺时针旋转 90° 得点 D，

$\therefore$ 点 D 在第四象限，$OA = OD$，$\angle AOD = 90^\circ$，

过点 A 作 $AE \perp x$ 轴于 E，过点 D 作 $DH \perp y$ 轴于 H，则 $\angle OEA = \angle OHD = 90^\circ$，



$\because$ 点 A 的坐标为 $(3,2)$，

$\therefore OE = 3$，$AE = 2$，

$\because \angle AOD = \angle EOH = 90^\circ$，

$\therefore \angle AOE + \angle EOD = \angle DOH + \angle EOD$，

即：$\angle AOE = \angle DOH$，

在 $\triangle AOE$ 和 $\triangle DOH$ 中，

$$\begin{cases} \angle AOE = \angle DOH \\ \angle OEA = \angle OHD = 90^\circ, \\ OA = OD \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOE \cong \triangle DOH\ (\mathrm{AAS})$，

$\therefore AE = DH = 2$，$OE = OH = 3$，

$\therefore$点 D 的坐标为$\left(2,-3\right)$．

故答案为：$\left(-3,2\right)$；$\left(-3,-2\right)$；$\left(2,-3\right)$．

【小问 2 详解】

$\because$点 $A(3,\ 2)$，点 $B(-3,\ 2)$，点 $C(-3,\ -2)$，$D\left(2,-3\right)$，

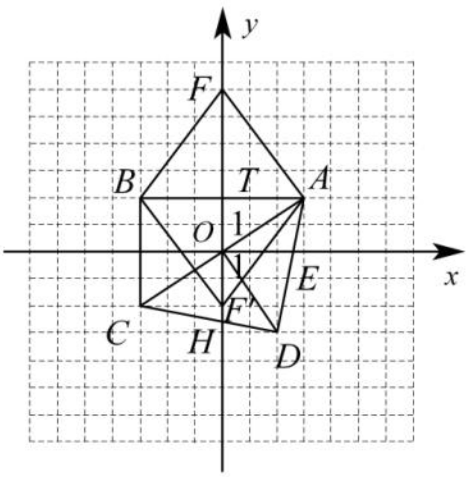
$\therefore S_{四边形ABCD} = 6\times5-\frac{1}{2}\times1\times5-\frac{1}{2}\times1\times5 = 25$，

故答案为：25．

【小问 3 详解】

$\because$点 F 在 y 轴上，设点 F 的坐标为$\left(0,t\right)$，

设 AB 与 y 轴交于点 T，



$\because AB \parallel x$ 轴，点 A 的坐标为$\left(3,2\right)$，

$\therefore$点 T 的坐标为$\left(0,2\right)$，

$\therefore FT = \left|t-2\right|$，

$\therefore S_{\triangle ABF} = \frac{1}{2}AB\cdot FT = \frac{1}{2}\times6\times\left|t-2\right| = 3\left|t-2\right|$，

$\because S_{\triangle ABF} = S_{\triangle ABC}$，

$\therefore 3\left|t-2\right| = 12$，

$\therefore \left|t-2\right| = 4$，

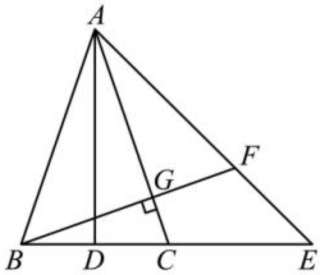
$\therefore t-2 = 4$ 或 $t-2 = -4$，

由 $t-2 = 4$ 解得：$t = 6$，由 $t-2 = -4$ 解得：$t = -2$，

$\therefore$点F的位置是$(0，6)$或$(0，-2)$，

故答案为：$(0，6)$或$(0，-2)$．

26. 如图，在等腰$\triangle ABC$中，$AB=AC$，AD为中线，延长DC至点E，使$DE=AD$，连结AE，过点B作AC的垂线，垂足为G，交AE于点F．



（1）若$\angle BAC=40°$，求$\angle FBC$的度数；

（2）试说明$BF=AC$的理由．

【答案】（1）$20°$

（2）见解析

【解析】

【分析】本题主要考查了等腰三角形性质和判定，由等腰三角形性质和三角形内角和、外角的性质证明角相等是解题关键．

（1）根据等腰三角形性质求出$\angle ABC=\angle ACB=70°$，再由直角三角形两锐角互余即可求出$\angle FBC=90°-\angle ACB=20°$．

（2）先根据等边对等角证明$\angle DAE=\angle E$，等腰三角形三线合一和同角的余角相等证明$\angle EBF=\angle DAB$，进而由$\angle BFA=\angle BAF$，即可得$AB=BF=AC$．

【小问1详解】

解：$\because AB=AC$，

$\therefore \angle ABC=\angle ACB$，

又$\because \angle BAC=40°$，

$\therefore \angle ABC=\angle ACB=\dfrac{180°-\angle ABC}{2}=\dfrac{180°-40°}{2}=70°$，

$\because BG\perp AC$，即$\angle BGC=90°$，

$\therefore \angle FBC=90°-\angle ACB=90°-70°=20°$

【小问2详解】

$\because DE=AD$，

$\therefore \angle DAE=\angle E$，

$\because AB = AC$，AD 为中线，

$\therefore \angle BAD = \angle CAD$， $AD \perp BC$，

$\therefore \angle CAD + \angle DCA = 90°$，

$\because \angle BGC = 90°$

$\therefore \angle EBF + \angle BCA = 90°$，

$\therefore \angle EBF = \angle CAD$，

$\therefore \angle EBF = \angle DAB$

$\because \angle BFA = \angle E + \angle EBF$，

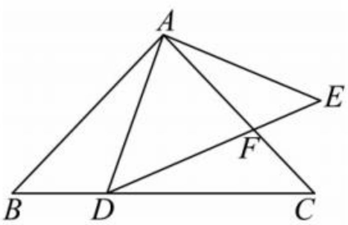
$\angle BAF = \angle DAE + \angle DAB$，

$\therefore \angle BFA = \angle BAF$，

$\therefore AB = BF$，

$\therefore AC = BF$

27. 如图，已知$\triangle ABC$与$\triangle ADE$都是等腰三角形，$AB = AC$，$AD = AE$，点D在边BC边上（不与B、C重合），且$\angle B = \angle ADE$，DE交AC于F．



（1）试说明$\angle BAD$与$\angle CAE$相等的理由；

（2）连接CE，若$CD = CE$，说明DF与EF相等的理由；

（3）若$\angle BAD = 20°$，当$\triangle DAF$是等腰三角形时，直接写出$\angle B$的度数．

【答案】（1）见解析；

（2）见解析；　　（3）$\frac{160°}{3}$或$\frac{140°}{3}$

【解析】

【分析】此题考查了全等三角形的判定与性质，平角的意义，三角形外角的性质，等腰三角形的性质，用分类讨论的思想解决问题是解本题的关键．

（1）根据等边对等角可知$\angle B = \angle C$，$\angle ADE = \angle E$，再由三角形的内角和定理即可得到$\angle BAC = \angle DAE$，由此即可证明结论；

（2）证明$\triangle ABD \cong \triangle ACE(\text{SAS})$，可得$\angle ACD = \angle ACE$，再根据等腰三角形三线合一即可证明结论；

（3）设$\angle B = x$，则$\angle ADF = \angle C = \angle B = x$，根据三角形的内角和定理以及等腰三角形的判定定理即可

得 $\angle AFD=\angle C+\angle CDE=x+20°$，$\angle DAF=180°-\angle ADF-\angle AFD=160°-2x$，再分三种情况讨论即可解答.

【小问 1 详解】

证明：$\because AB=AC$，$AD=AE$，

$\therefore \angle B=\angle C$，$\angle ADE=\angle E$，

$\because \angle B=\angle ADE$，

$\therefore \angle B=\angle C=\angle ADE=\angle E$

又$\because \angle BAC=180°-\angle B-\angle C$，$\angle DAE=180°-\angle ADE-\angle E$，

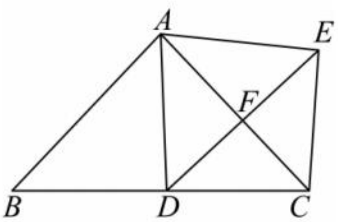
$\therefore \angle BAC=\angle DAE$；

$\therefore \angle BAD+\angle DAC=\angle DAC+\angle CAE$，

$\therefore \angle BAD=\angle CAE$.

【小问 2 详解】

证明：如图，



在$\triangle ABD$和$\triangle ACE$中，

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD=\angle CAE \\ AD=AE \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABD\cong\triangle ACE(\text{SAS})$；

$\therefore \angle B=\angle ACE$，

$\because \angle B=\angle ACD$，

$\therefore \angle ACD=\angle ACE$，

$\because CD=CE$，

$\therefore DF=EF$.

【小问 3 详解】

解：设$\angle B=x$，则$\angle ADF=\angle C=\angle B=x$，

$\because \angle ADC=\angle B+\angle BAD=\angle ADE+\angle EDC$，

$\therefore \angle EDC=\angle BAD=20°$，

$\therefore \angle AFD = \angle C + \angle CDE = x + 20^\circ$，

$\therefore \angle DAF = 180^\circ - \angle ADF - \angle AFD = 180^\circ - x - (x + 20^\circ) = 160^\circ - 2x$，

当$\triangle DAF$是等腰三角形时，有三种情况讨论：

当$DF = AF$时，$\angle DAF = \angle ADF$，$160^\circ - 2x = x$，解得：$x = \dfrac{160^\circ}{3}$；

当$AD = DF$时，$\angle DAF = \angle AFD$，$160^\circ - 2x = x + 20^\circ$，解得：$x = \dfrac{140^\circ}{3}$；

当$AD = AF$时，$\angle ADF = \angle AFD$，$x = x + 20^\circ$，此方程无解；

综上所述，当$\angle B$的度数为$\dfrac{160^\circ}{3}$或$\dfrac{140^\circ}{3}$时，$\triangle ADF$是等腰三角形.