浦东新区2023学年第二学期期末质量检测

八年级数学学科试卷

（考试时间90分钟 满分100分）

一、选择题：本题共6小题，每小题3分，共18分．在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知一次函数$y=2x-1$，那么这个一次函数的图像经过（　　）

A. 一、二、三象限　　B. 一、二、四象限　　C. 一、三、四象限　　D. 二、三、四象限

2. 在下列方程中，有实数根的是（　）

A. $\sqrt{x-2}+3=0$

B. $x^2+2x+3=0$

C. $\sqrt{2x+3}=x$

D. $\dfrac{x}{x-1}=\dfrac{1}{x-1}$

3. 下列等式中不正确的是（　）

A. $\left|\vec{a}+\left(-\vec{a}\right)\right|=\vec{0}$

B. $-\left(-\vec{a}\right)=\vec{a}$

C. $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\vec{c}=\vec{a}+\left(\vec{b}+\vec{c}\right)$

D. $\vec{a}+\left(-\vec{b}\right)=\vec{a}-\vec{b}$

4. 下列说法正确的是（）

A. 不确定事件发生的概率为0.5

B. “顺次连接四边形四条边的中点，得到的四边形是正方形”，这是不可能事件

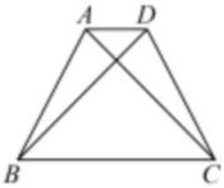
C. 随机事件发生的概率大于0且小于1

D. “取两个无理数，它们的和为无理数”，这是必然事件

5. 已知平行四边形*ABCD*，下列条件中，不能判定这个平行四边形为矩形的是（　　）

A. $\angle A=\angle B$　　B. $\angle A=\angle C$　　C. $AC=BD$　　D. $AB\perp BC$

6. 如图，在等腰梯形$ABCD$中，$AD\parallel BC$，连接AC，BD，且$AC\perp BD$，设$AD=a$，$BC=b$．下列两个说法：①$AC=\dfrac{\sqrt{2}}{2}(a+b)$；②$S_{梯形ABCD}=\dfrac{(a+b)^2}{2}$，则下列说法正确的是（）



A. ①正确②错误

B. ①错误②正确

C. ①②均正确

D. ①②均错误

二、填空题：本题共12小题，每小题2分，共24分．

7. 直线$y=2x-3$的截距是____________________．

8. 二项方程$2x^3-16=0$在实数范围内的解是________．

9. 关于 x 的方程 $(a+2)x=8\ (a\neq-2)$ 的解是____________.

10. 用换元法解方程 $\frac{2x-1}{x^2}+\frac{x^2}{2x-1}=5$ 中，如果设 $\frac{2x-1}{x^2}=y$ ，那么将原方程变形后表示为一元二次方程一般形式是________________________.

11. 方程 $\sqrt{x+4}=2-x$ 的根是____.

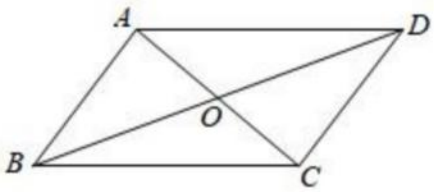
12. 某班的“社会实践活动小组”有男生 3 人，女生 4 人，若选出一人做组长，则组长是女生的概率是____________.

13. 如果一个多边形的内角和是 1080°，那么这个多边形是____________边形.

14. 已知菱形的边长为 13cm ，一条对角线长为 24cm ，那么菱形的面积为____________ cm^2 .

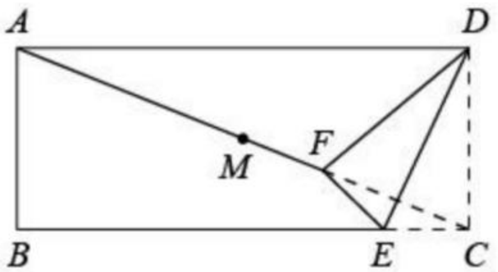
15. 根据上海市统计局数据，上海市 2021 年的地区生产总值约是 4.32 万亿，2023 年的地区生产总值约是 4.72 万亿，设这两年上海市地区生产总值的年平均增长率都为 x，根据题意可列方程______.

16. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 交于点 O，$AC\perp AB$，$AB=\sqrt{5}$，且 AC：BD=2：3，那么 AC 的长为___.



17. 在梯形 $ABCD$ 中，$AD/\!/BC$，如果 AD=4，BC=10，E、F 分别是边 AB、CD 的中点，那么 EF=_____.

18. 如图是一张矩形纸片 $ABCD$，点 M 是对角线 AC 的中点，点 E 在 BC 边上，把△DCE 沿直线 DE 折叠，使点 C 落在对角线 AC 上的点 F 处，连接 DF，EF．若 MF=AB，则∠DAF=____度.



三、解答题：本题共 8 小题，共 58 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

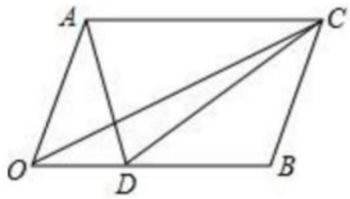
19. 解方程：$\frac{2x}{x-2}-\frac{8}{x^2-2x}=1$.

20. 解方程：$\begin{cases}y-2x=6\\4x^2+4xy+y^2=4\end{cases}$.

21. 已知四边形 OBCA 是平行四边形，点 D 在 OB 上.

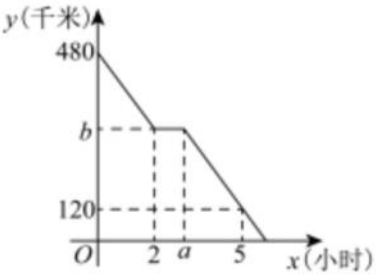
（1）填空：$\overline{OA}+\overline{AC}=$_____；$\overline{AD}-\overline{OB}=$_____；

（2）求作：$\overline{OA}+\overline{CD}-\overline{AD}$.



22. 甲、乙两地间铁路长 2400 千米，经技术改造后，列车实现了提速．提速后比提速前速度增加 20 千米/时，列车从甲地到乙地行驶时间减少 4 小时．已知列车在现有条件下安全行驶的速度不超过 140 千米/时．请你用学过的数学知识说明这条铁路在现有条件下是否还可以再次提速？

23. 寒假期间，小华一家驾车去某地旅游，早上 6∶00 点出发，以 80 千米/小时的速度匀速行驶一段时间后，途经一个服务区休息了 1 小时，再次出发时提高了车速．如图，这是她们离目的地的路程 y（千米）与所用时间 x（小时）的函数图像．



根据图像提供的信息回答下列问题：

（1）图中的 $a=$ _______，$b=$ ______；

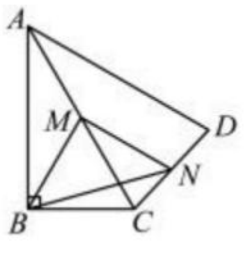
（2）求提速后 y 关于 x 的函数解析式（不用写出定义域）；

（3）她们能否在中午 12∶30 之前到达目的地？请说明理由．

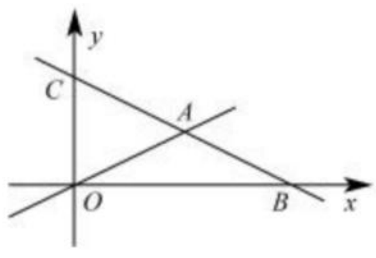
24. 如图，在四边形 ABCD 中，∠ABC=90°，AC=AD，M，N 分别为 AC，CD 的中点，连接 BM，MN，BN．

（1）求证：BM=MN；

（2）∠BAD=60°，AC 平分∠BAD，AC=2，求 BN 的长．



25. 如图，在平面直角坐标系中，直线 $l_1: y=-\frac{1}{2}x+6$ 分别与 x 轴、y 轴交于点 B、C，且与直线 $l_2: y=\frac{1}{2}x$ 交于点 A．

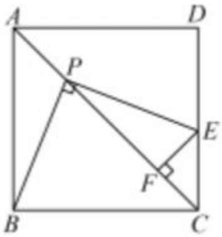


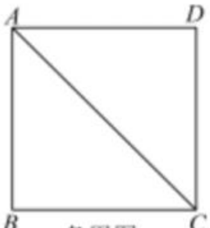
（1）分别求出点 A、B、C 的坐标；

（2）若D是线段OA上的点，且$\triangle COD$的面积为12，求直线CD的函数表达式；

（3）在(2)的条件下，设P是射线CD上的点，在平面内是否存在点Q，使以O、C、P、Q为顶点的四边形是菱形？若存在，直接写出点Q的坐标．

26. 已知边长为$4\sqrt{2}$的正方形$ABCD$中，P是对角线AC上的一个动点（与点A，C不重合），过点P作$PE\perp PB$，PE交射线DC于点E，过点E作$EF\perp AC$，垂足为点F．





备用图

（1）求证：$BP=PE$；

（2）当点E落在线段CD上时（如图所示），设$AP=x$，$\triangle PEF$的面积为y，求y与x之间的函数关系式，并写出函数的定义域；

（3）在点P的运动过程中，$\triangle PEC$能否为等腰三角形？如果能，试求出AP的长，如果不能，试说明理由．

浦东新区2023学年第二学期期末质量检测

八年级数学学科试卷（答案解析）

（考试时间90分钟 满分100分）

一、选择题：本题共6小题，每小题3分，共18分．在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知一次函数$y=2x-1$，那么这个一次函数的图像经过（　　）

A. 一、二、三象限　　B. 一、二、四象限　　C. 一、三、四象限　　D. 二、三、四象限

【答案】C

【解析】

【分析】根据k、b的符号判断即可．

【详解】解：一次函数$y=2x-1$中，$k=2>0,b=-1<0$，

∴这个一次函数的图像经过一、三、四象限，

故选：C．

【点睛】本题考查了一次函数的图像，明确k、b的符号与一次函数所经过的象限是解题关键．

2. 在下列方程中，有实数根的是（　）

A. $\sqrt{x-2}+3=0$

B. $x^2+2x+3=0$

C. $\sqrt{2x+3}=x$

D. $\frac{x}{x-1}=\frac{1}{x-1}$

【答案】C

【解析】

【分析】利用二次根式的非负性对A进行判断；利用根的判别式的意义对B进行判断；解无理方程对C进行判断；解分式方程对D进行判断．

【详解】解：A、移项得：$\sqrt{x-2}=-3$，$\because\sqrt{x-2}\geq 0$，所以原方程没有实数解，所以A选项不符合题意；

B、因为$\Delta=2^2-4\times 3=-8<0$，所以原方程没有实数解，所以B选项不符合题意；

C、给方程两边同时平方得：$2x+3=x^2$，化为一般形式为：$x^2-2x-3=0$，解得$x_1=-1$，$x_2=3$，经检验$x_1=-1$时不满足原方程，所以$x=3$，所以C选项符合题意；

D、解方程得$x=1$，经检验当$x=1$时分母为零，所以原方程无实数解，所以D选项不符合题意．

故选C．

【点睛】本题考查了解无理方程、一元二次方程、分式方程等知识点，解无理方程的基本思想是把无理方程转化为有理方程来解．

3. 下列等式中不正确的是（　）

A. $\left|\vec{a}+\left(-\vec{a}\right)\right|=\vec{0}$

B. $-\left(-\vec{a}\right)=\vec{a}$

C. $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$ D. $\vec{a}+(-\vec{b})=\vec{a}-\vec{b}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据向量的线性计算，逐一进行判断即可．

【详解】解：A. $|\vec{a}+(-\vec{a})|=0$，原式错误；

B. $-(-\vec{a})=\vec{a}$，正确；

C. $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$，正确；

D. $\vec{a}+(-\vec{b})=\vec{a}-\vec{b}$，正确；

故选：A．

【点睛】本题考查向量的线性计算．熟练掌握相关运算法则是解题的关键．

4. 下列说法正确的是（ ）

A. 不确定事件发生的概率为 0.5

B. “顺次连接四边形四条边的中点，得到的四边形是正方形”，这是不可能事件

C. 随机事件发生的概率大于 0 且小于 1

D. “取两个无理数，它们的和为无理数”，这是必然事件

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了概率的意义，概率的意义反映的只是这一事件发生的可能性的大小．

根据随机事件、正方形的判定以及概率的意义分别对每一项进行分析，即可得出答案．

【详解】解：A. 不确定事件发生的概率大于 0 且小于 1，原说法错误；

B. “顺次连接四边形四条边的中点，得到的四边形是正方形”，这是随机事件，原说法错误；

C. 随机事件发生的概率大于 0 且小于 1，说法正确；

D. “取两个无理数，它们的和为无理数”，这是随机事件，原说法错误；

故选 C．

5. 已知平行四边形 $ABCD$，下列条件中，不能判定这个平行四边形为矩形的是（　　）

A. $\angle A=\angle B$　　B. $\angle A=\angle C$　　C. $AC=BD$　　D. $AB\perp BC$

【答案】B

【解析】

【分析】由矩形的判定方法依次判断即可得出结果．

【详解】解：A、$\angle A=\angle B$，$\angle A+\angle B=180°$，所以$\angle A=\angle B=90°$，可以判定这个平行四边形为矩形，不符合题意；

B、$\angle A=\angle C$ 不能判定这个平行四边形为矩形，符合题意；

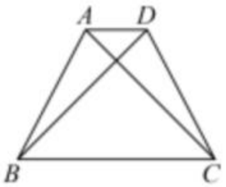
C、$AC=BD$，对角线相等，可推出平行四边形 $ABCD$ 是矩形，故不符合题意；

D、$AB\perp BC$，所以$\angle B=90°$，可以判定这个平行四边形为矩形，不符合题意，

故选 B．

【点睛】本题考查了矩形的判定，熟练掌握“有一个角是直角的平行四边形是矩形、对角线相等的平行四边形是矩形、有三个角是直角的四边形是矩形”是解题的关键．

6. 如图，在等腰梯形 $ABCD$ 中，$AD // BC$，连接 AC，BD，且 $AC \perp BD$，设 $AD=a$，$BC=b$．下列两个说法：① $AC=\dfrac{\sqrt{2}}{2}(a+b)$；② $S_{梯形ABCD}=\dfrac{(a+b)^2}{2}$，则下列说法正确的是（ ）



A. ①正确②错误　　　　B. ①错误②正确

C. ①②均正确　　　　D. ①②均错误

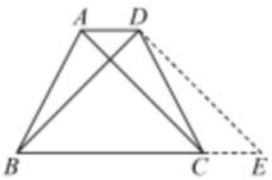
【答案】A

【解析】

【分析】本题考查梯形中求线段长，平行四边形的判定与性质、全等三角形的判定性质、勾股定理、等腰直角三角形的判定与性质等知识，熟练掌握相关几何判定与性质是解决问题的关键.

过 B 作 $BE \parallel CA$，交 DC 延长线于 E，根据梯形 $ABCD$ 为等腰梯形，可得 $\triangle DAB \cong \triangle ADC$，即可得到 $BE=BC+CE=b+a$，根据等腰直角三角形性质即可求出 AC 长，然后根据 $S_{梯形ABCD}=S_{\triangle BDE}=\dfrac{1}{2}BD \cdot AC$ 从而得到答案.

【详解】过 B 作 $BE \parallel CA$，交 DC 延长线于 E，如图所示:、



$\because AB \parallel CD$，

$\therefore$ 四边形 $ACEB$ 是平行四边形，

$\therefore CE=AD$，$AC=DE$，

$\because ABCD$ 是等腰梯形，

$\therefore \angle DAB=\angle CDA$，

$\because AD=DA$，$AB=CD$

$\therefore \triangle DAB \cong \triangle ADC(\mathrm{SAS})$，

$\therefore AC=BD$，即 $BD=DE$，

$\because AC \perp BD$，

$\therefore BE \perp BD$，

在$Rt\triangle BDE$中，$BD=DE,AD=a,BC=b$，

$\therefore BE=BC+CE=b+a$，

$\therefore AC=DE=\frac{BE}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}BE=\frac{\sqrt{2}}{2}(a+b)$，此时①正确；

由$\triangle DAB\cong\triangle ADC$，

$\therefore S_{\triangle DAB}=S_{\triangle ADC}=S_{\triangle DCE}$，

$\therefore S_{梯形ABCD}=S_{\triangle BDE}=\frac{1}{2}BD\cdot AC=\frac{1}{2}\times\left[\frac{\sqrt{2}}{2}(a+b)\right]^2=\frac{(a+b)^2}{4}$，故②错误；

故选A

二、填空题：本题共12小题，每小题2分，共24分.

7. 直线$y=2x-3$的截距是____________________.

【答案】-3

【解析】

【分析】一次函数y=kx+b在y轴上的截距是b.

【详解】解：∵在一次函数y=2x-3中，b=-3，

∴一次函数y=2x-3在y轴上的截距b=-3.

【点睛】本题考查一次函数图象上点的坐标特征，数形结合思想解题是本题的解题关键.

8. 二项方程$2x^3-16=0$在实数范围内的解是________.

【答案】$x=2$

【解析】

【分析】先移项，再将三次项系数化为1，最后根据立方根的定义求解可得.

【详解】解：$\because 2x^3-16=0$，

$\therefore 2x^3=16$，

$\therefore x^3=8$，

$\therefore x=\sqrt[3]{8}=2$，

故答案为：$x=2$.

【点睛】本题主要考查立方根，解题的关键是掌握立方根的定义.

9. 关于x的方程$(a+2)x=8\ (a\neq-2)$的解是____________.

【答案】$x=\frac{8}{a+2}$

【解析】

【分析】本题考查了解一元一次方程，注意等式两边同时乘或除以一个不为0的数，所得结果仍然是等式．根据$a\neq-2$，得到$a+2\neq0$，方程两边都除以$(a+2)$即可求得方程的解.

【详解】解：$\because a \neq -2$，

$\therefore a+2 \neq 0$，

方程两边都除以$(a+2)$得：$x=\frac{8}{a+2}$，

故答案为：$x=\frac{8}{a+2}$.

10. 用换元法解方程$\frac{2x-1}{x^2}+\frac{x^2}{2x-1}=5$中，如果设$\frac{2x-1}{x^2}=y$，那么将原方程变形后表示为一元二次方程一般形式是________________________.

【答案】$y^2-5y+1=0$

【解析】

【分析】本题考查了整体换元法、去分母将分式方程化为整式方程，正确代入以及去分母是解题关键.

将原分式方程中$\frac{2x-1}{x^2}$的全部换成y，最后去分母化成整式方程即可.

【详解】解：设$\frac{2x-1}{x^2}=y$，则原方程为$y+\frac{1}{y}=5$，

整理得$y^2-5y+1=0$，

故答案为：$y^2-5y+1=0$.

11. 方程$\sqrt{x+4}=2-x$的根是____.

【答案】$x=0$

【解析】

【分析】两边平方得出$x+4=(2-x)^2$，求出方程的解，再进行检验即可.

【详解】解：$\sqrt{x+4}=2-x$，

两边平方，得$x+4=(2-x)^2$，

整理得：$x^2-5x=0$，

解得：$x=0$或5，

经检验$x=0$是原方程的解，$x=5$不是原方程的解，

故答案为：$x=0$.

【点睛】本题考查了解无理方程，能把解无理方程转化成解有理方程是解此题的关键.

12. 某班的“社会实践活动小组”有男生3人，女生4人，若选出一人做组长，则组长是女生的概率是____________.

【答案】$\frac{4}{7}$

【解析】

【分析】本题考查了简单概率的计算．由题意可知，随机指定一人为组长总共有 6 种情况，其中恰是女生有 4 种情况，利用概率公式进行求解即可．

【详解】解：∵选出一人做组长总共有 $3+4=7$ 种情况，其中恰是女生有 4 种情况，

∴选出一人做组长恰好是女生的概率是 $\frac{4}{7}$．

故答案为：$\frac{4}{7}$．

13. 如果一个多边形的内角和是 1080°，那么这个多边形是___________边形．

【答案】八

【解析】

【分析】本题主要考查多边形内角和，熟练掌握多边形内角和公式是解题的关键；因此此题可根据多边形内角和公式 $(n-2)\cdot 180°$ 进行求解即可

【详解】解：设这个多边形的边数为 n，

则 $(n-2)\cdot 180=1080$，

解得 $n=8$，

故答案为：八．

14. 已知菱形的边长为 13cm，一条对角线长为 24cm，那么菱形的面积为___________ cm^2．

【答案】120

【解析】

【分析】本题主要考查了菱形的性质，勾股定理，熟知菱形的性质是解题的关键．先根据菱形的性质求出 $OB=12$，然后利用勾股定理求出 OA，再由 $S_{\text{菱形}ABCD}=\frac{1}{2}AC\cdot BD$ 求解即可．

【详解】解：如图，

∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

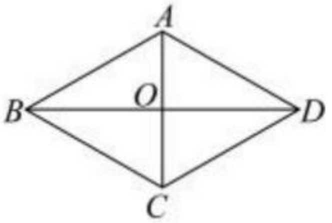
∴ $OB=\frac{1}{2}BD=12cm$，$AC=2OA$，$AC\perp BD$，

∴ $OA=\sqrt{AB^2-OB^2}=\sqrt{13^2-12^2}=5\text{cm}$，

∴ $AC=2OA=10\text{cm}$，

∴ $S_{\text{菱形}ABCD}=\frac{1}{2}AC\cdot BD=\frac{1}{2}\times 10\times 24=120\text{cm}^2$，

故答案为：120．



15. 根据上海市统计局数据，上海市 2021 年的地区生产总值约是 4.32 万亿，2023 年的地区生产总值约是 4.72 万亿，设这两年上海市地区生产总值的年平均增长率都为 x，根据题意可列方程______.

【答案】$4.32(1+x)^2=4.72$

【解析】

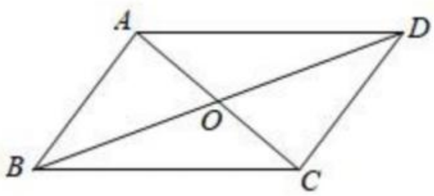
【分析】本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键.

根据上海市 2021 年及 2023 年我国国民生产总值，即可得出关于 x 的一元二次方程，此题得解.

【详解】解：依题意得：$4.32(1+x)^2=4.72$.

故答案为：$4.32(1+x)^2=4.72$.

16. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 交于点 O，$AC\perp AB$，$AB=\sqrt{5}$，且 AC：$BD=2$：3，那么 AC 的长为___.



【答案】4

【解析】

【分析】四边形 $ABCD$ 是平行四边形，可得 $AO=CO=\frac{1}{2}AC$，$BO=DO=\frac{1}{2}BD$，由 $AC:BD=2:3$，可知 $AO:BO=2:3$，由 $AC\perp AB$ 可知在 $Rt\triangle ABO$ 中勾股定理求解 AO 的值，进而求解 AC 的值.

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形

∴ $AO=CO=\frac{1}{2}AC$，$BO=DO=\frac{1}{2}BD$

∵ $AC:BD=2:3$

∴ $AO:BO=2:3$

∵ $AC\perp AB$

∴ $AO^2+AB^2=BO^2$

∴设 $AO=2x$，$BO=3x$

则 $(2x)^2+(\sqrt{5})^2=(3x)^2$

解得：$x=1$

则 $AO=2$

故 $AC=4$

故答案为：4．

【点睛】本题考查了勾股定理，平行四边形的性质等知识．解题的关键在于正确的求解．

17. 在梯形 $ABCD$ 中，$AD // BC$，如果 $AD=4$，$BC=10$，E、F 分别是边 AB、CD 的中点，那么 $EF=$ _____．

【答案】7．

【解析】

【分析】根据梯形中位线定理得到 EF=$\frac{1}{2}$（AD+BC），然后把 AD=4，BC=10 代入可求出 EF 的长．

【详解】∵E，F 分别是边 AB，CD 的中点，

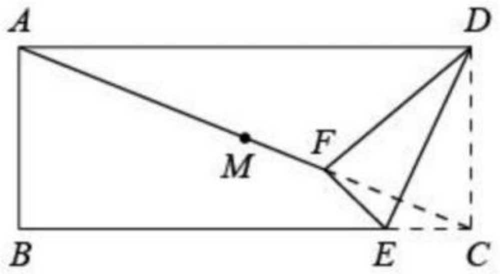
∴EF 为梯形 $ABCD$ 的中位线，

∴$EF=\frac{1}{2}$（$AD+BC$）$=\frac{1}{2}$（4+10）＝7．

故答案为 7．

【点睛】本题考查了梯形中位线定理：梯形的中位线平行于两底，并且等于两底和的一半．

18. 如图是一张矩形纸片 $ABCD$，点 M 是对角线 AC 的中点，点 E 在 BC 边上，把△DCE 沿直线 DE 折叠，使点 C 落在对角线 AC 上的点 F 处，连接 DF，EF．若 $MF=AB$，则∠DAF＝____度．

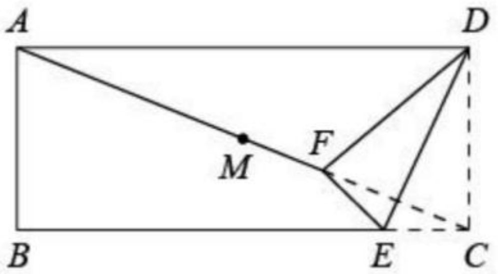


【答案】18

【解析】

【分析】连接 DM，如图，设∠$DAF=x$．根据矩形的性质，直角三角形斜边上的中线是斜边的一半，等边对等角，三角形外角的性质求出∠$DMC=2x$，根据轴对称的性质，等边对等角，三角形外角的性质和等价代换思想求出∠$DCF=4x$ 和∠$MDC=4x$，最后根据三角形内角和定理列出方程求解即可．

【详解】解：连接 DM，如图所示，设∠$DAF=x$．



∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$AB=CD$，$\angle ADC=90°$．

∵M 是 AC 中点，

∴ $AM=CM=DM=\frac{1}{2}AC$ ．

∴$\angle ADM=\angle DAF=x$，$\angle DCF=\angle MDC$．

∴$\angle DMC=\angle DAF+\angle ADM=2x$．

∵$\triangle DCE$ 沿直线 DE 折叠，点 C 落在对角线 AC 上的点 F 处，

∴$FD=CD$，$\angle DFC=\angle DCF$．

∴$FD=AB$．

∵$MF=AB$，

∴$FD=MF$．

∴$\angle FDM=\angle DMC=2x$．

∴$\angle DFC=\angle FDM+\angle DMC=4x$．

∴$\angle DCF=\angle DFC=4x$．

∴$\angle MDC=\angle DCF=4x$．

∵$\angle MDC+\angle DCF+\angle DMC=180°$，

∴$4x+4x+2x=180$．

∴$x=18$．

故答案为：18．

【点睛】本题考查矩形的性质，直角三角形斜边上的中线是斜边的一半，等边对等角，三角形外角的性质，轴对称的性质，三角形内角和定理，综合应用这些知识点是解题关键．

三、解答题：本题共 8 小题，共 58 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

19. 解方程：$\frac{2x}{x-2}-\frac{8}{x^2-2x}=1$ ．

【答案】$x=-4$

【解析】

【分析】先去分母，将分式方程化为整式方程，再用因式分解法求解，最后进行检验即可．

【详解】解：$\frac{2x}{x-2}-\frac{8}{x(x-2)}=1$ ，

$2x^2-8=x^2-2x$，

$x^2+2x-8=0$,

$(x-2)(x+4)=0$,

$x_1=2$，$x_2=-4$，

检验：当$x=2$时，$x(x-2)=0$；当$x=-4$时，$x(x-2)\neq 0$；

$\therefore x=-4$是原分式方程的解.

【点睛】本题主要考查了解分式方程和解一元二次方程，解题的关键是熟练掌握解分式方程和解一元二次方程的方法和步骤.

20. 解方程：$\begin{cases} y-2x=6 \\ 4x^2+4xy+y^2=4 \end{cases}$.

【答案】$\begin{cases} x_1=-1 \\ y_1=4 \end{cases}$，$\begin{cases} x_2=-2 \\ y_2=2 \end{cases}$.

【解析】

【分析】先把方程组化成两个二元一次方程组，再解这两个二元一次方程组即可.

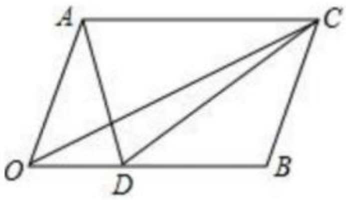
【详解】解：$\because \begin{cases} y-2x=6 \\ 4x^2+4xy+y^2=4 \end{cases}$，$\therefore \begin{cases} y-2x=6 \\ 2x+y=2 \end{cases}$或$\begin{cases} y-2x=6 \\ 2x+y=-2 \end{cases}$，解得$\begin{cases} x_1=-1 \\ y_1=4 \end{cases}$，$\begin{cases} x_2=-2 \\ y_2=2 \end{cases}$.

【点睛】此题主要考查了二元二次方程组的解法，熟练掌握二元二次方程组的解法是解题的关键.

21. 已知四边形 OBCA 是平行四边形，点 D 在 OB 上.

（1）填空：$\overline{OA}+\overline{AC}=$_____；$\overline{AD}-\overline{OB}=$_____；

（2）求作：$\overline{OA}+\overline{CD}-\overline{AD}$.



【答案】（1）$\overline{OC}$；$\overline{CD}$；（2）见解析.

【解析】

【分析】（1）利用三角形法则求解即可.

（2）利用三角形法则求解即可.

【详解】解：（1）∵四边形 ABCD 是平行四边形，

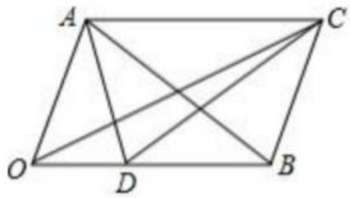
∴AC＝OB，AC//OB，

由题意，$\overline{OA}+\overline{AC}=\overline{OC}, \overline{AD}-\overline{OB}=-\left(\overline{DA}+\overline{OB}\right)=-\left(\overline{DA}+\overline{AC}\right)=-\overline{DC}=\overline{CD}$

故答案为$\overline{OC},\overline{CD}$.

（2）连接 AB.

$\because \overline{OA}+\overline{CD}-\overline{AD}=\overline{OA}-\left(\overline{AD}+\overline{DC}\right)=\overline{OA}-\overline{AC}=\overline{OA}-\overline{OB}=\overline{BO}+\overline{OA}=\overline{BA}$



$\therefore \overline{BA}$即为所求.

【点睛】本题考查了向量，熟练掌握运用三角形法则是解题的关键.

22. 甲、乙两地间铁路长2400千米，经技术改造后，列车实现了提速．提速后比提速前速度增加20千米/时，列车从甲地到乙地行驶时间减少4小时．已知列车在现有条件下安全行驶的速度不超过140千米/时．请你用学过的数学知识说明这条铁路在现有条件下是否还可以再次提速？

【答案】可以再次提速

【解析】

【分析】本题考查了分式方程的应用，设提速后列车的速度为x千米/时，则提速前的速度为$\left(x-20\right)$千米/时，然后根据题意列出分式方程，从而求出方程的解，将解与140进行比较大小，从而得出答案.

【详解】解：设提速后列车的速度为x千米/时，则提速前的速度为$\left(x-20\right)$千米/时，

根据题意可得：$\dfrac{2400}{x-20}-\dfrac{2400}{x}=4$，

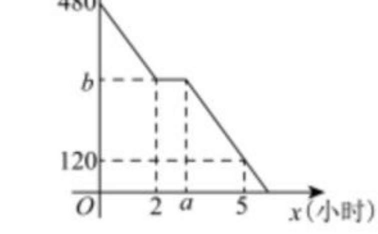
解得：$x_1=120$，$x_2=-100$（舍去），

经检验：$x=120$是原方程的解且符合题意，

$\because 120<140$，

$\therefore$ 仍可以再次提速.

23. 寒假期间，小华一家驾车去某地旅游，早上6：00点出发，以80千米/小时的速度匀速行驶一段时间后，途经一个服务区休息了1小时，再次出发时提高了车速．如图，这是她们离目的地的路程y（千米）与所用时间x（小时）的函数图像.



根据图像提供的信息回答下列问题：

（1）图中的$a=$_______，$b=$______；

（2）求提速后y关于x的函数解析式（不用写出定义域）；

（3）她们能否在中午12：30之前到达目的地？请说明理由.

【答案】（1）3；320；

（2）提速后 y 关于 x 的函数解析式为 $y=-100x+620$.

（3）能．理由见解析

【解析】

【分析】（1）根据图象求出 a 的值，根据"离目的地的路程=家与目的地之间的距离-行驶的路程"可计算 b 的数值；

（2）利用待定系数法求解即可；

（3）当 $y=0$ 时求出对应 x 的值，计算出到达目的地的时间，从而作出判断即可.

【小问 1 详解】

解：由题意可得：$a=2+1=3$，

$b=480-80\times 2=320$.

【小问 2 详解】

设提速后 y 关于 x 的函数解析式为 $y=kx+b$（k、b 为常数，且 $k\neq 0$）.

将坐标 $(3,320)$ 和 $(5,120)$ 代入 $y=kx+b$，

得 $\begin{cases}3k+b=320\\5k+b=120\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}k=-100\\b=620\end{cases}$，

∴提速后 y 关于 x 的函数解析式为 $y=-100x+620$.

【小问 3 详解】

能．理由如下：

当她们到达目的地时，$y=0$，得 $-100x+620=0$，

解得 $x=6.2$，

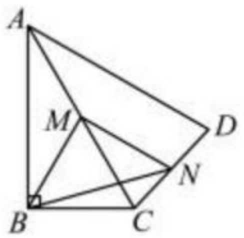
6.2 小时=6 时 12 分，

∴她们于 12：12 分到达目的地.

24. 如图，在四边形 ABCD 中，∠ABC=90°，AC=AD，M，N 分别为 AC，CD 的中点，连接 BM，MN，BN.

（1）求证：BM=MN；

（2）∠BAD=60°，AC 平分∠BAD，AC=2，求 BN 的长.



【答案】（1）证明见解析；（2）$\sqrt{2}$

【解析】

【分析】（1）在△CAD 中，由中位线定理得到 MN∥AD，且 MN=$\frac{1}{2}$AD，在 Rt△ABC 中，因为 M 是 AC 的中点，故 BM=$\frac{1}{2}$AC，即可得到结论；

（2）由∠BAD=60°且 AC 平分∠BAD，得到∠BAC=∠DAC=30°，由（1）知，BM=$\frac{1}{2}$AC=AM=MC，得到∠BMC =60°．由平行线性质得到∠NMC=∠DAC=30°，故∠BMN=90°，得到 $BN^2=BM^2+MN^2$，再由 MN=BM=1，得到 BN 的长．

【详解】（1）在△CAD 中，∵M、N 分别是 AC、CD 的中点，

∴MN∥AD，且 MN=$\frac{1}{2}$AD，

在 Rt△ABC 中，∵M 是 AC 的中点，

∴BM=$\frac{1}{2}$AC，

又∵AC=AD，

∴MN=BM；

（2）∵∠BAD=60°且 AC 平分∠BAD，

∴∠BAC=∠DAC=30°，

由（1）知，BM=$\frac{1}{2}$AC=AM=MC，

∴∠BMC=∠BAM+∠ABM=2∠BAM=60°．

∵MN∥AD，

∴∠NMC=∠DAC=30°，

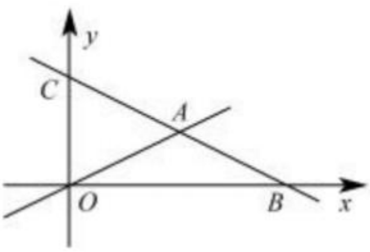
∴∠BMN=∠BMC+∠NMC=90°，

∴$BN^2=BM^2+MN^2$，

而由（1）知，MN=BM=$\frac{1}{2}$AC=$\frac{1}{2}$×2=1，

∴BN=$\sqrt{2}$．

25. 如图，在平面直角坐标系中，直线 $l_1: y=-\frac{1}{2}x+6$ 分别与 x 轴、y 轴交于点 B、C，且与直线 $l_2: y=\frac{1}{2}x$ 交于点 A．



（1）分别求出点 A、B、C 的坐标；

（2）若D是线段OA上的点，且$\triangle COD$的面积为12，求直线CD的函数表达式；

（3）在(2)的条件下，设P是射线CD上的点，在平面内是否存在点Q，使以O、C、P、Q为顶点的四边形是菱形？若存在，直接写出点Q的坐标．

【答案】（1）$A(6,3)$；$B(12,0)$；$C(0,6)$

（2）$y=-x+6$

（3）存在满足条件的点的Q，其坐标为$(6,6)$或$(-3,3)$或$(3\sqrt{2},-3\sqrt{2})$

【解析】

【分析】（1）联立两直线解析式求出A的坐标，分别把$y=0$，$x=0$代入$y=-\frac{1}{2}x+6$可求出B，C的坐标；

（2）根据D在直线OA上，设出D坐标，表示出三角形COD面积，把已知面积代入求出x的值，确定出D坐标，利用待定系数法求出CD解析式即可；

（3）在(2)的条件下，根据P是射线CD上的点，在平面内存在点Q，使以O、C、P、Q为顶点的四边形是菱形，如图所示，分三种情况讨论：(i)当四边形OP_1Q_1C为菱形时，由$\angle COP_1=90°$，得到四边形OP_1Q_1C为正方形；(ii)当四边形OP_2CQ_2为菱形时；(iii)当四边形OQ_3P_3C为菱形时；分别求出P坐标，即可求出Q点坐标．

【小问1详解】

解：解方程组$\begin{cases}y=-\frac{1}{2}x+6\\ y=\frac{1}{2}x\end{cases}$，

得：$\begin{cases}x=6\\ y=3\end{cases}$，

$\therefore A(6,3)$；

把$y=0$代入$y=-\frac{1}{2}x+6$，得$0=-\frac{1}{2}x+6$，

解得：$x=12$，

$\therefore B(12,0)$，

把$x=0$代入$y=-\frac{1}{2}x+6$，得$y=6$，

$\therefore C(0,6)$；

【小问 2 详解】

解：设 $D\left(x,\frac{1}{2}x\right)$，

$\because \triangle COD$ 的面积为 12，

$\therefore \frac{1}{2}\times 6x=12$，

解得：$x=4$，

$\therefore D(4,2)$，

设直线 CD 的函数表达式是 $y=kx+b$，

把 $C(0,6)$，$D(4,2)$ 代入得：$\begin{cases}6=b\\2=4k+b\end{cases}$，

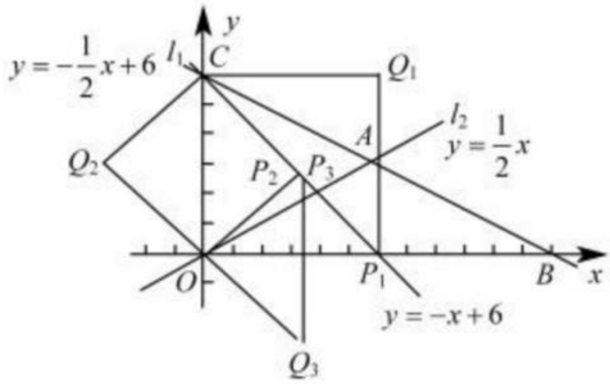
解得：$\begin{cases}k=-1\\b=6\end{cases}$，

$\therefore$ 直线 CD 解析式为 $y=-x+6$；

【小问 3 详解】

解：存在点 Q，使以 O、C、P、Q 为顶点的四边形是菱形，

如图所示，分三种情况考虑：



(i) 当四边形 OP_1Q_1C 为菱形时，由 $\angle COP_1=90°$，得到四边形 OP_1Q_1C 为正方形，此时 $OP_1=OC=6$，

即 $P_1(6,0)$，

此时 $Q(6,6)$；

(ii) 当四边形 OP_2CQ_2 为菱形时，点 P_2 与 Q_2 关于 OC 对称，即可关于 y 轴对称，

$\because C$ 点坐标为 $(0,6)$，

$\therefore$ 点 P_2 纵坐标为 3，

把 $y=3$ 代入直线解析式 $y=-x+6$ 中，得 $3=-x+6$，

解得：$x=3$，

$\therefore P_2(3,3)$，

此时$Q(-3,3)$；

(iii)当四边形OQ_3P_3C为菱形时，则有$OQ_3=OC=CP_3=P_3Q_3=6$，

设$P_3(x,-x+6)$，

$\therefore x^2+(-x+6-6)^2=6^2$，

解得$x=3\sqrt{2}$或$x=-3\sqrt{2}$（舍去），

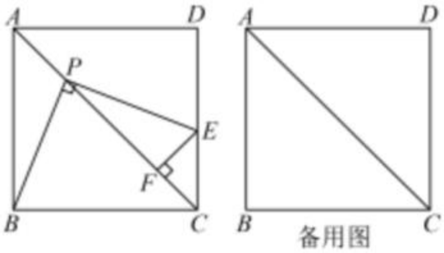
$\therefore P_3(3\sqrt{2},-3\sqrt{2}+6)$；

此时$Q(3\sqrt{2},-3\sqrt{2})$.

综上可知存在满足条件的点的Q的坐标为：$(6,6)$或$(-3,3)$或$Q(3\sqrt{2},-3\sqrt{2})$.

【点睛】本题为一次函数的综合应用，涉及一次函数与坐标轴的交点、待定系数法确定一次函数解析式、一次函数图象的交点、一次函数图象与性质、菱形的性质及分类讨论思想等．在(2)中求得D点坐标是解题的关键，在(3)中确定出P点的位置是解题的关键．本题考查知识点较多，综合性较强，难度适中．

26. 已知边长为$4\sqrt{2}$的正方形$ABCD$中，P是对角线AC上的一个动点（与点A，C不重合），过点P作$PE\perp PB$，PE交射线DC于点E，过点E作$EF\perp AC$，垂足为点F.



（1）求证：$BP=PE$；

（2）当点E落在线段CD上时（如图所示），设$AP=x$，$\triangle PEF$的面积为y，求y与x之间的函数关系式，并写出函数的定义域；

（3）在点P的运动过程中，$\triangle PEC$能否为等腰三角形？如果能，试求出AP的长，如果不能，试说明理由．

【答案】（1）见解析　（2）$y=8-4x(0<x\le 2)$

（3）能，$4\sqrt{2}$

【解析】

【分析】本题主要考查四边形的综合题，熟练掌握正方形的性质，等腰三角形的性质，直角三角形的性

质，全等三角形的判定和性质等知识是解题的关键．

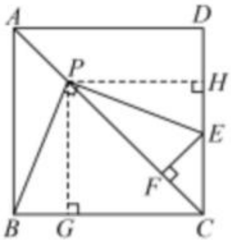
（1）过点 P 作 $PG\perp BC$ 于点 G，$PH\perp CD$ 于点 H，证明 $\triangle PBG\cong\triangle PEH$ 即可得出结论；

（2）（2）连接 BD，证 $\triangle BOP\cong\triangle PFE$，则有 $BO=PF$，$EF=OB$，然后得出关系式即可；

（3）可分点 E 在线段 DC 上和点 E 在线段 DC 的延长线上两种情况讨论，通过计算就可求出符合要求的 AP 的长．

【小问 1 详解】

解：过点 P 作 $PG\perp BC$ 于点 G，$PH\perp CD$ 于点 H，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，$PG\perp BC$，$PH\perp DC$，

$\therefore\angle GPC=\angle ACB=\angle ACD=\angle HPC=45^\circ$，

$\therefore PG=PH$，$\angle GPH=\angle PGB=\angle PHE=90^\circ$，

$\because PE\perp PB$，

即 $\angle BPE=90^\circ$，

$\therefore\angle BPG=90^\circ-\angle GPE=\angle EPH$，

在 $\triangle PGB$ 和 $\triangle PHE$ 中，

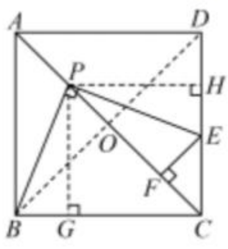
$$\begin{cases}\angle PGB=\angle PHE\\ PH=PG\\ \angle BPG=\angle EPH\end{cases}，$$

$\therefore\triangle PGB\cong\triangle PHE(\text{ASA})$，

$\therefore PB=PE$，

【小问 2 详解】

解：连接 BD，交 AC 于点 O，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore\angle BOP=90^\circ$．

$\because PE\perp PB$，

$\therefore \angle BPE=90^{\circ}$,

$\therefore \angle PBO=90^{\circ}-\angle BPO=\angle EPF$,

$\because EF\perp PC$,

$\therefore \angle PFE=90^{\circ}$,

$\therefore \angle BOP=\angle PFE$,

在$\triangle BOP$和$\triangle PFE$中,

$$\begin{cases}\angle PBO=\angle EPF\\ \angle BOP=\angle PFE\\ BP=PE\end{cases},$$

$\therefore \triangle BOP\cong\triangle PFE(\mathrm{AAS})$,

$\therefore BO=PF$, $EF=PO$,

$\because$四边形$ABCD$是边长为$4\sqrt{2}$的正方形,

$\therefore AO=PF=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times\sqrt{2}=4$,

$\because AP=x$,

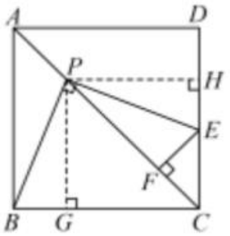
$\therefore EF=4-x$,

$\therefore y=\frac{1}{2}PF\cdot EF=\frac{1}{2}\times4\times(4-x)=8-4x(0<x\leq2)$,

即y与x之间的函数关系式为$y=8-4x(0<x\leq2)$;

【小问3详解】

解:①若点E在线段DC上,



$\because \angle BPE=\angle BCE=90^{\circ}$,

$\therefore \angle PBC+\angle PEC=180^{\circ}$,

$\because \angle PBC<90^{\circ}$,

$\therefore \angle PEC>90^{\circ}$.

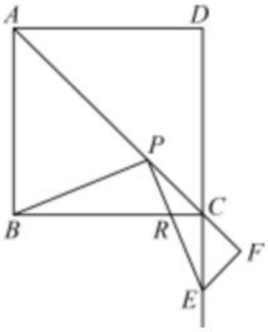
若$\triangle PEC$为等腰三角形,则$EP=EC$,

$\therefore \angle EPC=\angle ECP=45^{\circ}$,

$\therefore \angle PEC=90^{\circ}$,与$\angle PEC>90^{\circ}$矛盾,

∴当点 E 在线段 DC 上时，$\triangle PEC$ 不可能是等腰三角形；

②若点 E 在线段 DC 的延长线上，



若 $\triangle PEC$ 是等腰三角形，

$\because \angle PCE = 135°$，

$\therefore CP = CE$，

$\therefore \angle CPE = \angle CEP = 22.5°$，

$\therefore \angle APB = 180° - 90° - 22.5° = 67.5°$，

$\because \angle PRC = 90° + \angle PBR = 90° + \angle CER$，

$\therefore \angle PBR = \angle CER = 22.5°$，

$\therefore \angle ABP = 67.5°$，

$\therefore \angle ABP = \angle APB$，

$\therefore AP = AB = 4\sqrt{2}$，

$\therefore AP$ 的长为 $4\sqrt{2}$．