# 金山区 2023 学年第二学期期末学情诊断

# 初二数学试卷

**（满分 100 分，考试时间 90 分钟）　2024.6**

**一、选择题：（本大题共 6 题，每题 2 分，满分 12 分）下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.**

1. 下列方程是高次方程的是（　　）

A. $x-y=1$　　B. $x^3=1$　　C. $\frac{1}{x^2}-x=1$　　D. $\sqrt{x^3}=1$

2. 下列函数是一次函数的是（　　）

A. $y=\frac{1}{x}$　　B. $y=x^2$　　C. $y=2(x+1)$　　D. $\mathrm{y}=\mathrm{x}+\frac{1}{\mathrm{x}}$

3. 用换元法解分式方程 $\frac{x^2-1}{x}+\frac{3x}{x^2-1}=1$ 时，设 $\frac{x^2-1}{x}=y$，那么原方程化成整式方程正确的是（　　）

A. $y+\frac{1}{y}=1$　　B. $y+\frac{3}{y}=1$　　C. $y^2+3y=1$　　D. $y^2-y=-3$

4. 下列说法正确的是（　　）

A. $\vec{a}-\vec{a}=0$　　B. $\overrightarrow{AB}=\left|\overrightarrow{AB}\right|$　　C. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BA}$　　D. $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BA}$ 平行

5. 下列事件是随机事件的是（　　）

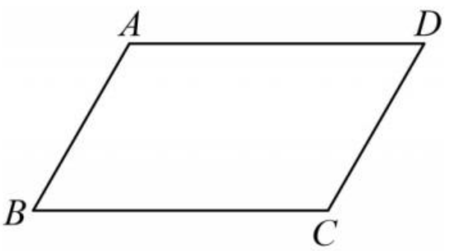
A. 汽车的车窗玻璃破碎

B. 从地面上抛掷一枚硬币，硬币一定会落下

C. 从一副没有大小王的扑克牌中任意取出一张牌，这张牌一定是大王

D. 今年十四岁的你，明年一定是十五岁

6. 已知在▱$ABCD$ 中，点 $E$、$F$ 分别在边 $BC$、$AD$ 上，连结 $AE$、$CF$，下列条件能使四边形 $AECF$ 一定是平行四边形的是（　　）



A. $AE=CF$　　B. $\angle EAF=\angle FCE$　　C. $\angle EAF=\angle AFC$　　D. $\angle EAF=\angle AEC$

**二、填空题：（本大题共 12 题，每题 3 分，满分 36 分）请直接将结果填入答题纸的相应位置.**

7. 方程 $x^4=16$ 的实数根是_______.

8. 方程 $\dfrac{1}{1-x}+1=\dfrac{1}{1+x}$ 的根是_____.

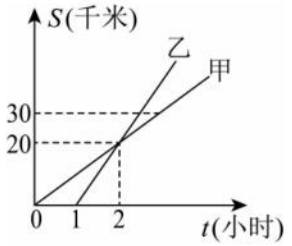
9. 方程 $\sqrt{x^2-2}=\sqrt{2x+1}$ 的解是________.

10. 方程组 $\begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=2\\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{2y}=\dfrac{3}{2}\end{cases}$ 的解是_______.

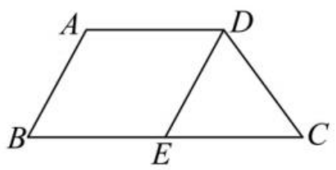
11. 已知直线 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$ 的截距等于 1，且经过点 $\left(1,2\right)$，那么这条直线的表达式是_______.

12. 布袋里有 3 个红球、2 个白球，它们除颜色外其他都相同，从中任意摸出两个球恰好是同颜色的概率的是_______.

13. 甲、乙两人在公路上练习竞走和长跑，竞走、长跑的距离与时间的关系如图所示，那么在 30 千米的休息处，乙比甲早到了_______小时.



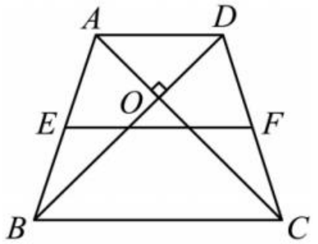

14. 如图，在梯形 $ABCD$ 中，$AD // BC$，点 $E$ 是 $BC$ 的中点，$DE // AB$，设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，那么 $\overrightarrow{CD}=$________.（用 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 表示）



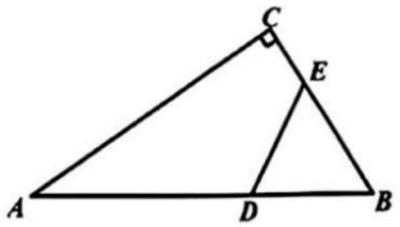

15. 已知 $n$ 边形的每个内角都是 $160°$，那么 $n=$________.

16. 在菱形 $ABCD$ 中，对角线 $AC$、$BD$ 相交于 $O$，若 $AB=6$，$AC=4$，那么 $BD=$________.

17. 如图，在等腰梯形 $ABCD$ 中，$AD // BC$，$AB=DC$，$AC\perp BD$ 于 $O$，$E$、$F$ 分别是 $AB$、$DC$ 的中点，梯形 $ABCD$ 的面积为 24，那么 $EF=$________.




18. 在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle C=90^\circ$（$BC<AC$），$BC=8$，点$D$、$E$分别在边$AB$、$BC$上，连接$DE$，$\angle DEC=120^\circ$，将$\triangle BDE$沿直线$DE$翻折，点$B$恰好落在边$AC$上的点$B'$处，那么线段$BB'=$________.

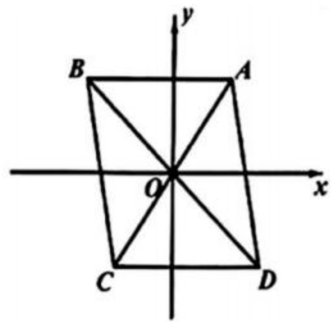



## 三、解答题（本大题共 7 题，满分 52 分）

19. 解方程组：$\begin{cases} 2x-y=1 \\ x^2-3xy+2y^2=0 \end{cases}$

20. 解关于 x 的方程：$bx^2-1=1-x^2$（$b\neq-1$）.

21. 如图，在直角坐标平面内，Y $ABCD$的对角线的交点正好与坐标原点重合，且点$A$、$B$坐标分别为$(2,3)$，$(-3,3)$.

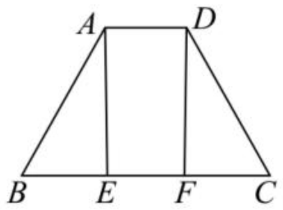



（1）求点$C$、$D$的坐标；

（2）求Y $ABCD$的周长.

22. 为了落实“珍惜和合理利用每一寸土地”的基本国策，某地区计划若干年内开发“改造后可利用土地”的面积达到 360 平方千米，实际施工中，每年比原计划开发的土地面积多 2 平方千米．如果按此速度继续开发，预计可提前 6 年完成任务．求实际施工中每年开发土地面积是多少平方千米？

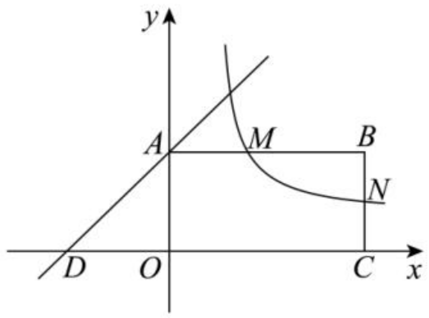
23. 如图，已知在等腰梯形$ABCD$中，$AD\parallel BC$，点$E$、$F$分别在底边$BC$上，连接$AE$、$DF$，$\angle AEF=\angle ADF$.




（1）求证：四边形 $AEFD$ 是平行四边形；

（2）若 $BE=FC$，求证：四边形 $AEFD$ 是矩形．

24. 在平面直角标系中，四边形 $OABC$ 是矩形，点 $C$、$A$ 分别在 $x$ 轴和 $y$ 轴正半轴上，$OA=2$，$OC=4$，双曲线 $y=\dfrac{4}{x}(x>0)$ 与矩形 $OABC$ 交于 $M$、$N$ 两点，直线 $AD$ 与 $x$ 轴负半轴交于点 $D$，$\angle ADO=45°$．




（1）求直线 $AD$ 的表达式；

（2）将直线 $AD$ 向下平移 $m$ 个单位，使平移后直线与双曲线的交点在矩形 $OABC$ 内部，求 $m$ 的取值范围；

（3）设直线 $l$ 是平移直线 $AD$ 所得直线，点 $P$ 是直线 $l$ 上的一个动点，当 $\triangle PMN$ 是等边三角形时，求直线 $l$ 的表达式．

25. （1）性质证明：已知：如图 1，$BP$、$CP$ 分别是 $\triangle ABC$ 的外角平分线，求证：$AP$ 平分 $\angle BAC$；

根据上述证明可以得到这样一条性质：三角形一个内角的平分线和其他两个内角的外角平分线交于一点，我们把这个交点叫做这个三角形的旁心．图 1 中点 $P$ 就是 $\triangle ABC$ 的一个旁心．

（2）性质应用：

①如图 2，已知点 $O$ 是 $\triangle ABC$ 的一个旁心，求证：$\angle O=90°-\dfrac{1}{2}\angle ABC$；

②已知点 $O_1$、$O_2$、$O_3$ 是 $\triangle ABC$ 的三个旁心，$AB=2$，在 $\triangle O_1O_2O_3$ 中，$\angle O_1=30°$，$O_1O_2=O_1O_3$，且 $O_2O_3$ 经过点 $B$，求 $\triangle O_1O_2O_3$ 的面积．

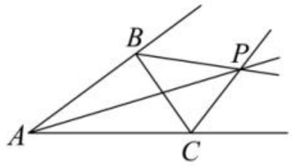



图1

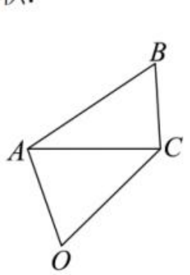



图2

# 金山区 2023 学年第二学期期末学情诊断

# 初二数学试卷（答案解析）

**（满分 100 分，考试时间 90 分钟）　2024.6**

**一、选择题：（本大题共 6 题，每题 2 分，满分 12 分）下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.**

1. 下列方程是高次方程的是（　　）

A. $x-y=1$　　B. $x^3=1$　　C. $\frac{1}{x^2}-x=1$　　D. $\sqrt{x^3}=1$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了高次方程的概念：整理后，次数高于二次的一元整式方程，同时理解无理方程与分式方程；根据高次方程的概念即可判断.

【详解】解：A、是二元一次方程，不是高次方程；

B、是一元三次方程，故是高次方程；

C、是分式方程，故不是高次方程；

D、是无理方程，故不是高次方程；

故选：B.

2. 下列函数是一次函数的是（　　）

A. $y=\frac{1}{x}$　　B. $y=x^2$　　C. $y=2(x+1)$　　D. $\mathrm{y}=\mathrm{x}+\frac{1}{\mathrm{x}}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的定义，形如 $y=kx+b$（其中 $k\neq0$，$k$，$b$ 是常数）的函数是一次函数；把握两个要点：是整式，是关于自变量的一次式；根据一次函数的定义即可判断.

【详解】解：A、不是整式，故不是一次函数；

B、是关于自变量的二次式，故不是一次函数；

C、是整式，且是关于自变量的一次式，故是一次函数；

D、不是整式，故不是一次函数；

故选：C.

3. 用换元法解分式方程 $\frac{x^2-1}{x}+\frac{3x}{x^2-1}=1$ 时，设 $\frac{x^2-1}{x}=y$，那么原方程化成整式方程正确的是（　　）

A. $y+\frac{1}{y}=1$　　B. $y+\frac{3}{y}=1$　　C. $y^2+3y=1$　　D. $y^2-y=-3$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了用换元法解分式方程，按照题意要求进行即可.

【详解】解：设$\frac{x^2-1}{x}=y$，则原方程化为：$y+\frac{3}{y}=1$，

方程两边同乘以$y$并整理得：$y^2-y=-3$，

故选：D.

4. 下列说法正确的是（　　）

A. $\vec{a}-\vec{a}=0$　　B. $\overrightarrow{AB}=\left|\overrightarrow{AB}\right|$　　C. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BA}$　　D. $\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{BA}$平行

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了向量的基本知识，向量的减法运算，根据向量的概念、运算及相关知识即可完成.

【详解】解：A、$\vec{a}-\vec{a}=\vec{0}$，故说法错误；

B、$\overrightarrow{AB}$是一个向量，是一个既有大小又有方向的量，而$\left|\overrightarrow{AB}\right|$是向量$\overrightarrow{AB}$的模，是一个只有大小的量，两者不相等，故说法错误；

C、$\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{BA}$，故说法错误；

D、$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{BA}$平行，故说法正确；

故选：D.

5. 下列事件是随机事件的是（　　）

A. 汽车的车窗玻璃破碎

B. 从地面上抛掷一枚硬币，硬币一定会落下

C. 从一副没有大小王的扑克牌中任意取出一张牌，这张牌一定是大王

D. 今年十四岁的你，明年一定是十五岁

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了随机事件，同时也考查了必然事件与不可能事件：在一定条件下可能发生也可能不发生的事件是随机事件，一定发生的事件是必然事件，一定不发生的事件是不可能事件；根据这三种事件的

含义进行判断即可．

【详解】解：A、是随机事件，故符合题意；

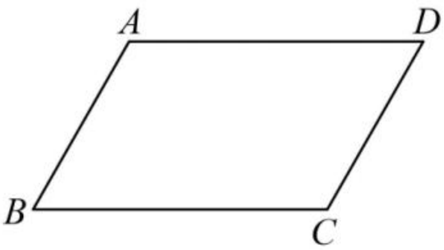
B、是必然事件，故不符合题意；

C、是不可能事件，故不符合题意；

D、是必然事件，故不符合题意；

故选：A．

6. 已知在▱$ABCD$中，点$E$、$F$分别在边$BC$、$AD$上，连结$AE$、$CF$，下列条件能使四边形$AECF$一定是平行四边形的是（　　）




A．$AE=CF$　　　　B．$\angle EAF=\angle FCE$　　　　C．$\angle EAF=\angle AFC$　　　　D．$\angle EAF=\angle AEC$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了平行四边形的性质与判定，掌握平行四边形的判定是解题的关键；根据平行四边形的性质及平行四边形的判定逐项判定即可．

【详解】解：$\because$四边形$ABCD$是平行四边形，

$\therefore AD\parallel BC$；

$\therefore AF\parallel EC$；

A、当$AE=CF$，则一组对边平行，另一组对边相等，此时无法判断$AECF$是平行四边形；故选项不符合题意；

B、$\because AF\parallel EC$，

$\therefore \angle EAF+\angle AEC=180°$；

$\because \angle EAF=\angle FCE$，

$\therefore \angle FCE+\angle AEC=180°$；

$\therefore AE\parallel FC$，

$\therefore$四边形$AECF$一定是平行四边形；

故选项B符合题意；

C、当$\angle EAF=\angle AFC=90°$时，则可得四边形$AECF$一定是平行四边形；

但当$\angle EAF = \angle AFC \neq 90°$时，四边形$AECF$不可能是平行四边形，

若四边形$AECF$是平行四边形，则$\angle EAF + \angle AFC = 180°$，

而$\angle EAF = \angle AFC$，则$\angle EAF = \angle AFC = 90°$，这与假设矛盾，

故四边形$AECF$不可能是平行四边形；

故选项不符合题意；

D、若$\angle EAF = \angle AEC$，

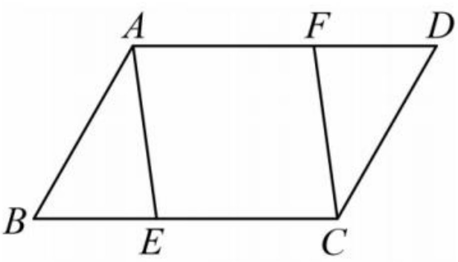
$\because AF \parallel EC$，

$\therefore \angle EAF + \angle AEC = 180°$；

$\therefore \angle EAF = \angle AEC = 90°$；

由于无法知晓$CF$与$BC$或$AD$是否垂直，故无法判断$AE$与$CF$是否平行，

故选项不符合题意；




故选：B．

**二、填空题：（本大题共12题，每题3分，满分36分）请直接将结果填入答题纸的相应位置．**

7. 方程$x^4 = 16$的实数根是______．

【答案】$x = \pm 2$

【解析】

【分析】用直接开平方法求解即可．

【详解】$\because x^4 = 16$，

$\therefore x^2=4$，$x^2=-4$（舍去），

$\therefore x = \pm 2$．

故答案为：$x = \pm 2$．

【点睛】本题考查了直接开平方法解一元二次方程，其解法是先将一元二次方程整理成$x^2 = c(c \geq 0)$，然后两边同时开平方即可．

8. 方程$\frac{1}{1-x} + 1 = \frac{1}{1+x}$的根是_____．

【答案】$x_1=1+\sqrt{2},x_2=1-\sqrt{2}$

【解析】

【分析】本题考查解分式方程及一元二次方程，熟练掌握解方程的方法是解题的关键．利用解分式方程的步骤解方程即可．

【详解】解：原方程去分母得：$1+x+1-x^2=1-x$，

整理得：$x^2-2x-1=0$，

解得：$x_1=1+\sqrt{2},x_2=1-\sqrt{2}$，

经检验，$x_1=1+\sqrt{2},x_2=1-\sqrt{2}$ 是分式方程的解，

故答案为：$x_1=1+\sqrt{2},x_2=1-\sqrt{2}$．

9. 方程 $\sqrt{x^2-2}=\sqrt{2x+1}$ 的解是________．

【答案】$x=3$

【解析】

【分析】本题考查了解无理方程，注意：解无理方程一定要进行检验．方程两边平方得出 $x^2-2=2x+1$，求出方程的解，再进行检验即可．

【详解】解：$\sqrt{x^2-2}=\sqrt{2x+1}$，

方程两边平方，得 $x^2-2=2x+1$，

整理得：$x^2-2x-3=0$，

$(x-3)(x+1)=0$，

$x-3=0$ 或 $x+1=0$，

解得：$x=3$ 或 $-1$，

经检验：$x=3$ 是原方程的解，$x=-1$ 不是原方程的解，

所以原方程的解是 $x=3$．

故答案为：$x=3$．

10. 方程组 $\begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=2\\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{2y}=\dfrac{3}{2}\end{cases}$ 的解是________．

【答案】$\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$

【解析】

【分析】本题考查了加减法解公式方程组；两式相关即可求得 $y$，再求出 $x$ 的值即可．

【详解】解：$\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=2①\\\frac{1}{x}+\frac{1}{2y}=\frac{3}{2}②\end{cases}$

①－②得：$\frac{1}{2y}=\frac{1}{2}$，

解得 $y=1$；

把 $y=1$ 代入①得：$\frac{1}{x}=1$，

解得：$x=1$，

故 $\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$；

经检验 $\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$ 是原方程组的解．

11. 已知直线 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$ 的截距等于 1，且经过点 $\left(1,2\right)$，那么这条直线的表达式是______．

【答案】$y=x+1$

【解析】

【分析】本题考查了待定系数法求一次函数解析式，一次函数图象上点的坐标特征，熟练掌握待定系数法是解题的关键．根据“直线 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$ 的截距等于 1，”计算求出 $b$ 值，然后代入点 $\left(1,2\right)$ 即可得解．

【详解】解：$\because$ 直线 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$ 的截距等于 1，

$\therefore b=1$，

$\because$ 直线 $y=kx+1$ 经过点 $\left(1,2\right)$，

$\therefore k+1=2$，解得 $k=1$，

$\therefore$ 这条直线的表达式是 $y=x+1$，

故答案为：$y=x+1$．

12. 布袋里有 3 个红球、2 个白球，它们除颜色外其他都相同，从中任意摸出两个球恰好是同颜色的概率的

是________.

【答案】$\frac{2}{5}$

【解析】

【分析】本题考查了树状图或列表法求出事件的概率；关键是用树状图或列表法求出所有可能事件的结果数，某一事件发生的所有可能结果数．用列表法求解即可．

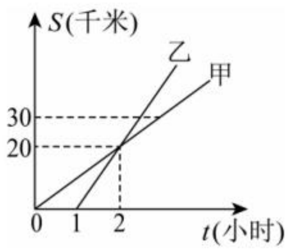
【详解】解：设三个红球分别记为A、B、C，两个白球记为D、E，列表如下：

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| A | | $AB$ | $AC$ | $AD$ | $AE$ |
| B | $AB$ | | $BC$ | $BD$ | $BE$ |
| C | $AC$ | $BC$ | | $CD$ | $CE$ |
| D | $AD$ | $BD$ | $CD$ | | $DE$ |
| E | $AE$ | $BE$ | $CE$ | $DE$ | |

由表知，所有可能的结果数为20种，摸出两个球恰好是同颜色的结果数为8种，则任意摸出两个球恰好是同颜色的概率的是$\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$；

故答案为：$\frac{2}{5}$.

13. 甲、乙两人在公路上练习竞走和长跑，竞走、长跑的距离与时间的关系如图所示，那么在30千米的休息处，乙比甲早到了________小时．




【答案】1.5

【解析】

【分析】本题考查了函数图象，从函数图象获得信息是解题的关键．由图象可求得甲乙两人的速度，则可分别求得在30千米的休息处两人行驶的时间，进而求得结果．

【详解】解：由图象知，甲2小时行驶了20千米，乙1小时行驶了20千米，

则甲的速度为：$20\div 2=10$（千米/小时），乙的速度为：$20\div(2-1)=20$（千米/小时），

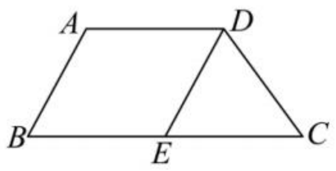
甲行驶到30千米的休息处行驶的时间为：$30\div 10=3$（小时），

乙行驶到30千米的休息处行驶的时间为：$30\div 20=1.5$（小时），

则乙比甲早到了$3-1.5=1.5$（小时）；

故答案为：$1.5$．

14. 如图，在梯形$ABCD$中，$AD\,//\,BC$，点$E$是$BC$的中点，$DE\,//\,AB$，设$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，那么$\overrightarrow{CD}=$________．（用$\vec{a}$、$\vec{b}$表示）




【答案】$-\vec{b}-\vec{a}$

【解析】

【分析】本题考查平行四边形的性质和判定，向量的运算，根据题意证明四边形$ABED$为平行四边形，得到$AD=BE$，$AB=DE$，进而得到$EC=BE=AD$，即有$\overrightarrow{CE}=-\overrightarrow{AD}=-\vec{b}$，$\overrightarrow{ED}=-\overrightarrow{AB}=-\vec{a}$，最后根据$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{ED}$即可解题．

【详解】解：$\because AD\,//\,BC$，$DE\,//\,AB$，

$\therefore$四边形$ABED$为平行四边形，

$\therefore AD=BE$，$AB=DE$，

$\because$点$E$是$BC$的中点，

$\therefore EC=BE=AD$，

$\because \overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，

$\therefore \overrightarrow{CE}=-\overrightarrow{AD}=-\vec{b}$，$\overrightarrow{ED}=-\overrightarrow{AB}=-\vec{a}$，

$\therefore \overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{ED}=-\vec{b}-\vec{a}$，

故答案为：$-\vec{b}-\vec{a}$.

15. 已知 $n$ 边形的每个内角都是 $160°$，那么 $n=$________.

【答案】18

【解析】

【分析】本题考查了多边形的内角和 $360°$；由多边形内角和为 $(n-2)\times180°$ 即可求得 $n$ 的值.

【详解】解：由于多边形的每个内角为 $160°$，

则有：$(n-2)\times180°=160°\times n$，

解得：$n=18$；

故答案为：18.

16. 在菱形 $ABCD$ 中，对角线 $AC$、$BD$ 相交于 $O$，若 $AB=6$，$AC=4$，那么 $BD=$________.

【答案】$8\sqrt{2}$

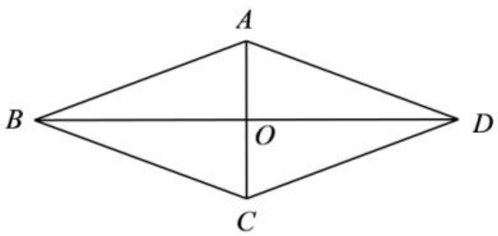
【解析】

【分析】本题考查了菱形的性质，勾股定理，其中菱形的性质是关键．根据题意画出图形，由菱形的性质，得 $OA=\frac{1}{2}AC=2$，$BD=2OB$，由勾股定理求得 $OB$ 即可.

【详解】解：如图，在菱形 $ABCD$ 中，$AC\perp BD$，$OA=\frac{1}{2}AC=2$，$BD=2OB$，

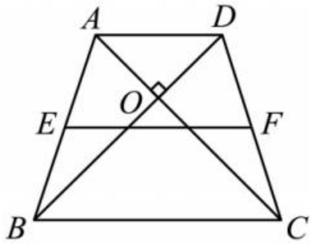
由镂得 $OB=\sqrt{AB^2-OA^2}=\sqrt{36-4}=4\sqrt{2}$，

则 $BD=2OB=8\sqrt{2}$；




故答案为：$8\sqrt{2}$.

17. 如图，在等腰梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$AB=DC$，$AC\perp BD$ 于 $O$，$E$、$F$ 分别是 $AB$、$DC$ 的中点，梯形 $ABCD$ 的面积为 24，那么 $EF=$________.




【答案】$2\sqrt{6}$

【解析】

【分析】本题主要考查了等腰梯形．熟练掌握等腰梯形性质，等腰直角三角形性质，三角形面积公式，是解决问题的关键．

根据等腰梯形性质得到$AC=BD$，$EF=\frac{1}{2}\left(AD+BC\right)$，过$C$作$CG/\!/DB$交$AD$延长线$G$，$CH\perp AG$于点$H$，得到四边形$DBCG$是平行四边形，得到$CG=BD$，$DG=BC$，得到$AC=GC$，$AG=AD+BC$，根据$AC\perp BD$，得到$CH=AH=\frac{1}{2}AG$，推出$S_{\triangle ACG}=S_{梯形ABCD}=24$，得到$CH^2=24$，$CH=2\sqrt{6}$，即得．

【详解】如图，过$C$作$CG/\!/DB$交$AD$延长线$G$，作$CH\perp AG$于点$H$，

∵等腰梯形$ABCD$中，$AB=DC$，$AD/\!/BC$，

∴四边形$DBCG$是平行四边形，

∴$CG=BD$，$DG=BC$，

∴$AG=AD+DG=AD+BC$，

∵四边形$ABCD$是等腰梯形，

∴$AC=BD$，

∴$AC=GC$，

∵$AC\perp BD$，

∴$AC\perp CG$，

∴$\angle ACG=90°$，

∴$CH=AH=\frac{1}{2}AG$，

∵$E$、$F$分别是$AB$、$DC$的中点，

∴$EF=\frac{1}{2}\left(AD+BC\right)$，

∴$EF=CH$，

∵$S_{\triangle ADC}=S_{\triangle DAB}$，$S_{\triangle BCD}=S_{\triangle GDC}$，

$\therefore S_{\triangle ACG}=S_{\triangle ADC}+S_{\triangle GDC}=S_{\triangle DAB}+S_{\triangle BCD}=S_{梯形ABCD}=24$，

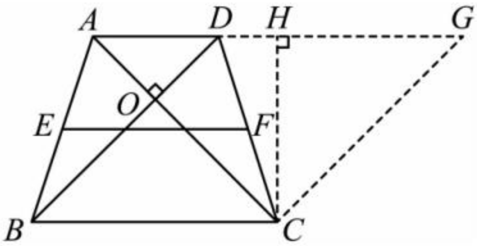
$\because S_{\triangle ACG}=\frac{1}{2}AG\cdot CH=AH\cdot CH=CH^2$，

$\therefore CH^2=24$，

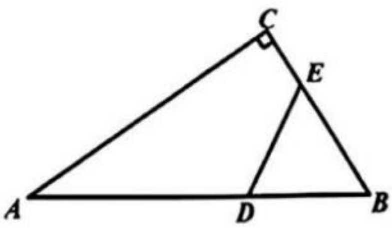
$\therefore CH=2\sqrt{6}$，

$\therefore EF=2\sqrt{6}$．

故答案为：$2\sqrt{6}$．




18. 在Rt△$ABC$中，$\angle C=90°$（$BC<AC$），$BC=8$，点$D$、$E$分别在边$AB$、$BC$上，连接$DE$，$\angle DEC=120°$，将$\triangle BDE$沿直线$DE$翻折，点$B$恰好落在边$AC$上的点$B'$处，那么线段$BB'=$________.



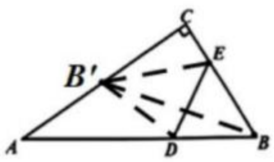

【答案】$\frac{16\sqrt{3}}{3}$

【解析】

【分析】本题考查勾股定理，直角三角形性质，折叠的性质，根据题意作图，利用折叠的性质得到$\angle B'ED=\angle BED=60°$，$BE=B'E$，进而得到$\angle CB'E=30°$，结合直角三角形性质得到$CE=\frac{8}{3}$，$BE=B'E=\frac{16}{3}$，利用勾股定理得到$B'C$，进而得到$BB'$，即可解题.

【详解】解：根据题意作图如下：

连接$BB'$，




$\because \angle DEC=120°$，

$\therefore \angle BED = 60°$，

由折叠的性质可知：$\angle B'ED = \angle BED = 60°$，$BE = B'E$，

$\therefore \angle B'EC = 60°$，

$\because \angle C = 90°$，

$\therefore \angle CB'E = 30°$，

$\therefore CE = \frac{1}{2}B'E = \frac{1}{2}BE$，

$\because BC = 8$，

$\therefore CE = \frac{8}{3}$，$BE = B'E = \frac{16}{3}$，

$\therefore B'C = \sqrt{B'E^2 - CE^2} = \frac{8}{3}\sqrt{3}$，

$\therefore BB' = \sqrt{B'C^2 + BC^2} = \frac{16\sqrt{3}}{3}$．

## 三、解答题（本大题共 7 题，满分 52 分）

19. 解方程组：$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \end{cases}$

【答案】$\begin{cases} x_1 = \frac{2}{3} \\ y_1 = \frac{1}{3} \end{cases}$，$\begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = 1 \end{cases}$

【解析】

【分析】本题考查了二元二次方程组的解法；其基本思想是用代入法消元；由第一个方程变形得 $y = 2x - 1$，再代入第二个方程中，求得 $x$ 的值，即可求得 $y$ 的值，从而求解．

【详解】解：：$\begin{cases} 2x - y = 1① \\ x^2 - 3xy + 2y^2 = 0② \end{cases}$

由①得：$y = 2x - 1③$；

把③代入②中，$x^2 - 3x(2x-1) + 2(2x-1)^2 = 0$

整理得：$3x^2 - 5x + 2 = 0$，

解得：$x_1 = \frac{2}{3}$，$x_2 = 1$，

把上述值代入③中，得：$y_1 = \frac{1}{3}$，$y_2 = 1$，

故方程组的解为：$\begin{cases}x_1=\dfrac{2}{3}\\ y_1=\dfrac{1}{3}\end{cases}$，$\begin{cases}x_2=1\\ y_2=1\end{cases}$.

20. 解关于 x 的方程：$bx^2-1=1-x^2$（$b\neq -1$）.

【答案】$b>-1$，$\pm\dfrac{\sqrt{2(b+1)}}{b+1}$；$b<-1$，方程无解.

【解析】

【详解】方程整理后，利用平方根定义开方即可求出解.

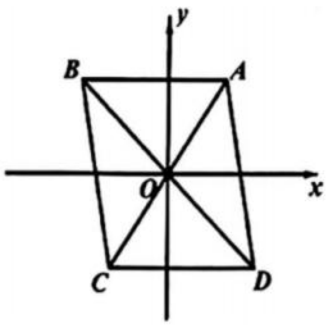
解：方程整理得：$(b+1)x^2=2$，

即 $x^2=\dfrac{2}{b+1}$（$b\neq -1$，即 $b+1\neq 0$），

若 $b+1>0$，即 $b>-1$，开方得：$x=\pm\sqrt{\dfrac{2}{b+1}}=\pm\dfrac{\sqrt{2(b+1)}}{b+1}$；

若 $b+1<0$，即 $b<-1$，方程无解.

21. 如图，在直角坐标平面内，Y $ABCD$ 的对角线的交点正好与坐标原点重合，且点 $A$、$B$ 坐标分别为 $(2,3)$，$(-3,3)$.




（1）求点 $C$、$D$ 的坐标；

（2）求Y $ABCD$ 的周长.

【答案】（1）$C(-2,-3)$，$D(3,-3)$

（2）$2(5+\sqrt{37})$

【解析】

【分析】（1）根据平行四边形是中心对称图形，结合已知即可求得点 $C$、$D$ 的坐标；

（2）由勾股定理可求得 $AD$ 的长度，即可求得平行四边形的周长.

【小问 1 详解】

解：$\because$ ▱$ABCD$ 的对角线的交点正好与坐标原点重合，且平行四边形是中心对称图形，

$\therefore A$、$C$ 关于原点对称，$B$、$D$ 关于原点对称，

$\therefore C(-2,-3)$，$D(3,-3)$；

【小问 2 详解】

解：$\because AB=2-(-3)=5$，

由勾股定理得：$AD=\sqrt{(2-3)^2+(3+3)^2}=\sqrt{37}$，

$\therefore$▱$ABCD$ 的周长为 $2(AB+AD)=2(5+\sqrt{37})$.

【点睛】本题考查了坐标与图形，平行四边形的性质，关于原点对称的点的坐标特征，勾股定理．

22. 为了落实“珍惜和合理利用每一寸土地”的基本国策，某地区计划若干年内开发“改造后可利用土地”的面积达到 360 平方千米，实际施工中，每年比原计划开发的土地面积多 2 平方千米．如果按此速度继续开发，预计可提前 6 年完成任务．求实际施工中每年开发土地面积是多少平方千米？

【答案】实际每年可开发 12 平方千米．

【解析】

【分析】本题考查了分式方程的应用．分析可得等量关系：原计划开发年数－实际开发年数$=6$.

【详解】解：设实际每年可开发 $x$ 平方千米，

依题意得：$\dfrac{360}{x-2}-\dfrac{360}{x}=6$，

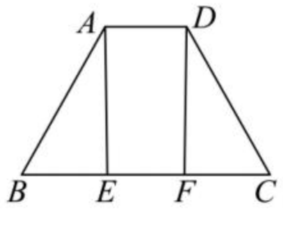
整理得：$x^2-2x-120=0$，

解得：$x_1=12$，$x_2=-10$，

经检验：$x_1=12$，$x_2=-10$ 都是原方程的解，但 $x_2=-10$ 不合题意舍去，所以只取 $x=12$.

答：实际每年可开发 12 平方千米．

23. 如图，已知在等腰梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，点 E、F 分别在底边 $BC$ 上，连接 $AE$、$DF$，$\angle AEF=\angle ADF$.




（1）求证：四边形 $AEFD$ 是平行四边形；

（2）若 $BE=FC$，求证：四边形 $AEFD$ 是矩形．

【答案】（1）见解析　　（2）见解析

【解析】

【分析】（1）利用平行线性质得到$\angle DAE+\angle AEF=180^{\circ}$，结合等量代换得到$\angle DAE+\angle ADF=180^{\circ}$，进而得到$AE /\!/ DF$，即可证明四边形$AEFD$是平行四边形；

（2）利用平行线性质得到$\angle AEF+\angle EFD=180^{\circ}$，进而得到$\angle AEB+\angle CFD=180^{\circ}$，证明$\triangle AEB\cong\triangle DFC(\mathrm{SSS})$，得到$\angle AEB=\angle DFC=90^{\circ}$，进而得到$\angle AEF=90^{\circ}$，即可证明四边形$AEFD$是矩形.

【小问1详解】

证明：$\because AD /\!/ BC$，

$\therefore \angle DAE+\angle AEF=180^{\circ}$，

$\because \angle AEF=\angle ADF$，

$\therefore \angle DAE+\angle ADF=180^{\circ}$，

$\therefore AE /\!/ DF$，

$\therefore$四边形$AEFD$是平行四边形；

【小问2详解】

证明：$\because AE /\!/ DF$，

$\therefore \angle AEF+\angle EFD=180^{\circ}$，

$\therefore \angle AEB+\angle CFD=180^{\circ}$，

$\because$四边形$ABCD$为等腰梯形，

$\therefore AB=DC$，

$\because$四边形$AEFD$是平行四边形，

$\therefore AE=DF$，

$\because BE=FC$，

$\therefore \triangle AEB\cong\triangle DFC(\mathrm{SSS})$，

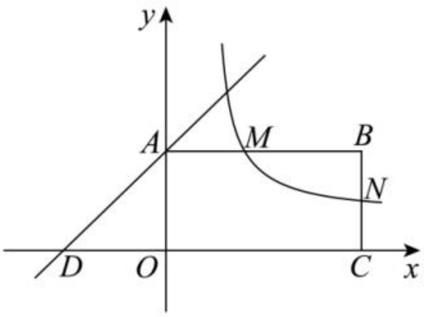
$\therefore \angle AEB=\angle DFC=90^{\circ}$，

$\therefore \angle AEF=90^{\circ}$，

$\therefore$四边形$AEFD$是矩形.

【点睛】本题考查了平行线性质和判定，平行四边形性质和判定，全等三角形性质和判定，矩形判定，等腰梯形性质，熟练掌矩形的判定定理是解题的关键.

24. 在平面直角标系中，四边形$OABC$是矩形，点$C$、$A$分别在$x$轴和$y$轴正半轴上，$OA=2$，$OC=4$，双曲线$y=\dfrac{4}{x}(x>0)$与矩形$OABC$交于$M$、$N$两点，直线$AD$与$x$轴负半轴交于点$D$，$\angle ADO=45^{\circ}$.




（1）求直线 $AD$ 的表达式；

（2）将直线 $AD$ 向下平移 $m$ 个单位，使平移后直线与双曲线的交点在矩形 $OABC$ 内部，求 $m$ 的取值范围；

（3）设直线 $l$ 是平移直线 $AD$ 所得直线，点 $P$ 是直线 $l$ 上的一个动点，当 $\triangle PMN$ 是等边三角形时，求直线 $l$ 的表达式.

【答案】（1） $y=x+2$

（2） $2<m<5$

（3）直线 $l$ 的表达式为 $y=x-\dfrac{3-\sqrt{3}}{2}$ 或 $y=x-\dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$

【解析】

【分析】（1）由 $OA=2$，$\angle ADO=45°$ 得 $A$、$D$ 两点的坐标，用待定系数法即可求解；

（2）由题意易得 $M$、$N$ 两点的坐标，直线 $AD$ 向下平移 $m$ 个单位后的解析式可求出，根据点 $M$、$N$ 在直线 $AD$ 上可求得向下平移的 $m$ 值，即可求得 $m$ 的取值范围；

（3）设直线 $l$ 解析式为 $y=x+2-n$，其中 $n$ 为正数，设点 $P$ 的坐标为 $(t,t+2-n)$，由勾股定理可分别求得 $\triangle PMN$ 的三边，根据等边三角形的性质建立方程即可求出 $n$ 的值，从而求得直线 $l$ 的表达式.

【小问 1 详解】

解：$\because OA=2$，$\angle ADO=45°$，$\angle AOD=90°$，

$\therefore OD=OA=2$；

$\therefore A(0,2)$、$D(-2,0)$；

设直线 $AD$ 解析式为 $y=kx+b$，

把 $A$、$D$ 两点坐标分别代入得：$\begin{cases}b=2\\-2k+b=0\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}b=2\\k=1\end{cases}$，

即直线 $AD$ 解析式为 $y=x+2$；

【小问 2 详解】

解：$\because OC=4$，

$\therefore C(4,0)$；

由于 $M$、$N$ 两点在双曲线 $y=\frac{4}{x}\left(x>0\right)$ 上，

当 $y=2$ 时，$x=2$；当 $x=4$ 时，$y=1$；

即 $M(2,2)$，$N(4,1)$；

直线 $AD$ 向下平移 $m$ 个单位后的解析式为 $y=x+2-m$，

$\because$ 点 $M$、$N$ 在直线 $AD$ 上，

$\therefore 2=2+2-m, 1=4+2-m$，

解得：$m=2$，$m=5$，

所以 $m$ 的取值范围为 $2<m<5$；

【小问 3 详解】

解：设直线 $l$ 解析式为 $y=x+2-n$，其中 $n$ 为正数，

设点 $P$ 的坐标为 $(t,t+2-n)$，

由勾股定理得：$MN^2=5$，$PM^2=(t-2)^2+(t-n)^2$，$PN^2=(t-4)^2+(t-n+1)^2$；

$\because \triangle PMN$ 为等边三角形，

$\therefore PM=PN=MN$，

$(t-4)^2+(t-n+1)^2=(t-2)^2+(t-n)^2=5$，

由 $(t-4)^2+(t-n+1)^2=(t-2)^2+(t-n)^2$，整理得：$n=\frac{13}{2}-t$，

把它代入 $(t-2)^2+(t-n)^2=5$ 中，整理得：$4t^2-24t+33=0$，

解得：$t=\frac{6\pm\sqrt{3}}{2}$，

则 $n=\frac{13}{2}-\frac{6\pm\sqrt{3}}{2}=\frac{7\mp\sqrt{3}}{2}$，

所以直线 $l$ 的表达式为 $y=x-\frac{3-\sqrt{3}}{2}$ 或 $y=x-\frac{3+\sqrt{3}}{2}$.

【点睛】本题考查了待定系数法求一次函数解析式，一次函数图象的平移，等腰直角三角形的判定，勾股

定理，等边三角形的性质，反比例函数的图象，解一元二次方程等知识，有一定的综合性．

25．（1）性质证明：已知：如图 1，$BP$、$CP$ 分别是 $\triangle ABC$ 的外角平分线，求证：$AP$ 平分 $\angle BAC$；

根据上述证明可以得到这样一条性质：三角形一个内角的平分线和其他两个内角的外角平分线交于一点，我们把这个交点叫做这个三角形的旁心．图 1 中点 $P$ 就是 $\triangle ABC$ 的一个旁心．

（2）性质应用：

①如图 2，已知点 $O$ 是 $\triangle ABC$ 的一个旁心，求证：$\angle O=90^\circ-\frac{1}{2}\angle ABC$；

②已知点 $O_1$、$O_2$、$O_3$ 是 $\triangle ABC$ 的三个旁心，$AB=2$，在 $\triangle O_1O_2O_3$ 中，$\angle O_1=30^\circ$，$O_1O_2=O_1O_3$，且 $O_2O_3$ 经过点 $B$，求 $\triangle O_1O_2O_3$ 的面积．

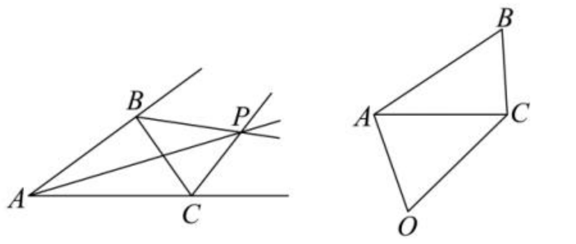


图1　　图2

【答案】（1）见解析；（2）①见解析；②$8-4\sqrt{3}$

【解析】

【分析】（1）过点 $P$ 分别作 $PD\perp AC$，$PE\perp BC$，$PF\perp AB$，垂足分别为 $D$、$E$、$F$，由角平分线的性质定理可得 $PF=PD$，再由角平分线的判定定理即可证明结果；

（2）①分别延长射线 $BA$、$BC$，由角平分线的意义得 $\angle OAC=\frac{1}{2}\angle CAE$，$\angle OCA=\frac{1}{2}\angle ACF$，再由三角形外角的性质及三角形内角和定理即可证明结论成立；

②首先易得 $O_1O_3$、$O_1O_2$ 分别过点 $C$、$A$；由①易得 $AB=BC=2$，$\angle ABC=120^\circ$，且 $\triangle ABO_2$、$\triangle CBO_3$ 都是等腰三角形，$\angle ABO_2=30^\circ$；连接 $O_1B$、$O_2C$，过 $A$ 作 $AD\perp O_3O_2$ 于 $D$，则得 $O_1B\perp O_2O_3$，$O_2C\perp O_1O_3$，由含 30 度直角三角形性质及勾股定理可求得 $O_1B$，即可求得结果．

【详解】（1）证明：如图，过点 $P$ 分别作 $PD\perp AC$，$PE\perp BC$，$PF\perp AB$，垂足分别为 $D$、$E$、$F$，

$\because BP$、$CP$ 分别是 $\triangle ABC$ 的外角平分线，

$\therefore PE=PF$，$PD=PE$；

$\therefore PF=PD$；

$\therefore AP$ 平分 $\angle BAC$；

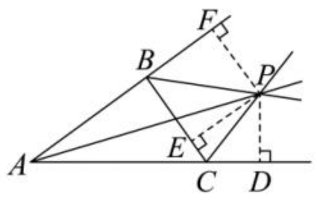



图1

（2）①证明：如图，分别延长射线$BA$、$BC$，

$\because$点$O$是$\triangle ABC$的一个旁心，

$\therefore AO$、$CO$分别平分$\angle CAE$、$\angle ACF$，

$\therefore \angle OAC=\frac{1}{2}\angle CAE$，$\angle OCA=\frac{1}{2}\angle ACF$；

$\because \angle CAE=\angle B+\angle ACB,\ \angle ACF=\angle B+\angle BAC$，$\angle B+\angle ACB+\angle BAC=180^{\circ}$，

$\therefore \angle CAE+\angle ACF=\angle B+\angle B+\angle ACB+\angle BAC=180^{\circ}+\angle B$，

$\therefore \angle O=180^{\circ}-\frac{1}{2}(\angle CAE+\angle ACF)$

$=180^{\circ}-\frac{1}{2}(180^{\circ}+\angle B)$

$=90^{\circ}-\frac{1}{2}\angle B$；

即$\angle O=90^{\circ}-\frac{1}{2}\angle ABC$；

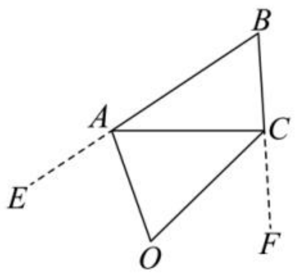



图2

②解：由题意得：$\angle ACO_1$、$\angle BCO_3$分别是$\angle ACB$的补角的平分线，

则$\angle ACO_1+\angle BCO_3+\angle ACB=180^{\circ}$，

即$O_1O_3$过点$C$；同理$O_1O_2$过点$A$；

由①知，$\angle O_2O_1O_3=90^{\circ}-\frac{1}{2}\angle ABC=30^{\circ}$，

$\therefore \angle ABC=120^{\circ}$；

$\because O_1O_2=O_1O_3$，

$\therefore \angle O_1O_2O_3 = \angle O_1O_3O_2 = \dfrac{1}{2}(180° - \angle O_2O_1O_3) = 75°$；

同理得 $\angle ACB = \angle CAB = 30°$，

$\therefore AB = BC = 2$，$\angle BAO_2 = \angle CAO_1 = 75°$，$\angle BCO_3 = \angle ACO_1 = 75°$，

$\therefore \triangle ABO_2$、$\triangle CBO_3$ 都是等腰三角形，

$\therefore \angle ABO_2 = \angle CBO_3 = 30°$，$BO_2 = BO_3 = AB = BC = 2$；

$\therefore B$ 点是 $O_2O_3$ 的中点，$\triangle BAO_2 \cong \triangle BCO_3(\text{SAS})$；

$\therefore O_2O_3 = 2BO_2 = 4$，$AO_2 = CO_3$；

连接 $O_1B$、$O_2C$，过 $A$ 作 $AD \perp O_3O_2$ 于 $D$，

$\because O_1O_2 = O_1O_3$，

$\therefore O_1B \perp O_2O_3$，$AO_1 = CO_1$；

$\because BO_2 = BO_3 = BC = 2$，

$\therefore \angle BCO_2 = \angle BO_2C = \dfrac{1}{2}\angle CBO_3 = 15°$，

则 $\angle BO_2C + \angle O_2O_3O_1 = 90°$，

即 $O_2C \perp O_1O_3$；

$\because AD \perp O_3O_2$，$\angle ABO_2 = 30°$，

$\therefore AD = \dfrac{1}{2}AB = 1$，

由勾股定理得：$BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{3}$，

$\therefore O_2D = BO_2 - BD = 2 - \sqrt{3}$，

$\therefore AO_2 = \sqrt{AD^2 + O_2D^2} = \sqrt{2}(\sqrt{3} - 1)$；

在 $\text{Rt}\triangle O_1O_2C$ 中，设 $O_2C = a$，则 $O_1O_2 = 2O_2C = 2a$，

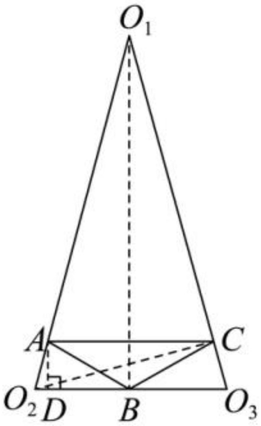
由勾股定理得 $AO_1 = CO_1 = \sqrt{O_1O_2{}^2 - O_2C^2} = \sqrt{3}a$，

$\therefore AO_2 = O_1O_2 - AO_1 = 2a - \sqrt{3}a = \sqrt{2}(\sqrt{3} - 1)$，

解得：$a = \sqrt{2} + \sqrt{6}$；

在 Rt$\triangle O_1BO_2$ 中，由勾股定理得 $O_1B=\sqrt{O_1O_2{}^2-O_2B^2}=4-2\sqrt{3}$，

$\therefore S_{\triangle O_1O_2O_3}=\dfrac{1}{2}O_2O_3\cdot O_1B=\dfrac{1}{2}\times 4\times(4-2\sqrt{3})=8-4\sqrt{3}$.




【点睛】本题考查了角平分线的判定与性质定理，全等三角形的判定与性质，勾股定理，等腰三角形的判定与性质，含 30 度直角三角形性质等知识，灵活运用这些知识解决问题是解题的关键．