

浦东新区 2023 学年第二学期 期末质量检测

七年级 数学学科 试卷

(考试时间 90 分钟 满分 100 分)

一、选择题 (每题 3 分, 共 18 分)

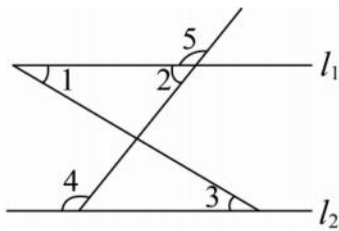
1. 已知 $-\frac{\pi}{3}$, $\frac{3}{7}$, 3.1416, $\sqrt{4}$, 3.2121121112..... (每相邻两个 2 之间依次增加一个 1), 其中无理数有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

2. 下列运算中, 正确的是 ()

- A. $\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2$ B. $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 1$
C. $\sqrt{(-4)^2} \times 3 = -4\sqrt{3}$ D. $\sqrt{(-3) \times (-5)} = \sqrt{3} \times \sqrt{5}$

3. 如图, 下列条件中, 不能判断直线 $l_1 \parallel l_2$ 的是 ()

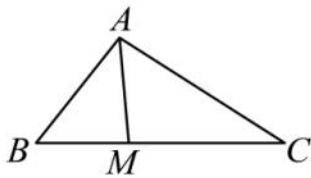


- A. $\angle 1 = \angle 3$ B. $\angle 2 = \angle 3$ C. $\angle 4 = \angle 5$ D. $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$

4. 在平面直角坐标系中, 点 $P(3, -2)$ 关于 x 轴对称的点在 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

5. 如图, $\triangle ABC$ 中, $BM:CM = 2:3$, 已知 $\triangle ABM$ 的面积为 4, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()



- A. 10 B. 11 C. 12 D. 13

6. 如图, 在 $\triangle ACB$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\triangle ABC$ 的角平分线 AD 、 BE 相交于点 P , 过 P 作 $PF \perp AD$ 交 BC 的延长线于点 F , 交 AC 于点 H . 有下列结论: ① $\angle APB = 135^\circ$; ② $\triangle ABP \cong \triangle FBP$; ③ $\angle AHP = \angle ABC$; ④ $AH + BD = AB$; 其中正确的个数是 ()



C. 3个

二、填空题（每题 2 分，共 24 分）

8. 计算: $8^{\frac{1}{3}} = \underline{\hspace{1cm}}$.

10. 比较大小: 3 _____ $2\sqrt{2}$.

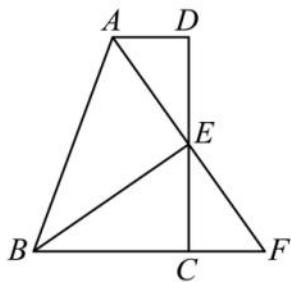
12. 在平面直角坐标系中, 经过点 $A(3, 2)$ 且垂直于 y 轴的直线表示为直线_____.

13. 已知等腰三角形的周长为 12，其中一条边为 3，那么它的腰长为_____.

17. 如图所示, $l_1 \parallel l_2$, 点 A, E, D 在直线 l_1 上, 点 B, C 在直线 l_2 上, 满足 BD 平分 $\angle ABC$, $BD \perp CD$,

所以 $AD \parallel BC$ ().

23. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $DE = CE$, 连接 AE 、 BE , 且 AE 平分 $\angle BAD$, 延长 AE 交 BC 的延长线于点 F . 试说明 $BE \perp AF$.



解: 因为 $AD \parallel BC$ (已知),

所以 $\angle DAE = \angle F$ (),

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle FCE$ 中

$$\begin{cases} \angle DAE = \angle F (\text{已证}) \\ \angle DEA = \angle CEF (\text{ }) \\ DE = CE (\text{已知}) \end{cases}$$

所以 $\triangle ADE \cong \triangle FCE$ (AAS),

所以 $AE = FE$ (),

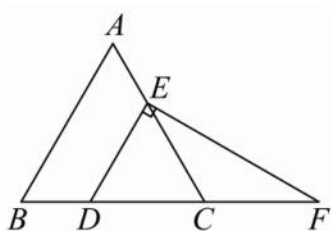
$\because AE$ 平分 $\angle BAD$ (已知),

$\therefore \angle DAE = \angle BAE$ (角平分线的定义),

$\therefore \angle BAE = \angle F$ (等量代换).

(请完成以下说理过程)

24. 如图, 在等边三角形 ABC 中, 点 D 、 E 分别在边 BC 、 AC 上, $DE \parallel AB$, 过点 E 作 $EF \perp DE$, 交 BC 的延长线于点 F .

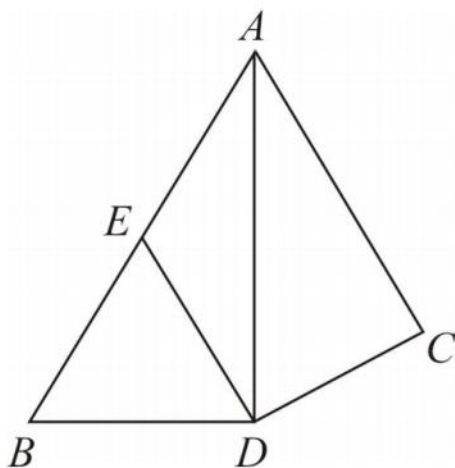


(1) 求 $\angle F$ 的度数;

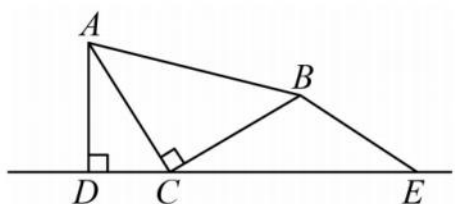
(2) 若 $CD = 2.5$, 求 DF 的长.

四、解答题 (25-26 题每题 6 分, 27 题 7 分, 28 题 9 分, 共 28 分)

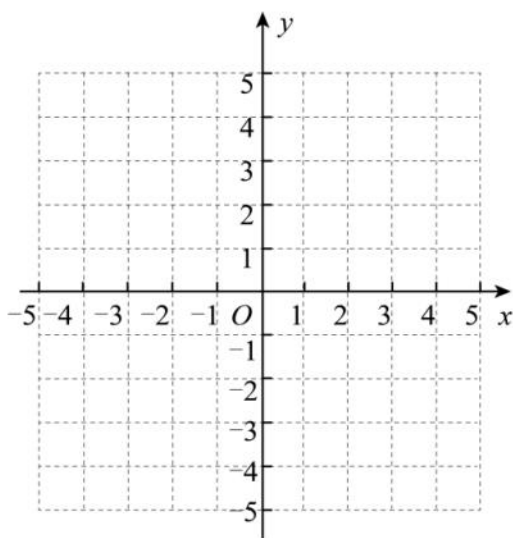
25. 如图, AD 平分 $\angle BAC$, $AD \perp BD$, 垂足为点 D , $DE \parallel AC$. 求证: $\triangle BDE$ 是等腰三角形.



26. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AD \perp DE$ ， $AC = BC = BE$ ，猜想线段 CE 与 AD 的数量关系，并说明理由



27. 已知在直角坐标平面内，有点 $A(-2, 3)$ 、点 $B(1, -1)$ ，把点 A 向下平移 5 个单位得到点 C 。



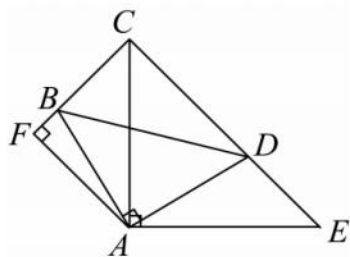
(1) 点 C 的坐标为_____；

(2) $\triangle ABC$ 的面积是_____；

(3) 在直线 $x = 1$ 上找一点 D ，使 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ACD}$ ，那么点 D 的个数有_____个；

(4) 在平面直角坐标系的第二、四象限中找一点 E ，使 $\triangle OCE$ 为等腰直角三角形，且以 OC 为直角边，则点 E 的坐标是_____。

28. 如图， $\triangle BAD$ 和 $\triangle CAE$ 是等腰三角形且 $\angle BAD = \angle CAE = 90^\circ$ ， $AF \perp CB$ ，垂足为 F 。



- (1) 试说明 $\angle ABF = \angle ADC$ 的理由
- (2) 猜想 CF 和 CE 的位置关系，并说明理由；
- (3) 试说明： $CD = 2BF + DE$.

浦东新区 2023 学年第二学期 期末质量检测

七年级 数学学科 试卷（答案解析）

（考试时间 90 分钟 满分 100 分）

一、选择题（每题 3 分，共 18 分）

1. 已知 $-\frac{\pi}{3}$, $\frac{3}{7}$, 3.1416, $\sqrt{4}$, 3.2121121112..... (每相邻两个 2 之间依次增加一个 1), 其中无理数有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查判断无理数，熟记无理数的形式是解题的关键。无理数的形式主要有 π 、开方开不尽的数、无限不循环小数，根据此判断即可。

【详解】解： $\frac{3}{7}$, 3.1416, $\sqrt{4}=2$ 是有理数， $-\frac{\pi}{3}$, 3.2121121112..... (每相邻两个 2 之间依次增加一个 1) 是无理数，有 2 个。

故选：B。

2. 下列运算中，正确的是 ()

- A. $\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2$ B. $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 1$
C. $\sqrt{(-4)^2 \times 3} = -4\sqrt{3}$ D. $\sqrt{(-3) \times (-5)} = \sqrt{3} \times \sqrt{5}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查二次根式的混合运算，根据二次根式的加法，完全平方公式，二次根式的性质及二次根式的乘法依次对各选项进行判断即可。掌握二次根式的运算法则、性质及公式是解题的关键。

【详解】解：A. $\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \neq 2$ ，故此选项不符合题意；

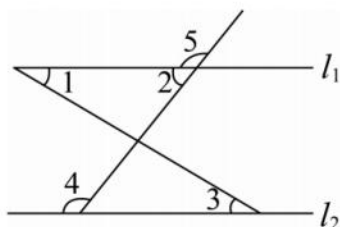
B. $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 3 - 2\sqrt{6} + 2 = 5 - 2\sqrt{6} \neq 1$ ，故此选项不符合题意；

C. $\sqrt{(-4)^2 \times 3} = 4\sqrt{3} \neq -4\sqrt{3}$ ，故此选项不符合题意；

D. $\sqrt{(-3) \times (-5)} = \sqrt{15} = \sqrt{3} \times \sqrt{5}$ ，故此选项符合题意。

故选：D。

3. 如图，下列条件中，不能判断直线 $l_1 \parallel l_2$ 的是 ()



- A. $\angle 1 = \angle 3$ B. $\angle 2 = \angle 3$ C. $\angle 4 = \angle 5$ D. $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查平行线的判定，根据内错角相等，两直线平行；同位角相等，两直线平行；同旁内角互补，两直线平行，可以判断出各个小题中的条件是否可以得到直线 $l_1 \parallel l_2$ ，从而可以解答本题.

【详解】解：A、 $\because \angle 1 = \angle 3$,

$\therefore l_1 \parallel l_2$, 故不符合题意;

B、当 $\angle 2 = \angle 3$ 时, 无法判断 $l_1 \parallel l_2$, 故符合题意;

C、 $\because \angle 4 = \angle 5$,

$\therefore l_1 \parallel l_2$, 故不符合题意;

D、 $\because \angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$,

$\therefore l_1 \parallel l_2$, 故不符合题意;

故选: B.

4. 在平面直角坐标系中, 点 $P(3, -2)$ 关于 x 轴对称的点在()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】A

【解析】

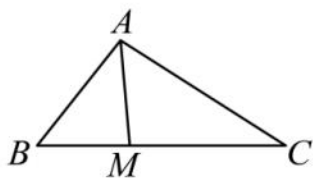
【分析】平面直角坐标系中任意一点 $P(x, y)$, 关于 x 轴的对称点的坐标是 $(x, -y)$, 据此即可求得点 $(3, -2)$ 关于 x 轴对称的点的坐标, 进而得出所在象限.

【详解】解: $\because$ 点 $(3, -2)$ 关于 x 轴对称,

$\therefore$ 对称的点的坐标是 $(3, 2)$, 故点 $(3, 2)$ 关于 x 轴对称的点在第一象限. 故选 A.

【点睛】本题考查了关于 x 轴、 y 轴对称的点的坐标以及各点所在象限的性质, 解决本题的关键是要熟练掌握对称点的坐标规律.

5. 如图, $\triangle ABC$ 中, $BM:CM = 2:3$, 已知 $\triangle ABM$ 的面积为 4, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()



A. 10

B. 11

C. 12

D. 13

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查三角形的面积和三角形的高，过点A作 $AE \perp BC$ 于点E，根据三角形的面积公式得出 $S_{\triangle AMC} = 6$ ，再根据 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABM} + S_{\triangle AMC}$ 可得结论．掌握三角形的面积公式是解题的关键．

【详解】解：过点A作 $AE \perp BC$ 于点E，

$\because \triangle ABM$ 的面积为4，即 $S_{\triangle ABM} = 4$ ，

$$\therefore \frac{1}{2}BM \cdot AE = 4,$$

$\because BM:CM = 2:3$ ，

$$\therefore BM = \frac{2}{3}CM,$$

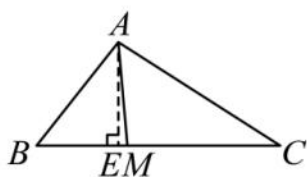
$$\therefore 4 = \frac{1}{2}BM \cdot AE = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}CM \cdot AE = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}CM \cdot AE = \frac{2}{3}S_{\triangle AMC},$$

$$\therefore S_{\triangle AMC} = 6,$$

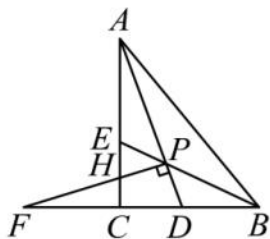
$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABM} + S_{\triangle AMC} = 4 + 6 = 10,$$

$\therefore \triangle ABC$ 的面积为10．

故选：A．



6. 如图，在 $\triangle ACB$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\triangle ABC$ 的角平分线AD、BE相交于点P，过P作 $PF \perp AD$ 交BC的延长线于点F，交AC于点H．有下列结论：① $\angle APB = 135^\circ$ ；② $\triangle ABP \cong \triangle FBP$ ；③ $\angle AHP = \angle ABC$ ；④ $AH + BD = AB$ ；其中正确的个数是（ ）



A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查全等三角形的判定和性质，根据三角形内角和以及角平分线的定义得

$\angle PAB + \angle PBA = 45^\circ$ ，继而得出 $\angle APB$ 的度数，即可判断①；推出 $\angle APB = \angle FPB$ ，根据 ASA 证明即可，即可判断②；证明 $\triangle PAH \cong \triangle PFD$ (ASA)，得 $AH = FD$ ， $\angle AHP = \angle FDP$ ，根据外角的性质可判断③；通过等量代换可判断④。证明三角形全等是解题的关键。

【详解】解：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle CAB + \angle CBA = 90^\circ,$$

$\because AD$ 、 BE 分别平分 $\angle CAB$ 、 $\angle CBA$ ，

$$\therefore \angle PAC = \angle PAB = \frac{1}{2} \angle CAB, \quad \angle PBF = \angle PBA = \frac{1}{2} \angle CBA,$$

$$\therefore \angle PAB + \angle PBA = \frac{1}{2} (\angle CAB + \angle CBA) = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle APB = 180^\circ - (\angle PAB + \angle PBA) = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ, \text{ 故结论①正确;}$$

$$\therefore \angle BPD = 180^\circ - \angle APB = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ,$$

又 $\because PF \perp AD$ ，

$$\therefore \angle FPA = \angle FPD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FPB = \angle FPD + \angle BPD = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle APB = \angle FPB,$$

在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle FBP$ 中，

$$\begin{cases} \angle APB = \angle FPB \\ PB = PB \\ \angle PBA = \angle PBF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle FBP$ (ASA)，故结论②正确；

$$\therefore \angle BAP = \angle BFP, \quad AB = FB, \quad PA = PF,$$

$$\therefore \angle PAH = \angle PFD,$$

在 $\triangle PAH$ 和 $\triangle PFD$ 中，

$$\begin{cases} \angle PAH = \angle PFD \\ PA = PF \\ \angle APH = \angle FPD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle PAH \cong \triangle PFD (\text{ASA}),$$

$$\therefore AH = FD, \angle AHP = \angle FDP,$$

$\because \angle FDP$ 是 $\triangle ABD$ 的外角,

$$\therefore \angle FDP > \angle ABC,$$

$$\therefore \angle AHP > \angle ABC, \text{ 故结论③错误;}$$

$$\text{又} \because AH = FD, AB = FB,$$

$$\therefore AB = FB = FD + BD = AH + BD,$$

即 $AH + BD = AB$, 故结论④正确,

$\therefore$ 正确的个数是 3 个.

故选: C.

二、填空题 (每题 2 分, 共 24 分)

7. 9 的平方根是_____.

【答案】 ± 3

【解析】

【分析】根据平方根的定义解答即可.

【详解】解: $\because (\pm 3)^2 = 9$,

$\therefore 9$ 的平方根是 ± 3 .

故答案为 ± 3 .

【点睛】本题考查了平方根的定义, 注意一个正数有两个平方根, 它们互为相反数; 0 的平方根是 0; 负数没有平方根.

8. 计算: $8^{\frac{1}{3}} = \underline{\quad}$.

【答案】2

【解析】

【分析】求 $8^{\frac{1}{3}}$ 是多少, 即求 8 的立方根是多少, 根据立方根的定义即可求解.

【详解】 $\because 2^3 = 8$

$$\therefore 8^{\frac{1}{3}} = 2$$

故答案为: 2.

【点睛】本题主要考查了立方根的概念的运用. 如果一个数 x 的立方等于 a , 即 x 的三次方等于 a ($x^3 = a$), 那么这个数 x 就叫做 a 的立方根, 也叫做三次方根.

9. 用科学记数法表示 0.00003245 的近似数，并保留 3 个有效数字：_____.

【答案】 3.25×10^{-5}

【解析】

【分析】 本题考查科学记数法，根据科学记数法的表示方法： $a \times 10^n$ ($1 \leq |a| < 10$), n 为整数，以及四舍五入法，进行求解即可.

【详解】 解： $0.00003245 \approx 3.25 \times 10^{-5}$ ；

故答案为： 3.25×10^{-5} .

10. 比较大小： 3 _____ $2\sqrt{2}$.

【答案】 $>$

【解析】

【分析】 首先把两个数平方，由于两数均为正数，所以该数的平方越大数越大.

【详解】 解： $3^2=9$, $(2\sqrt{2})^2=8$,

$\because 9 > 8$,

$\therefore 3 > 2\sqrt{2}$,

故答案为 $>$.

【点睛】 此题主要考查了实数的大小的比较，比较两个实数的大小，可以采用作差法、取近似值法等.

11. 如果点 $P(m+2, 2m+1)$ 恰好在 y 轴上，那么点 P 坐标为_____.

【答案】 $(0, -3)$

【解析】

【分析】 本题考查点的坐标，解题的关键是掌握： y 轴上点的横坐标为 0，据此列方程求出 m 的值，再求解即可.

【详解】 解： $\because$ 点 $P(m+2, 2m+1)$ 在 y 轴上，

$\therefore m+2=0$,

解得： $m=-2$,

$\therefore 2m+1=2 \times (-2)+1=-3$,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(0, -3)$.

故答案为：(0,-3).

12. 在平面直角坐标系中，经过点 $A(3,2)$ 且垂直于 y 轴的直线表示为直线_____.

【答案】 $y=2$

【解析】

【分析】此题考查了坐标与图形的性质，解题的关键是抓住过某点的坐标且垂直于 y 轴的直线的特点：纵坐标相等. 垂直于 y 轴的直线，纵坐标相等为 2，所以为直线： $y=2$.

【详解】解：由题意得：经过点 $A(3,2)$ 且垂直于 y 轴的直线可以表示为直线为： $y=2$,

故答案为： $y=2$.

13. 已知等腰三角形的周长为 12，其中一条边为 3，那么它的腰长为_____.

【答案】 4.5

【解析】

【分析】本题考查等腰三角形，构成三角形的条件，分 3 为腰长或底边长两种情况进行讨论求解即可.

【详解】解：当 3 为腰长时，则底边长为： $12-3-3=6$,

$\because 3+3=6$,

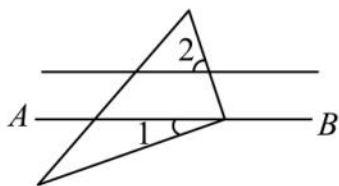
$\therefore$ 此时不能构成三角形，不符合题意，

$\therefore 3$ 为底边长，

$\therefore$ 腰长为 $(12-3)\div 2=4.5$;

故答案为： 4.5.

14. 如图，将三角板的直角顶点放在两条平行线中的直线 AB 上，若 $\angle 1=26^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为_____.

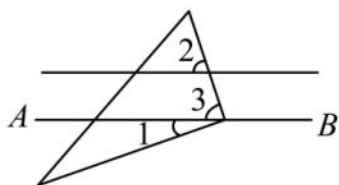


【答案】 64°

【解析】

【分析】本题考查平行线的性质，互余的定义，熟练掌握以上知识是解题的关键. 由平行线的性质，可得 $\angle 2 = \angle 3$ ，由 $\angle 3 = 90^\circ - \angle 1$ ，进而求出 $\angle 2$ 的度数.

【详解】解：如图所示，



∵ 将三角板的直角顶点放在两条平行线中的直线 AB 上，

$$\therefore \angle 2 = \angle 3,$$

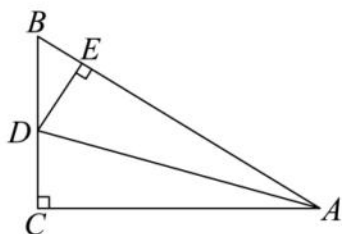
$$\text{又 } \angle 3 + \angle 1 = 90^\circ, \quad \angle 1 = 26^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 90^\circ - 26^\circ = 64^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 64^\circ.$$

故答案为: 64° .

15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$, $DE \perp AB$ 于 E , $\triangle BDE$ 周长为 8, $AC = 10$, 则 $\triangle ABC$ 的周长是_____.



【答案】28

【解析】

【分析】本题主要考查了角平分线的性质, 全等三角形的判定和性质, 解题的关键是熟练掌握角平分线的性质解决线段相等. 根据角平分线的性质可得 $DE = DC$, 根据 $\triangle BDE$ 周长为 8, 得出 $DE + BE + BD = CD + BD + BE = BC + BE = 8$, 证明 $\text{Rt}\triangle ADC \cong \text{Rt}\triangle ADE$ (HL), 得出 $AE = AC = 10$, 即可求出结果.

【详解】解: $\because AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线, $\angle C = 90^\circ$, $DE \perp AB$,

$$\therefore DE = DC,$$

$\because \triangle BDE$ 周长为 8,

$$\therefore DE + BE + BD = CD + BD + BE = BC + BE = 8,$$

$$\therefore \text{在 } \text{Rt}\triangle ADC \text{ 和 } \text{Rt}\triangle ADE \text{ 中 } \begin{cases} AD = AD \\ DE = DC \end{cases},$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ADC \cong \text{Rt}\triangle ADE \text{ (HL)},$$

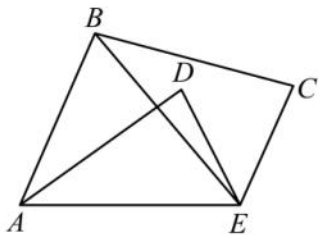
$$\therefore AE = AC = 10,$$

$\therefore \triangle ABC$ 的周长为:

$$AC + BC + BE + AE = 8 + 10 + 10 = 28.$$

故答案为：28.

16. 如图，已知 $\triangle CBE \cong \triangle DAE$ ，连接 AB 、 $\angle ABE = 65^\circ$ ， $\angle BAD = 30^\circ$ ，则 $\angle CBE$ 的度数为_____.



【答案】 35° ## 35 度

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的性质和等腰三角形的性质，熟练掌握各知识点是解题的关键. 先根据全等三角形的性质求出 $BE = AE$ ， $\angle CBE = \angle DAE$ ，再根据等腰三角形的性质求出 $\angle BAE = \angle ABE = 65^\circ$ ，最后根据 $\angle BAD = 30^\circ$ 计算即可.

【详解】 $\because \triangle CBE \cong \triangle DAE$ ，

$\therefore BE = AE$ ， $\angle CBE = \angle DAE$ ，

$\because \angle ABE = 65^\circ$ ，

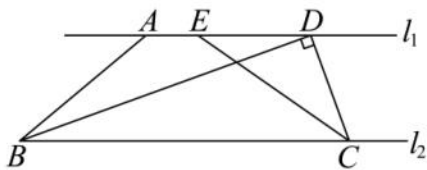
$\therefore \angle BAE = 65^\circ$ ，

$\because \angle BAD = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle CBE = \angle DAE = 65^\circ - 30^\circ = 35^\circ$

故答案为： 35° .

17. 如图所示， $l_1 \parallel l_2$ ，点 A, E, D 在直线 l_1 上，点 B, C 在直线 l_2 上，满足 BD 平分 $\angle ABC$ ， $BD \perp CD$ ， CE 平分 $\angle DCB$ ，若 $\angle BAD = 130^\circ$ ，那么 $\angle DEC =$ _____.



【答案】 32.5° ## 32.5 度

【解析】

【分析】 本题考查平行线性质的，角平分线性质的，三角形内角和定理，利用平行线性质得到 $\angle ABC$ ，利用角平分线性质得到 $\angle CBD$ ，利用三角形内角和定理得到 $\angle DCB$ ，再利用角平分线性质得到 $\angle BCE$ ，利用平行线性质得到 $\angle DEC$ 即可解题.

【详解】 解： $\because l_1 \parallel l_2$ ， $\angle BAD = 130^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle BAD = 50^\circ,$$

$$\because BD \text{ 平分 } \angle ABC,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle CBD = 25^\circ,$$

$$\because BD \perp CD,$$

$$\text{即 } \angle BDC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DCB = 180^\circ - \angle BDC - \angle CBD = 65^\circ,$$

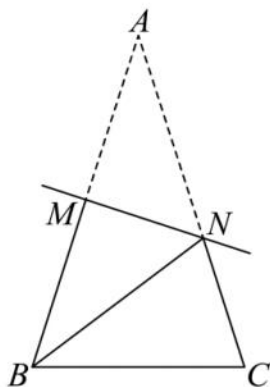
$$\because CE \text{ 平分 } \angle DCB,$$

$$\therefore \angle BCE = \angle DCE = 32.5^\circ,$$

$$\therefore \angle DEC = \angle BCE = 32.5^\circ.$$

故答案为: 32.5° .

18. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 把 $\triangle ABC$ 折叠, 使点 B 与点 A 重合, 折痕交 AB 于点 M , 交 AC 于点 N . 如果 $\triangle CBN$ 是等腰三角形, 则 $\angle C$ 的度数为_____.



【答案】 72° 或 $\left(\frac{540}{7}\right)^\circ$

【解析】

【分析】 本题考查等腰三角形的性质, 设 $\angle A = \alpha$, 根据等边对等角得 $\angle ABC = \angle ACB = \frac{180^\circ - \alpha}{2}$, 根据折叠的性质得 $AN = BN$, 继而得到 $\angle NBA = \angle A = \alpha$, $\angle BNC = \angle NBA + \angle A = 2\alpha$, $\angle NBC = \frac{180^\circ - 3\alpha}{2}$, 然后分三种情况: ①若 $NB = NC$; ②若 $BN = BC$; ③若 $CB = CN$, 分别建立关于 α 的一元一次方程, 求解即可. 解题的关键是掌握等边对等角, 方程思想和分类讨论思想的应用.

【详解】 解: 设 $\angle A = \alpha$,

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle C = \frac{180^\circ - \alpha}{2},$$

$\because$ 把 $\triangle ABC$ 折叠, 使点 B 与点 A 重合,

$$\therefore AN = BN,$$

$$\therefore \angle NBA = \angle A = \alpha,$$

$$\therefore \angle BNC = \angle NBA + \angle A = \alpha + \alpha = 2\alpha,$$

$$\therefore \angle NBC = 180^\circ - \angle C - \angle BNC = 180^\circ - \frac{180^\circ - \alpha}{2} - 2\alpha = \frac{180^\circ - 3\alpha}{2}$$

$\because \triangle CBN$ 是等腰三角形,

①若 $NB = NC$, 则 $\angle NBC = \angle C$,

$$\text{即 } \frac{180^\circ - 3\alpha}{2} = \frac{180^\circ - \alpha}{2},$$

解得: $\alpha = 0^\circ$, 不符合题意;

②若 $BN = BC$, 则 $\angle C = \angle BNC$,

$$\text{即 } \frac{180^\circ - \alpha}{2} = 2\alpha,$$

解得: $\alpha = 36^\circ$,

$$\therefore \angle C = \frac{180^\circ - \alpha}{2} = \frac{180^\circ - 36^\circ}{2} = 72^\circ;$$

③若 $CB = CN$, 则 $\angle NBC = \angle BNC$,

$$\text{即 } \frac{180^\circ - 3\alpha}{2} = 2\alpha,$$

$$\text{解得: } \alpha = \left(\frac{180}{7}\right)^\circ,$$

$$\therefore \angle C = \frac{180^\circ - \alpha}{2} = \frac{180^\circ - \left(\frac{180}{7}\right)^\circ}{2} = \left(\frac{540}{7}\right)^\circ,$$

综上所述, $\angle C$ 的度数为 72° 或 $\left(\frac{540}{7}\right)^\circ$.

故答案为: 72° 或 $\left(\frac{540}{7}\right)^\circ$.

三、简答题 (第 19-21 题每题 4 分, 第 22-24 题每题 6 分, 共 30 分)

19. 计算: $(\pi - 3.14)^0 - |2 - \sqrt{3}| + (-\sqrt{3})^2$.

【答案】 $2 + \sqrt{3}$

【解析】

【分析】 本题考查实数的混合运算, 先进行零指数幂, 去绝对值, 乘方运算, 再进行加减运算即可.

【详解】解：原式 $=1-2+\sqrt{3}+3=2+\sqrt{3}$.

20. 计算： $(4\sqrt{2}-2)\div\sqrt{2}+(1+\sqrt{2})^2$.

【答案】 $7+\sqrt{2}$

【解析】

【分析】本题主要考查了二次根式混合运算，根据二次根式混合运算法则进行计算即可.

【详解】解： $(4\sqrt{2}-2)\div\sqrt{2}+(1+\sqrt{2})^2$
 $=4-\sqrt{2}+1+2+2\sqrt{2}$
 $=7+\sqrt{2}$.

21. 利用幂的运算性质进行计算： $\sqrt{27}\times\sqrt[3]{3}\div\sqrt[6]{3}$. (结果用幂的形式表示)

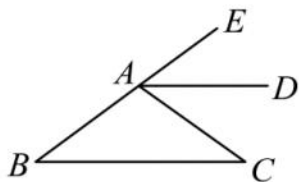
【答案】 $3^{\frac{5}{3}}$

【解析】

【分析】本题考查实数的运算，同底数幂的乘法、除法，直接将每个数写成幂的形式，然后再根据同底数幂的乘法、除法运算法则进行运算即可. 掌握相应的运算法则和性质是解题的关键.

【详解】解： $\sqrt{27}\times\sqrt[3]{3}\div\sqrt[6]{3}$
 $=\sqrt{3^3}\times\sqrt[3]{3}\div\sqrt[6]{3}$
 $=3^{\frac{3}{2}}\times 3^{\frac{1}{3}}\div 3^{\frac{1}{6}}$
 $=3^{\frac{3}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}}$
 $=3^{\frac{5}{3}}$.

22. 如图， AD 是 $\angle EAC$ 的平分线， $AB=AC$ ，试说明 $AD\parallel BC$.



解：因为 AD 是 $\angle EAC$ 的平分线（已知），

所以_____ = _____（_____），

因为 $AB=AC$ （已知），

所以_____ = _____（_____），

因为 $\angle EAC = \angle B + \angle C$ (),

即 $\angle EAD + \angle DAC = \angle B + \angle C$,

$\therefore 2\angle DAC = 2\angle C$ (等量代换),

$\therefore \angle DAC = \angle C$ (等式性质),

所以 $AD \parallel BC$ ().

【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查了角平分线性质，等腰三角形性质，三角形外角性质，平行线判定，利用角平分线性质得到 $\angle EAD = \angle DAC$ ，利用等腰三角形性质得到 $\angle B = \angle C$ ，利用三角形外角性质得到 $\angle EAC = \angle B + \angle C$ ，进而得到 $\angle DAC = \angle C$ ，即可说明 $AD \parallel BC$ 。

【详解】解：因为 AD 是 $\angle EAC$ 的平分线 (已知)，

所以 $\angle EAD = \angle DAC$ (角平分线性质)，

因为 $AB = AC$ (已知)，

所以 $\angle B = \angle C$ (等边对等角)，

因为 $\angle EAC = \angle B + \angle C$ (三角形外角定理)，

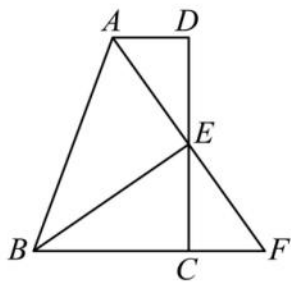
即 $\angle EAD + \angle DAC = \angle B + \angle C$,

$\therefore 2\angle DAC = 2\angle C$ (等量代换),

$\therefore \angle DAC = \angle C$ (等式性质),

所以 $AD \parallel BC$ (内错角相等，两直线平行)。

23. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $DE = CE$ ，连接 AE 、 BE ，且 AE 平分 $\angle BAD$ ，延长 AE 交 BC 的延长线于点 F 。试说明 $BE \perp AF$ 。



解：因为 $AD \parallel BC$ (已知)，

所以 $\angle DAE = \angle F$ ()，

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle FCE$ 中

$$\begin{cases} \angle DAE = \angle F (\text{已证}) \\ \angle DEA = \angle CEF (\text{ }) \\ DE = CE (\text{已知}) \end{cases}$$

所以 $\triangle ADE \cong \triangle FCE$ (AAS),

所以 $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (),

$\because AE$ 平分 $\angle BAD$ (已知),

$\therefore \angle DAE = \angle BAE$ (角平分线的定义),

$\therefore \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (等量代换).

(请完成以下说理过程)

【答案】见解析.

【解析】

【分析】本题主要考查了平行线的性质，三角形全等的判定和性质，等腰三角形的判定和性质，先根据平行线的性质证明 $\angle DAE = \angle F$ ，再证明 $\triangle ADE \cong \triangle FCE$ ，得出 $AE = EF$ ，再证明 $\angle BAE = \angle F$ ，根据等腰三角形的判定得出 $AB = BF$ ，最后根据等腰三角形的性质，即可证明 $BE \perp AF$.

【详解】解： $\because AD \parallel BC$ (已知),

$\therefore \angle DAE = \angle F$ (两直线平行，内错角相等),

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle FCE$ 中

$$\begin{cases} \angle DAE = \angle F (\text{已证}) \\ \angle DEA = \angle CEF (\text{对顶角相等}), \\ DE = CE (\text{已知}) \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle FCE$ (AAS),

$\therefore AE = EF$ (全等三角形对应边相等),

$\because AE$ 平分 $\angle BAD$ (已知),

$\therefore \angle DAE = \angle BAE$ (角平分线的意义),

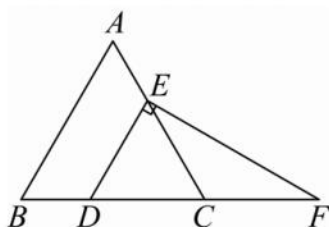
$\therefore \angle BAE = \angle F$ (等量代换),

$\therefore AB = BF$,

$\because AE = EF$,

$\therefore BE \perp AF$.

24. 如图，在等边三角形 ABC 中，点 D 、 E 分别在边 BC 、 AC 上， $DE \parallel AB$ ，过点 E 作 $EF \perp DE$ ，交 BC 的延长线于点 F .



(1) 求 $\angle F$ 的度数；

(2) 若 $CD = 2.5$ ，求 DF 的长.

【答案】(1) 30°

(2) 5

【解析】

【分析】本题主要考查了运用三角形的内角和算出角度，并能判定等边三角形，会运用含 30° 角的直角三角形的性质.

(1) 根据平行线的性质可得 $\angle EDC = \angle B = 60^\circ$ ，根据三角形内角和定理即可求解；

(2) 易证 $\triangle EDC$ 是等边三角形，再根据直角三角形的性质即可求解.

【小问 1 详解】

解： $\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle B = 60^\circ,$$

$$\because DE \parallel AB,$$

$$\therefore \angle EDC = \angle B = 60^\circ,$$

$$\because EF \perp DE,$$

$$\therefore \angle DEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle F = 90^\circ - \angle EDC = 30^\circ;$$

【小问 2 详解】

解： $\because \angle ACB = 60^\circ$ ， $\angle EDC = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle EDC$ 是等边三角形.

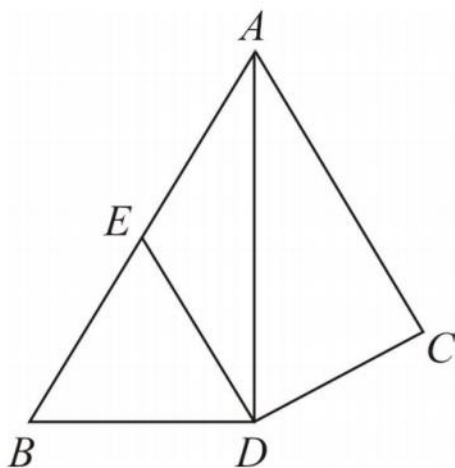
$$\therefore ED = DC = 2.5,$$

$$\because \angle DEF = 90^\circ, \angle F = 30^\circ,$$

$$\therefore DF = 2DE = 5.$$

四、解答题 (25-26 题每题 6 分，27 题 7 分，28 题 9 分，共 28 分)

25. 如图， AD 平分 $\angle BAC$ ， $AD \perp BD$ ，垂足为点 D ， $DE \parallel AC$. 求证： $\triangle BDE$ 是等腰三角形.



【答案】证明见解析.

【解析】

【分析】直接利用平行线的性质得出 $\angle 1 = \angle 3$ ，进而利用角平分线的定义结合互余的性质得出 $\angle B = \angle BDE$ ，即可得出答案.

【详解】 $\because DE \parallel AC$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 3,$$

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

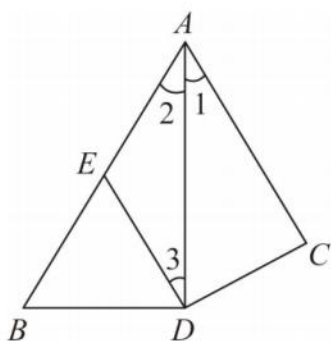
$$\therefore \angle 2 = \angle 3,$$

$\because AD \perp BD$,

$$\therefore \angle 2 + \angle B = 90^\circ, \angle 3 + \angle BDE = 90^\circ,$$

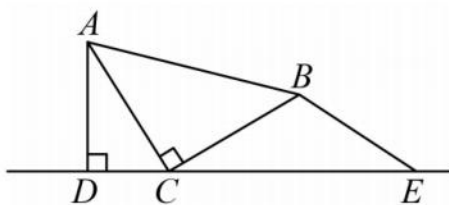
$$\therefore \angle B = \angle BDE,$$

$\therefore \triangle BDE$ 是等腰三角形.



【点睛】此题主要考查了平行线的性质以及角平分线的定义，正确得出 $\angle 2 = \angle 3$ 是解题关键.

26. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AD \perp DE$ ， $AC = BC = BE$ ，猜想线段 CE 与 AD 的数量关系，并说明理由



【答案】 $CE = 2AD$ ，理由见解析

【解析】

【分析】 本题考查等腰三角形的性质，全等三角形的判定与性质，过点 B 作 $BF \perp DE$ 于点 F ，证明 $\triangle DAC \cong \triangle FCB$ (AAS)，得 $AD = CF$ ，由等腰三角形三线合一得 $CE = 2CF$ ，进而得出结论．掌握等腰三角形三线合一性质是解题的关键．

【详解】 解：线段 CE 与 AD 的数量关系： $CE = 2AD$ ．

理由：过点 B 作 $BF \perp DE$ 于点 F ，

$$\therefore \angle CFB = 90^\circ,$$

$$\because AD \perp DE,$$

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ = \angle CFB,$$

$$\therefore \angle DAC + \angle DCA = 90^\circ,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DCA + \angle FCB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle FCB,$$

在 $\triangle DAC$ 和 $\triangle FCB$ 中，

$$\begin{cases} \angle ADC = \angle CFB \\ \angle DAC = \angle FCB, \\ AC = CB \end{cases}$$

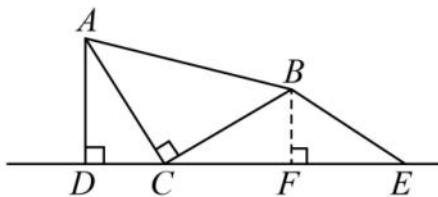
$$\therefore \triangle DAC \cong \triangle FCB (\text{AAS}),$$

$$\therefore AD = CF,$$

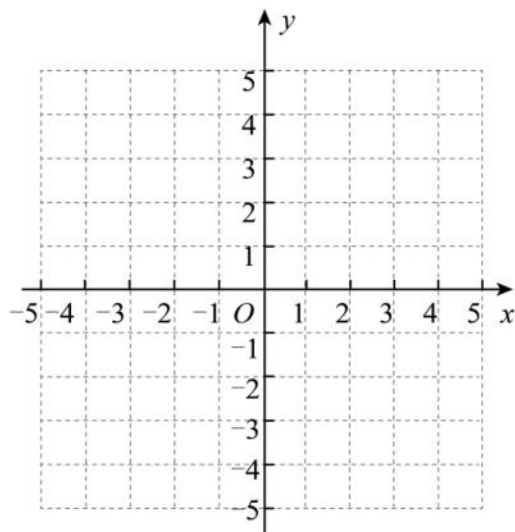
$$\because BC = BE, BF \perp DE,$$

$$\therefore CF = EF = \frac{1}{2}CE,$$

$$\therefore CE = 2CF = 2AD.$$



27. 已知在直角坐标平面内，有点 $A(-2,3)$ 、点 $B(1,-1)$ ，把点 A 向下平移 5 个单位得到点 C 。



- (1) 点 C 的坐标为_____；
- (2) $\triangle ABC$ 的面积是_____；
- (3) 在直线 $x=1$ 上找一点 D ，使 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ACD}$ ，那么点 D 的个数有_____个；
- (4) 在平面直角坐标系的第二、四象限中找一点 E ，使 $\triangle OCE$ 为等腰直角三角形，且以 OC 为直角边，则点 E 的坐标是_____。

【答案】(1) $(-2,-2)$

(2) $\frac{15}{2}$

(3) 无数 (4) $(-2,2)$ 或 $(2,-2)$

【解析】

【分析】本题主要考查了坐标与图形，平移性质，三角形面积的计算，解题的关键是数形结合，注意进行分类讨论。

- (1) 根据平移规律求出点 C 的坐标即可；
- (2) 利用三角形面积公式求出 $\triangle ABC$ 的面积即可；
- (3) 根据 AC 与直线 $x=1$ 平行，得出在直线 $x=1$ 上任意找一点，都可以 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ACD}$ ，从而可得出点 D 的个数；
- (4) 根据点 C 的坐标为 $(-2,2)$ ，得出 $\angle COM = \angle CON = 45^\circ$ ，根据图形可以得出点 E 的坐标。

【小问 1 详解】

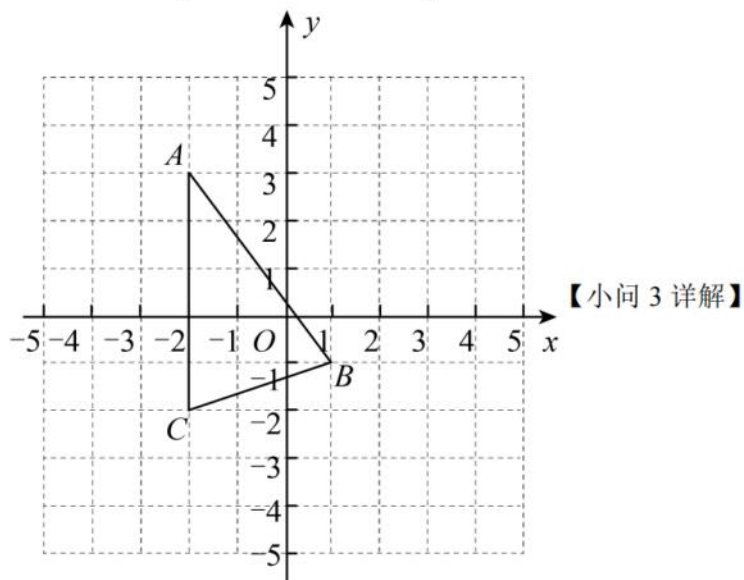
解： $\because$ 点 $A(-2,3)$ 向下平移 5 个单位得到点 C ，

∴点 C 的坐标为 $(-2, 3-5)$,

即 $C(-2, -2)$;

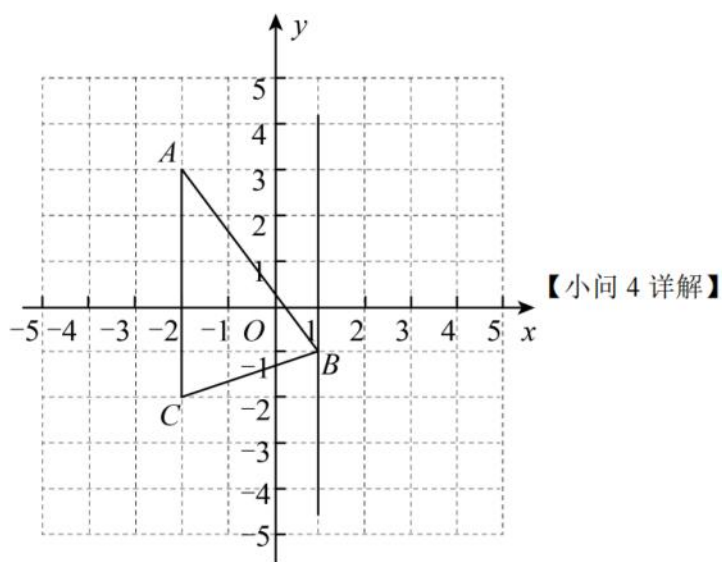
【小问 2 详解】

解: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 5 \times [1 - (-2)] = \frac{15}{2}$.



解: ∵直线 $x=1$ 与 AC 平行,

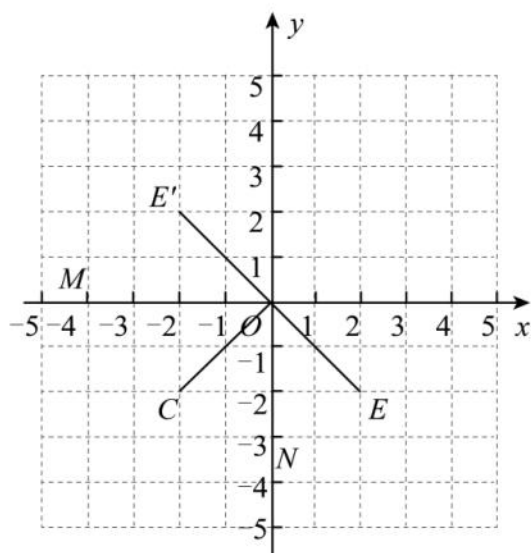
∴在直线 $x=1$ 上任意找一点都可以使 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ACD}$.



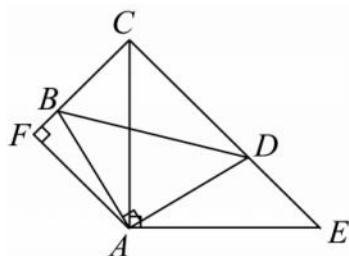
解: ∵点 C 的坐标为 $(-2, -2)$,

∴ $\angle COM = \angle CON = 45^\circ$,

∴点 E 的坐标为 $(-2, 2)$ 或 $(2, -2)$ 时, $\triangle COE$ 是以 CO 为直角边的等腰直角三角形.



28. 如图, $\triangle BAD$ 和 $\triangle CAE$ 是等腰三角形且 $\angle BAD = \angle CAE = 90^\circ$, $AF \perp CB$, 垂足为 F .



- (1) 试说明 $\angle ABF = \angle ADC$ 的理由
- (2) 猜想 CF 和 CE 的位置关系, 并说明理由;
- (3) 试说明: $CD = 2BF + DE$.

【答案】(1) 见解析;

(2) $CF \perp CE$, 理由见解析

(3) 见解析

【解析】

【分析】(1) 先根据等角的余角相等证得 $\angle BAC = \angle DAE$, 再根据全等三角形的判定证明即可得出 $\angle ABC = \angle ADE$, 根据补角的定义, 即可得证;

(2) 根据等腰直角三角形的性质和全等三角形的性质求得 $\angle BCA = \angle E = 45^\circ$, 再根据直角三角形的两锐角互余求得 $\angle CAF = 45^\circ$ 即可得出 $\angle FAE = 135^\circ$, 进而证明 $AF \parallel CE$, 即可得出结论;

(3) 延长 BF 到 G , 使得 $FG = FB$, 根据全等三角形的判定与性质证明 $\triangle AFB \cong \triangle AFG (SAS)$, $\triangle CGA \cong \triangle CDA (AAS)$ 得到 $CG = CD$ 即可证得结论.

【小问 1 详解】

证明: $\because \angle BAD = \angle CAE = 90^\circ$,

$$\therefore \angle BAC + \angle CAD = 90^\circ, \quad \angle CAD + \angle DAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle DAE,$$

在 $\triangle BAC$ 和 $\triangle DAE$ 中,

$$\therefore \begin{cases} AB = AD \\ \angle BAC = \angle DAE, \\ AC = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BAC \cong \triangle DAE (\text{SAS});$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ADE,$$

$$\therefore \angle ABF = \angle ADC;$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \because \angle CAE = 90^\circ, \quad AC = AE,$$

$$\therefore \angle E = 45^\circ,$$

由 (1) 知 $\triangle BAC \cong \triangle DAE$,

$$\therefore \angle BCA = \angle E = 45^\circ,$$

$$\because AF \perp BC,$$

$$\therefore \angle CFA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAF = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle FAE = \angle FAC + \angle CAE = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ;$$

$$\text{又} \because \angle E = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle FAE + \angle E = 180^\circ,$$

$$\therefore AF \parallel CE,$$

$$\because AF \perp BC,$$

$$\therefore CF \perp CE;$$

【小问 3 详解】

证明: 延长 BF 到 G , 使得 $FG = FB$,

$$\because AF \perp BG,$$

$$\therefore \angle AFG = \angle AFB = 90^\circ,$$

在 $\triangle AFB$ 和 $\triangle AFG$ 中,

$$\therefore \begin{cases} BF = GF \\ \angle AFB = \angle AFG, \\ AF = AF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AFB \cong \triangle AFG (\text{SAS}),$$

$$\therefore AB = AG, \quad \angle ABF = \angle G,$$

$$\because \triangle BAC \cong \triangle DAE,$$

$$\therefore AB = AD, \quad \angle CBA = \angle EDA, \quad CB = ED,$$

$$\therefore AG = AD, \quad \angle ABF = \angle CDA,$$

$$\therefore \angle CGA = \angle CDA,$$

$$\because \angle GCA = \angle DCA = 45^\circ,$$

$$\therefore \text{在 } \triangle CGA \text{ 和 } \triangle CDA \text{ 中,}$$

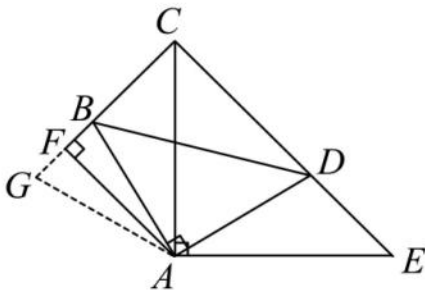
$$\begin{cases} \angle GCA = \angle DCA \\ \angle CGA = \angle CDA, \\ AG = AD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CGA \cong \triangle CDA (\text{AAS}),$$

$$\therefore CG = CD,$$

$$\because CG = CB + BF + FG = CB + 2BF = DE + 2BF,$$

$$\therefore CD = 2BF + DE.$$



【点睛】本题考查全等三角形的判定与性质、等角的余角相等、等腰三角形的性质、直角三角形的性质、线段的和差等知识，熟练掌握全等三角形的判定与性质，添加辅助线构造全等三角形求解线段问题是解答的关键。