

长宁区 2023 学年第二学期七年级数学教学质量调研试卷

(测试时间 90 分钟 满分 100 分)

考生注意：

1. 本试卷含四个大题，共 25 题。答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效。
2. 除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出解答的主要步骤。

一、选择题（本大题共 6 小题，每题 2 分，满分 12 分）

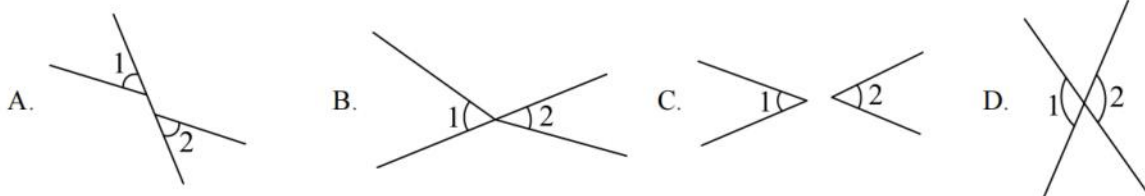
1. 下列各数中，无理数的是（ ）

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{16}$ C. $-\sqrt[3]{27}$ D. $\frac{7}{11}$

2. 下列等式中，正确的有（ ）

- A. $\sqrt{-49} = -7$ B. $\sqrt{(-3)^2} = 3$ C. $-\sqrt{(-5)^2} = 5$ D. $\sqrt{81} = \pm 9$

3. 下列图中， $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 是对顶角的是（ ）



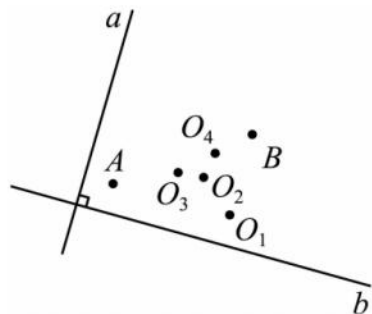
4. 已知 a 为实数，那么在平面直角坐标系中，下列各点中一定位于第四象限的点是（ ）

- A. $(4, -a^2)$ B. $(a+1, -4)$ C. $(a^2+1, -4)$ D. $(a^2, -4)$

5. 已知等腰三角形的周长为 16，其底边长为 a ，那么 a 的取值范围是（ ）

- A. $a > 0$ B. $0 < a < 8$ C. $0 < a < 16$ D. $a < 16$

6. 如图，直线 $a \perp b$ ，在平面直角坐标系中， x 轴 $\parallel a$ ， y 轴 $\parallel b$ ，已知点 $A(-1, 4)$ 、点 $B(2, -1)$ ，那么坐标原点是点（ ）



- A. O_1 B. O_2 C. O_3 D. O_4

二、填空题（本大题共 12 小题，每空 3 分，满分 36 分）

7. 49 的平方根是_____.

8. 比较下列两个实数的大小： $-\pi$ _____ -3.14 .

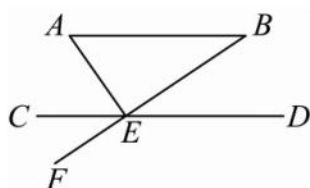
9. 计算： $2^{\frac{1}{2}} \times 32^2 =$ _____.

10. 近似数 -0.040 有_____个有效数字.

11. 把 $\frac{1}{\sqrt[3]{5^2}}$ 化成幂的形式是_____.

12. 在 $\triangle ABC$ 中，如果 $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 1$ ，那么 $\triangle ABC$ 的形状是_____.

13. 如图， $AB \parallel CD$ ， BF 交 CD 于点 E ， $AE \perp BF$ ， $\angle CEF = 34^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度数是_____.

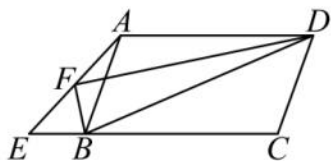


14. 在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，连接 AC 、 BD ，已知梯形 $ABCD$ 的面积为 16， $\triangle BDC$ 的面积为 12，那么 $\triangle ADC$ 的面积_____.

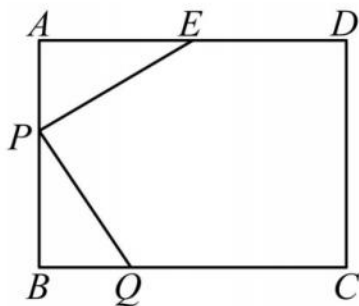
15. 一个三角形的三边长为 x ，5，7，另一个与它全等的三角形的三边长为 3， y ，5，那么以 x 、 y 为腰长和底边长的等腰三角形的周长等于_____.

16. 平面直角坐标系中有点 P 、 $Q(2, -3)$ 、 $M(-1, 2)$. 如果 $PQ \parallel x$ 轴， $PM \parallel y$ 轴，那么点 P 关于原点 O 对称的点的坐标是_____.

17. 如图， E 、 B 、 C 三点在一条直线上， $AD \parallel BC$ ， $AD = BC$ ，点 F 是 AE 的中点，如果 $BD = EC$ ，那么 $\angle BFD =$ _____度.



18. 如图，在长方形 $ABCD$ 中， $AB = 12$ 厘米， $AD = 16$ 厘米，点 E 为 AD 中点，已知点 P 在线段 AB 上以 2 厘米/秒的速度由点 A 向点 B 运动，同时点 Q 在线段 BC 上由点 C 向点 B 运动，如果 $\triangle AEP$ 与 $\triangle BPQ$ 恰好全等，那么点 Q 的运动速度是_____厘米/秒.

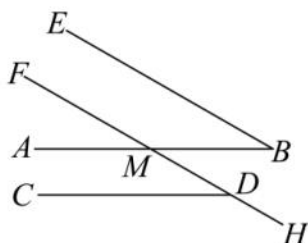


三、简答题（本大题共 4 题，第 19、20 题每题 6 分，第 21、22 题每题 7 分，满分 26 分）

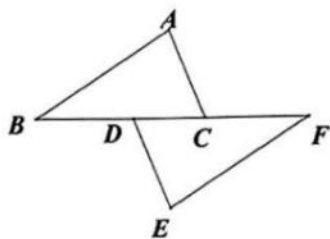
19. 计算： $\left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} + \sqrt{(-2)^2} - (\sqrt{3} + \sqrt{2})^0 + 2^{-1}$.

20. 利用幂的运算性质计算： $\sqrt[6]{4} \times \sqrt{8} \div 2^{\frac{1}{6}}$

21. 如图， 已知 $AB \parallel CD$ ， $BE \parallel DF$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， 试求 $\angle CDH$ 的度数.



22. 如图， 已知 $AC \parallel DE$ ， $AC = DE$ ， $BD = FC$ ， 说明 $\triangle ABC \cong \triangle EFD$. 请填写说理过程或理由.



解： 因为 $AC \parallel DE$ （已知），

所以 $\angle ACB = \angle EDF$ （_____）

因为 $BD = FC$ （已知），

所以 _____ $- BD =$ _____ $- FC$ （_____），

即 $BC = FD$.

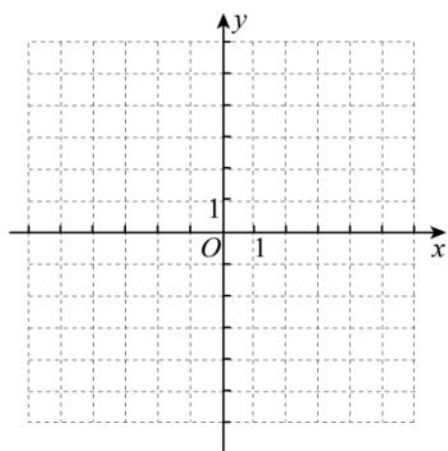
在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle EFD$ 中，

$$\begin{cases} AC = ED \text{ (已知)}, \\ \angle ACB = \angle EDF, \\ BC = FD, \end{cases}$$

所以 $\triangle ABC \cong \triangle EFD$ （_____）.

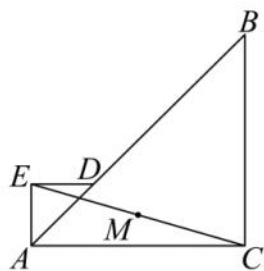
四、解答题（本大题共 3 题，第 23 题 6 分，第 24 题 10 分，第 25 题 10 分，满分 26 分）

23. 如图，直角坐标平面上有边长为 1 的正方形网格，已知点 A 的坐标为 $(3,4)$ ，点 B 的坐标为 $(4,1)$ ，点 C 的坐标为 $(-2,4)$ ，

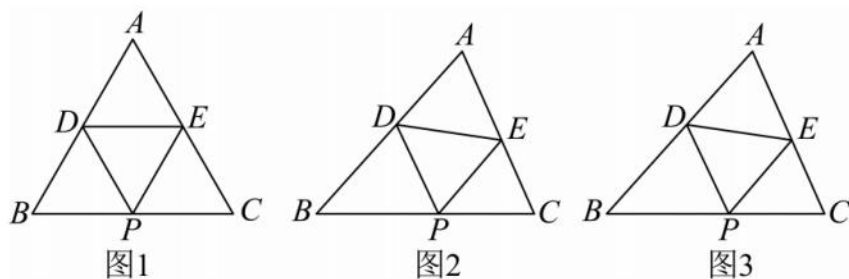


- (1) 平移线段 AB 得到线段 CD ，此时点 A 与点 C 重合，点 B 与点 D 重合，直接写出点 D 的坐标是_____；
- (2) 顺次连接点 A 、 B 、 D 、 C ，那么四边形 $ABDC$ 的面积是_____；
- (3) 再次平移线段 CD ，使得其两个端点都落在坐标轴上，此时点 C 与点 P 重合，那么点 P 与坐标原点 O 的距离=_____.

24. 如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle AED$ 都是等腰直角三角形， $\angle ACB = \angle AED = 90^\circ$ ，点 D 在 AB 上，点 M 为 CE 的中点.



- (1) 连接 DM ，延长 DM 与 AC 相交于点 F ，请根据要求画出图形，并说明 $AE = CF$ 。
 - (2) 再连接 BF ，已知 $BF = 12$ ，求 CM 的长。
25. 在锐角三角形 ABC 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上，连接 DE ，将 $\triangle ADE$ 沿 DE 翻折后，点 A 落在 BC 边上的点 P ，当 $\triangle BDP$ 和 $\triangle CEP$ 都为等腰三角形时，我们把线段 DE 称为 $\triangle ABC$ 的完美翻折线， P 为完美点.



(1) 如图 1, 在等边三角形 ABC 中, 边 BC 的中点 P 是它的完美点, 已知其完美翻折线 DE 的长为 4, 那么等边三角形 ABC 的周长 = _____.

(2) 如图 2, 已知 DE 为 $\triangle ABC$ 的完美翻折线, P 为完美点, 当 $\angle B$ 、 $\angle C$ 恰为等腰三角形的顶角时, 求此时 $\angle A$ 的度数.

(3) 如图 3, 已知 DE 为 $\triangle ABC$ 的完美翻折线, P 为完美点, 当 $\angle B$ 、 $\angle EPC$ 恰为等腰三角形的顶角时, 请判断点 P 到边 AB 、 AC 的距离是否相等? 并说明你的判断理由.

长宁区 2023 学年第二学期七年级数学教学质量调研试卷（答案解析）

（测试时间 90 分钟 满分 100 分）

考生注意：

1. 本试卷含四个大题，共 25 题。答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效。
2. 除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出解答的主要步骤。

一、选择题（本大题共 6 小题，每题 2 分，满分 12 分）

1. 下列各数中，无理数的是（ ）

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{16}$ C. $-\sqrt[3]{27}$ D. $\frac{7}{11}$

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查了无理数的概念，以及开平方、开立方运算，解题关键是熟记常见无理数的种类，常见无理数的三种情况：①开方开不尽的数；②还有 π 与有理数的和差积商；③有规律但无限不循环的小数。利用相关运算法则化简，并结合概念逐项判断即可。

【详解】解：A、 $\sqrt{2}$ 是无理数，符合题意；

B、 $\sqrt{16} = 4$ 是有理数，不符合题意；

C、 $-\sqrt[3]{27} = -3$ 是有理数，不符合题意；

D、 $\frac{7}{11}$ 是有理数，不符合题意；

故选：A。

2. 下列等式中，正确的有（ ）

- A. $\sqrt{-49} = -7$ B. $\sqrt{(-3)^2} = 3$ C. $-\sqrt{(-5)^2} = 5$ D. $\sqrt{81} = \pm 9$

【答案】B

【解析】

【分析】根据二次根式的性质依次计算即可求解。

【详解】解：A、负数没有算术平方根， $\sqrt{-49}$ 无意义，故错误；

B、 $\sqrt{(-3)^2} = 3$ ，故正确；

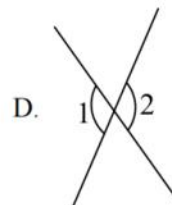
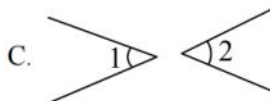
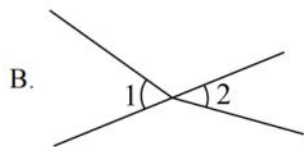
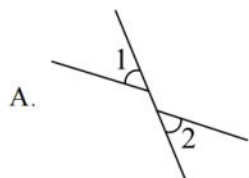
C、 $-\sqrt{(-5)^2}=-5$ ，故错误；

D、 $\sqrt{81}=9$ ，故错误；

故选 B.

【点睛】本题考查了学生的运算能力，解题的关键是熟练运用二次根式的性质，本题属于基础题型.

3. 下列图中， $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 是对顶角的是 ()



【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了对顶角的定义，熟记对顶角的图形及对顶角的定义有公共顶点并且其中一个角的两边是另一个角的两边的反向延长线的特点是解题的关键.

根据对顶角的定义有公共顶点并且其中一个角的两边是另一个角的两边的反向延长线的特点对各选项分析判断.

【详解】解：A、 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 没有公共顶点，不是对顶角，不符合题意；

B、 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 的边不是反向延长线所以不是对顶角，不符合题意；

C、 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 没有公共顶点，不是对顶角，不符合题意；

D、 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 是对顶角，符合题意；

故选：D.

4. 已知 a 为实数，那么在平面直角坐标系中，下列各点中一定位于第四象限的点是 ()

A. $(4, -a^2)$

B. $(a+1, -4)$

C. $(a^2+1, -4)$

D. $(a^2, -4)$

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了平面直角坐标系中象限内点的坐标特征，根据各象限点的坐标符号特征逐项判断即可.

【详解】解：A、当 $a=0$ 时， $(4, -a^2)$ 为 $(4, 0)$ 不属于任何象限，不符合题意；

B、 $\because a+1$ 的值不确定，

$\therefore (a+1, -4)$ 不一定位于第四象限，不符合题意；

C、 $\because a^2 \geq 0$,

$$\therefore a^2 + 1 \geq 1,$$

$\therefore (a^2 + 1, -4)$ 一定位于第四象限，符合题意；

D、 $\because a^2 \geq 0,$

当 $a = 0$ 时， $(a^2, -4)$ 不属于任何象限，不符合题意；

故选：C.

5. 已知等腰三角形的周长为 16，其底边长为 a ，那么 a 的取值范围是 ()

A. $a > 0$

B. $0 < a < 8$

C. $0 < a < 16$

D. $a < 16$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了三角形三边之间的关系，等腰三角形的定义，解题的关键是掌握三角形两边之和大于第三边，两边之差小于第三边.

根据题意得出两腰之和为 $16 - a$ ，两腰之差为 0，结合三角形三边之间的关系，即可解答.

【详解】解： $\because$ 底边长为 a ,

$$\therefore \text{两腰之和为 } 16 - a,$$

$$\therefore 16 - a > a, \text{ 解得: } a < 8,$$

$\because$ 等腰三角形两腰长相等,

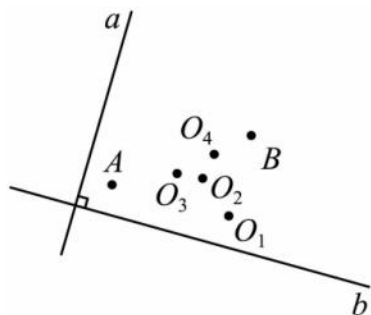
$$\therefore \text{两腰之差为 } 0,$$

$$\therefore a > 0,$$

$$\therefore \text{那么 } a \text{ 的取值范围是 } 0 < a < 8.$$

故选：B.

6. 如图，直线 $\frac{1}{a} \perp \frac{1}{b}$ ，在平面直角坐标系中， x 轴 $\parallel a$ ， y 轴 $\parallel b$ ，已知点 $A(-1, 4)$ 、点 $B(2, -1)$ ，那么坐标原点是点 ()



A. O_1

B. O_2

C. O_3

D. O_4

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查坐标与图形的性质，解答本题的关键是明确题意，作出相应的平面直角坐标系.

【详解】解：∵点 $A(-1, 4)$ 、点 $B(2, -1)$,

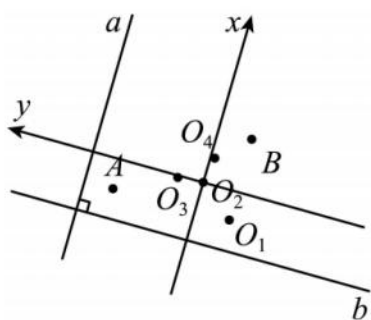
∴点 A 在第二象限，点 B 在第四象限，

∵ x 轴 $\parallel a$ ， y 轴 $\parallel b$ ，

∴画出平面直角坐标系如图所示，

∴坐标原点是点 O_2 ，

故选：B.



二、填空题（本大题共 12 小题，每空 3 分，满分 36 分）

7. 49 的平方根是_____.

【答案】 ± 7

【解析】

【分析】根据平方根的定义求解即可.

【详解】∵ $(\pm 7)^2 = 49$,

∴49 的平方根是 ± 7 .

故答案为： ± 7 .

【点睛】如果一个数 x 的平方等于 a ，即 $x^2 = a$ ，那么这个数 x 叫做 a 的平方根. 正数 a 有两个平方根，它们互为相反数；0 的平方根是 0；负数没有平方根.

8. 比较下列两个实数的大小： $-\pi$ _____ -3.14 .

【答案】 $<$

【解析】

【分析】本题考查的是实数的大小比较. 直接根据实数比较大小的法则进行比较即可.

【详解】解：∵ $\pi > 3.14$,

$$\therefore -\pi < -3.14,$$

故答案为：<.

9. 计算： $2^{\frac{1}{2}} \times 32^2 =$ _____.

【答案】 $2^{\frac{21}{2}}$

【解析】

【分析】 本题考查了幂的运算，解题的关键是掌握同底数幂相乘，底数不变，指数相加；幂的乘方，底数不变，指数相乘.

先将 32^2 化为 $(2^5)^2$ ，再进行计算即可.

【详解】 解： $2^{\frac{1}{2}} \times 32^2$

$$= 2^{\frac{1}{2}} \times (2^5)^2$$

$$= 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{10}$$

$$= 2^{\frac{21}{2}},$$

故答案为： $2^{\frac{21}{2}}$.

10. 近似数 -0.040 有_____个有效数字.

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题主要考查有效数字个数的确定：从左边第一个不是 0 的数字起往右，有几个数字就有几个有效数字，据此求解即可.

【详解】 解：对于近似数 -0.040 ，有效数字是 4 和 0，共有 2 个有效数字.

故答案为：2.

11. 把 $\frac{1}{\sqrt[3]{5^2}}$ 化成幂的形式是_____.

【答案】 $5^{-\frac{2}{3}}$

【解析】

【分析】 根据开方、倒数和指数的关系，逐步分析即可.

【详解】 $\frac{1}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{1}{5^{\frac{2}{3}}} = 5^{-\frac{2}{3}}$

故答案为 $5^{-\frac{2}{3}}$

【点睛】考核知识点：开方.倒数和指数的关系.理解幂的意义是关键.

12. 在 $\triangle ABC$ 中, 如果 $\angle A:\angle B:\angle C=1:2:1$, 那么 $\triangle ABC$ 的形状是_____.

【答案】等腰直角三角形

【解析】

【分析】根据三角形内角和定理求出三个角的度数即可作出判断.

【详解】解: 设 $\angle A=x$, 则 $\angle B=2x$, $\angle C=x$, 根据题意得:

$$x+2x+x=180^{\circ},$$

解得: $x=45^{\circ}$,

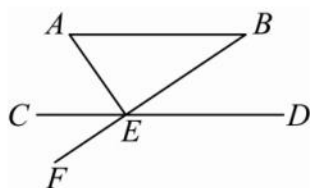
$$\therefore \angle A=\angle C=45^{\circ}, \angle B=2 \times 45^{\circ}=90^{\circ},$$

$\therefore \triangle ABC$ 为等腰直角三角形.

故答案为: 等腰直角三角形.

【点睛】本题主要考查了三角形内角和定理的应用, 一元一次方程的应用, 解题的关键是根据三角形内角和求出三个内角的度数.

13. 如图, $AB \parallel CD$, BF 交 CD 于点 E , $AE \perp BF$, $\angle CEF=34^{\circ}$, 则 $\angle A$ 的度数是_____.



【答案】 56° ##56度

【解析】

【分析】本题主要考查了平行线的性质, 垂直的定义, 先根据垂直的定义得到 $\angle AEF=90^{\circ}$, 进而求出 $\angle AEC=56^{\circ}$, 再由两直线平行, 内错角相等可得 $\angle A=\angle AEC=56^{\circ}$.

【详解】解: $\because AE \perp BF$,

$$\therefore \angle AEF=90^{\circ},$$

$$\because \angle CEF=34^{\circ},$$

$$\therefore \angle AEC=\angle AEF-\angle CEF=56^{\circ},$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle A=\angle AEC=56^{\circ},$$

故答案为: 56° .

14. 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 连接 AC 、 BD , 已知梯形 $ABCD$ 的面积为 16, $\triangle BDC$ 的面积为

12, 那么 $\triangle ADC$ 的面积_____.

【答案】4

【解析】

【分析】本题考查了平行线间的距离处处相等, 先根据题意得出 $\triangle ABD$ 的面积 = 4, 即可求解.

【详解】解: $\because$ 梯形 $ABCD$ 的面积为 16, $\triangle BDC$ 的面积为 12,

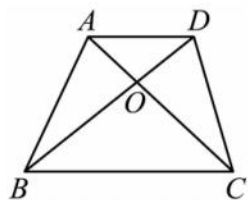
$\therefore \triangle ABD$ 的面积 = $16 - 12 = 4$,

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore$ 点 B 到 AD 的距离等于点 C 到 AD 的距离,

$\therefore \triangle ADC$ 的面积 = $\triangle ABD$ 的面积 = 4,

故答案为: 4.



15. 一个三角形的三边长为 $x, 5, 7$, 另一个与它全等的三角形的三边长为 $3, y, 5$, 那么以 x, y 为腰长和底边长的等腰三角形的周长等于_____.

【答案】17

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的性质, 三角形三边之间的关系, 解题的关键是掌握全等三角形对应边相等, 三角形两边之和大于第三边, 两边之差小于第三边.

先根据全等三角形的性质, 得出 x 和 y 的值, 再根据三角形三边之间的关系, 得出该等腰三角形的底边和腰长, 即可解答.

【详解】解: $\because$ 一个三角形的三边长为 $x, 5, 7$, 另一个与它全等的三角形的三边长为 $3, y, 5$,

$\therefore x = 3, y = 7$,

$\because 3 + 3 < 7$,

$\therefore$ 等腰三角形底边长为 3, 腰长为 7,

$\therefore$ 等腰三角形的周长 = $7 + 7 + 3 = 17$,

故答案为: 17.

16. 平面直角坐标系中有点 $P, Q(2, -3), M(-1, 2)$. 如果 $PQ \parallel x$ 轴, $PM \parallel y$ 轴, 那么点 P 关于原点 O 对称的点的坐标是_____.

【答案】(1,3)

【解析】

【分析】本题考查了平行于坐标轴的直线上的点的坐标特征，关于原点对称点的坐标特征，解题的关键是掌握平行于 x 轴的直线上的点纵坐标相等，平行于 y 轴的直线上的点横坐标相等，关于原点对称的点横坐标和纵坐标都互为相反数。

先求出点 P 的坐标，再根据关于原点对称的点的坐标特征，即可解答。

【详解】解： $\because Q(2, -3)$ ， $PQ \parallel x$ 轴，

$\therefore$ 点 P 的纵坐标为 -3 ，

$\because M(-1, 2)$ ， $PM \parallel y$ 轴，

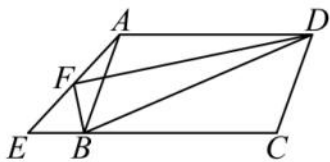
$\therefore$ 点 P 的横坐标为 -1 ，

$\therefore P(-1, -3)$ ，

$\therefore$ 点 P 关于原点 O 对称的点的坐标是 $(1, 3)$ ，

故答案为：(1,3)。

17. 如图， E 、 B 、 C 三点在一条直线上， $AD \parallel BC$ ， $AD = BC$ ，点 F 是 AE 的中点，如果 $BD = EC$ ，那么 $\angle BFD =$ _____ 度。



【答案】90

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定和性质，等腰三角形的性质，解题的关键是掌握全等三角形的判定方法，全等三角形对应边相等，以及等腰三角形三线合一。

延长 DA 、 BF 相交于点 G ，通过证明 $\triangle AGF \cong \triangle EBF$ (AAS) 得出 $AG = EB$ ， $GF = BF$ ，进而得出 $DG = EC$ ，最后根据等腰三角形三线合一，即可解答。

【详解】解：延长 DA 、 BF 相交于点 G ，

$\because AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle G = \angle EBF$ ， $\angle GAF = \angle E$ ，

$\because$ 点 F 是 AE 的中点，

$$\therefore AF = EF,$$

在 $\triangle AGF$ 和 $\triangle EBF$ 中,

$$\begin{cases} \angle G = \angle EBF \\ \angle GAF = \angle E, \\ AF = EF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AGF \cong \triangle EBF (\text{AAS}),$$

$$\therefore AG = EB, GF = BF,$$

$$\because AD = BC,$$

$$\therefore AD + AG = BC + EB, \text{ 即 } DG = EC,$$

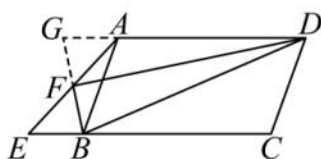
$$\because BD = EC,$$

$$\therefore BD = DG,$$

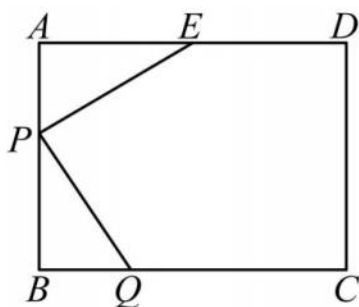
$$\therefore DF \perp BG,$$

$$\therefore \angle BFD = 90^\circ,$$

故答案为: 90.



18. 如图, 在长方形 $ABCD$ 中, $AB = 12$ 厘米, $AD = 16$ 厘米, 点 E 为 AD 中点, 已知点 P 在线段 AB 上以 2 厘米/秒的速度由点 A 向点 B 运动, 同时点 Q 在线段 BC 上由点 C 向点 B 运动, 如果 $\triangle AEP$ 与 $\triangle BPQ$ 恰好全等, 那么点 Q 的运动速度是_____厘米/秒.



【答案】2 或 $\frac{8}{3}$

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的性质, 解一元一次方程的实际应用, 解题的关键是掌握全等三角形对应边相等.

设运动时间为 t 秒, 根据题意可得: $AP = 2t, BP = 12 - 2t$, 再进行分类讨论即可①当 $AE = BP$ 时, ②当 $AP = BP$ 时.

【详解】解: 设运动时间为 t 秒,

根据题意可得: $AP = 2t, BP = 12 - 2t$,

$\because AD = 16$ 厘米, 点 E 为 AD 中点,

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AD = 8 \text{ 厘米},$$

①当 $AE = BP$ 时,

$$12 - 2t = 8,$$

解得: $t = 2$,

$$\therefore AP = 2t = 4 \text{ 厘米},$$

$$\therefore BQ = AP = 4 \text{ 厘米},$$

$\therefore$ 点 Q 的运动速度为 $4 \div 2 = 2$ (厘米/秒),

②当 $AP = BP$ 时,

$$2t = 12 - 2t,$$

解得: $t = 3$,

此时 $AE = BQ = 8$ 厘米,

$\therefore$ 点 Q 的运动速度为 $8 \div 3 = \frac{8}{3}$ (厘米/秒),

故答案为: 2 或 $\frac{8}{3}$.

三、简答题(本大题共 4 题, 第 19、20 题每题 6 分, 第 21、22 题每题 7 分, 满分 26 分)

19. 计算: $\left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} + \sqrt{(-2)^2} - (\sqrt{3} + \sqrt{2})^0 + 2^{-1}$.

【答案】3

【解析】

【分析】本题考查了实数的混合运算.

先将负数次幂, 算术平方根, 0 次幂化简, 再进行计算即可.

【详解】解: $\left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} + \sqrt{(-2)^2} - (\sqrt{3} + \sqrt{2})^0 + 2^{-1}$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt[3]{\frac{27}{8}} + 2 - 1 + \frac{1}{2} \\
 &= \frac{3}{2} + 2 - 1 + \frac{1}{2} \\
 &= 3.
 \end{aligned}$$

20. 利用幂的运算性质计算： $\sqrt[6]{4} \times \sqrt{8} \div 2^{-\frac{1}{6}}$

【答案】4

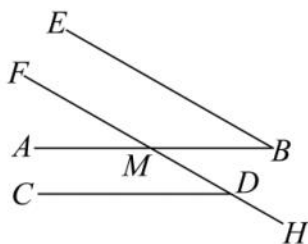
【解析】

【分析】本题考查了幂的运算性质，解题的关键是掌握同底数幂相乘（除），底数不变，指数相加（减）。根据幂的运算性质，进行计算即可。

【详解】解： $\sqrt[6]{4} \times \sqrt{8} \div 2^{-\frac{1}{6}}$

$$\begin{aligned}
 &= 4^{\frac{1}{6}} \times 8^{\frac{1}{2}} \div 2^{-\frac{1}{6}} \\
 &= (2^2)^{\frac{1}{6}} \times (2^3)^{\frac{1}{2}} \div 2^{-\frac{1}{6}} \\
 &= 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{3}{2}} \div 2^{-\frac{1}{6}} \\
 &= 2^{\frac{1}{3} + \frac{3}{2} - (-\frac{1}{6})} \\
 &= 2^2 \\
 &= 4.
 \end{aligned}$$

21. 如图，已知 $AB \parallel CD$ ， $BE \parallel DF$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，试求 $\angle CDH$ 的度数。



【答案】 150°

【解析】

【分析】本题考查了平行线的性质，解题的关键是掌握两直线平行，同位角相等。

根据 $BE \parallel DF$ 得出 $\angle AMF = \angle B = 30^\circ$ ，再根据 $AB \parallel CD$ ，即可得出 $\angle CDF = \angle AMF = 30^\circ$ ，即可解答。

【详解】解：∵ $BE \parallel DF$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，

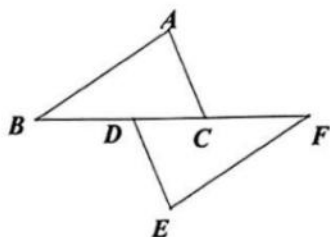
$$\therefore \angle AMF = \angle B = 30^\circ,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle CDF = \angle AMF = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle CDH = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ.$$

22. 如图，已知 $AC \parallel DE$ ， $AC = DE$ ， $BD = FC$ ，说明 $\triangle ABC \cong \triangle EFD$ ．请填写说理过程或理由．



解：因为 $AC \parallel DE$ （已知），

所以 $\angle ACB = \angle EDF$ （_____）

因为 $BD = FC$ （已知），

所以 _____ $- BD =$ _____ $- FC$ （_____），

即 $BC = FD$ ．

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle EFD$ 中，

$$\begin{cases} AC = ED \text{ (已知)}, \\ \angle ACB = \angle EDF, \\ BC = FD, \end{cases}$$

所以 $\triangle ABC \cong \triangle EFD$ （_____）．

【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定，解题的关键是掌握全等三角形的判定方法．

先根据平行线的性质得出 $\angle ACB = \angle EDF$ ，再推出 $BC = FD$ ，即可根据 SAS 得出 $\triangle ABC \cong \triangle EFD$ ．

【详解】解：因为 $AC \parallel DE$ （已知），

所以 $\angle ACB = \angle EDF$ （两直线平行，内错角相等）

因为 $BD = FC$ （已知），

所以 $BC - BD = FD - FC$ （等式的性质），

即 $BC = FD$ ．

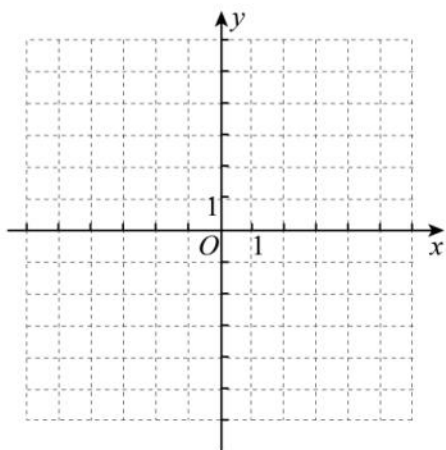
在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle EFD$ 中，

$$\begin{cases} AC = ED (\text{已知}), \\ \angle ACB = \angle EDF, \\ BC = FD, \end{cases}$$

所以 $\triangle ABC \cong \triangle EFD$ (SAS).

四、解答题 (本大题共 3 题, 第 23 题 6 分, 第 24 题 10 分, 第 25 题 10 分, 满分 26 分)

23. 如图, 直角坐标平面上有边长为 1 的正方形网格, 已知点 A 的坐标为 $(3, 4)$, 点 B 的坐标为 $(4, 1)$, 点 C 的坐标为 $(-2, 4)$,



- (1) 平移线段 AB 得到线段 CD , 此时点 A 与点 C 重合, 点 B 与点 D 重合, 直接写出点 D 的坐标是_____;
- (2) 顺次连接点 A 、 B 、 D 、 C , 那么四边形 $ABDC$ 的面积是_____;
- (3) 再次平移线段 CD , 使得其两个端点都落在坐标轴上, 此时点 C 与点 P 重合, 那么点 P 与坐标原点 O 的距离=_____.

【答案】 (1) $(-1, 1)$

(2) 15 (3) 3 或 1

【解析】

【分析】 本题主要考查了平移的规律, 解题的关键是掌握平面直角坐标系中的平移规律: 上加下减, 右加左减.

- (1) 根据点 A 和点 C 的坐标, 得出线段 AB 向左平移 5 个单位长度得到线段 CD , 即可解答;
- (2) 根据平移的性质, 得出四边形 $ABDC$ 是平行四边形, 根据平行四边形的面积公式, 即可解答;
- (3) 根据题意进行分类讨论: ①当平移后点 C 的对应点在 y 轴上, 点 D 的对应点在 x 轴上时, ②当平移后点 C 的对应点在 x 轴上, 点 D 的对应点在 y 轴上时, 即可解答.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 点 A 的坐标为 $(3, 4)$, 点 C 的坐标为 $(-2, 4)$,

∴ 线段 AB 向左平移 5 个单位长度得到线段 CD ,

∵ 点 B 的坐标为 $(4,1)$,

∴ 点 D 的坐标为 $(-1,1)$,

故答案为: $(-1,1)$;

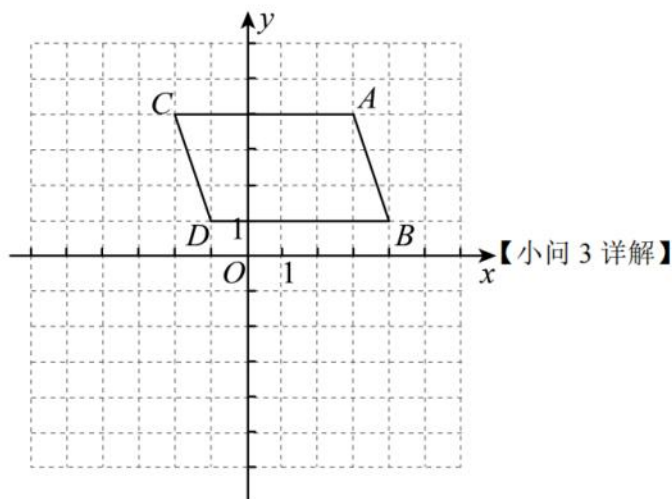
【小问 2 详解】

解: 由平移的性质可得: $AB \parallel CD, AC \parallel BD$,

∴ 四边形 $ABDC$ 是平行四边形,

∴ 四边形 $ABDC$ 的面积 $= 5 \times 3 = 15$,

故答案为: 15;



解: ①当平移后点 C 的对应点在 y 轴上, 点 D 的对应点在 x 轴上时,

∵ 点 C 的坐标为 $(-2,4)$, 平移后点 C 的对应点在 y 轴上,

∴ 线段 CD 向右平移两个单位长度,

∵ 点 D 的坐标为 $(-1,1)$, 点 D 的对应点在 x 轴上时,

∴ 线段 CD 向下平移两个单位长度,

∴ 点 P 的坐标为 $(0,3)$,

∴ 点 P 与坐标原点距离为 3;

②当平移后点 C 的对应点在 x 轴上, 点 D 的对应点在 y 轴上时,

∵ 点 C 的坐标为 $(-2,4)$, 平移后点 C 的对应点在 x 轴上,

∴ 线段 CD 向下平移 4 个单位长度,

$\because$ 点 D 的坐标为 $(-1, 1)$ ，点 D 的对应点在 y 轴上时，

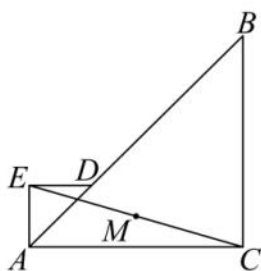
$\therefore$ 线段 CD 向右平移 1 个单位长度，

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(-1, 0)$ ，

$\therefore$ 点 P 与坐标原点距离为 1；

故答案为：3 或 1.

24. 如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle AED$ 都是等腰直角三角形， $\angle ACB = \angle AED = 90^\circ$ ，点 D 在 AB 上，点 M 为 CE 的中点.



(1) 连接 DM ，延长 DM 与 AC 相交于点 F ，请根据要求画出图形，并说明 $AE = CF$.

(2) 再连接 BF ，已知 $BF = 12$ ，求 CM 的长.

【答案】(1) 见解析 (2) 6

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定和性质，解题的关键是掌握全等三角形的判定方法，以及全等三角形对应边相等.

(1) 根据题意画出图形，通过证明 $\triangle DEM \cong \triangle FCM$ (AAS)，得出 $DE = CF$ ，即可得出 $AE = CF$ ；

(2) 通过证明 $\triangle BCF \cong \triangle CAE$ (SAS)，得出 $CE = BF = 12$ ，即可解答.

【小问 1 详解】

证明： $\because$ $\triangle ABC$ 和 $\triangle AED$ 都是等腰直角三角形，

$\therefore \angle ADE = \angle BAC = 45^\circ$ ， $DE = AE$ ，

$\therefore DE \parallel AC$ ，

$\therefore \angle DEM = \angle FCM, \angle EDM = \angle CFM$ ，

$\because$ 点 M 为 CE 的中点，

$\therefore CM = EM$ ，

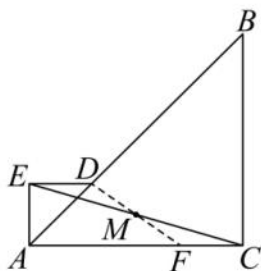
在 $\triangle DEM$ 和 $\triangle FCM$ 中，

$$\begin{cases} \angle DEM = \angle FCM \\ \angle EDM = \angle CFM, \\ CM = EM \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DEM \cong \triangle FCM (\text{AAS}),$$

$$\therefore DE = CF,$$

$$\therefore AE = CF.$$



【小问 2 详解】

解： $\because \triangle ABC$ 和 $\triangle AED$ 都是等腰直角三角形，

$$\therefore AC = BC, \angle DAE = \angle BAC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CAE = 90^\circ,$$

在 $\triangle BCF$ 和 $\triangle CAE$ 中，

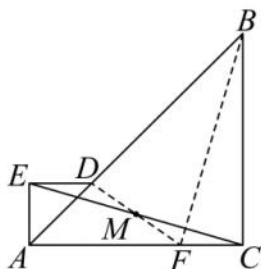
$$\begin{cases} AC = BC \\ \angle CAE = \angle BCF, \\ AE = CF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BCF \cong \triangle CAE (\text{SAS}),$$

$$\therefore CE = BF = 12,$$

$\because$ 点 M 为 CE 的中点，

$$\therefore CM = \frac{1}{2}CE = 6.$$



25. 在锐角三角形 ABC 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上，连接 DE ，将 $\triangle ADE$ 沿 DE 翻折后，点 A 落在 BC 边上的点 P ，当 $\triangle BDP$ 和 $\triangle CEP$ 都为等腰三角形时，我们把线段 DE 称为 $\triangle ABC$ 的完美翻折线， P 为完美点。

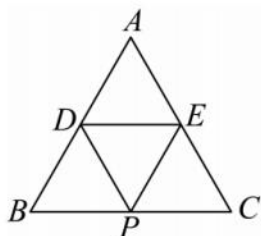


图1

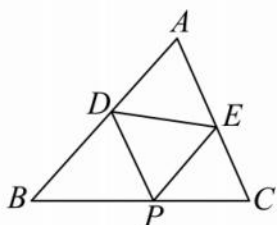


图2

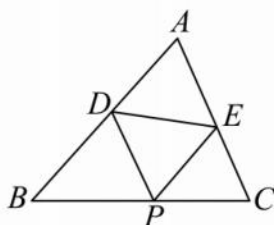


图3

(1) 如图 1, 在等边三角形 ABC 中, 边 BC 的中点 P 是它的完美点, 已知其完美翻折线 DE 的长为 4, 那么等边三角形 ABC 的周长 = _____.

(2) 如图 2, 已知 DE 为 $\triangle ABC$ 的完美翻折线, P 为完美点, 当 $\angle B$ 、 $\angle C$ 恰为等腰三角形的顶角时, 求此时 $\angle A$ 的度数.

(3) 如图 3, 已知 DE 为 $\triangle ABC$ 的完美翻折线, P 为完美点, 当 $\angle B$ 、 $\angle EPC$ 恰为等腰三角形的顶角时, 请判断点 P 到边 AB 、 AC 的距离是否相等? 并说明你的判断理由.

【答案】(1) 24 (2) 60°

(3) 点 P 到边 AB 、 AC 的距离相等, 理由见解析

【解析】

【分析】本题主要考查了三角形的折叠问题, 等腰三角形的性质, 等边三角形的性质, 角平分线的性质定理, 解题的关键是掌握相关内容, 根据三角形的内角和定理和外角定理构造等量关系求解.

(1) 根据翻折的性质可得 $\triangle ADE \cong \triangle PDE$, 根据等边三角形的性质可得 $\angle B = \angle C = 60^\circ$, 则 $\triangle BDP$, $\triangle PEC$ 是等边三角形, 得 $\triangle DPE$ 是等边三角形, 进一步得出 $BC = 8$, 从而可得答案;

(2) 连接 AP , 设 $\angle DAP = \alpha$, $\angle EAP = \beta$ 根据三角形的外角定理和等腰三角形的性质可得 $\angle BPD = \angle BDP = 2\alpha$, $\angle CPE = \angle PEC = 2\beta$, 最后根据 $\angle BPD + \angle DPE + \angle CPE = 180^\circ$ 即可求解;

(3) 连接 AP , 过 P 作 $PH \perp AB$ 于点 H , $PN \perp AC$ 于点 N , 设 $\angle DAP = \alpha$, $\angle EAP = \beta$, 根据 $\angle BPD + \angle DPE + \angle CPE = 180^\circ$ 可得 $\alpha = \beta$, 则 AP 为 $\angle BAC$ 的平分线, $PH = PN$.

【小问 1 详解】

解: $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$,

$\because P$ 为 $\triangle ABC$ 的完美点,

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle PDE$, $\triangle BDP$ 和 $\triangle PEC$ 是等腰三角形,

$\because \angle B = \angle C = 60^\circ$,

$\therefore \triangle BDP$ 和 $\triangle PEC$ 是等边三角形,

$\therefore BD = DP$, $PE = CE$,

又 $\because AD = DP, AE = PE$,

$$\therefore AD = BD = \frac{1}{2}AB, AE = CE = \frac{1}{2}AC,$$

$$\therefore DE = \frac{1}{2}BC,$$

$$\because DE = 4,$$

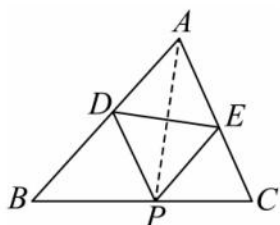
$$\therefore BC = 2DE = 8,$$

$\therefore$ 等边三角形 $\triangle ABC$ 的周长为 $8 \times 3 = 24$,

故答案为: 24.

【小问 2 详解】

连接 AP , 设 $\angle DAP = \alpha, \angle EAP = \beta$,



$\because DE$ 为 $\triangle ABC$ 的完美翻折线,

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle PDE,$$

$$\therefore AD = DP, AE = PE,$$

$$\therefore \angle DPA = \angle DAP = \alpha, \angle EPA = \angle EAP = \beta,$$

$$\therefore \angle BDP = 2\alpha, \angle PEC = 2\beta,$$

$\because \triangle BDP$ 和 $\triangle PEC$ 是等腰三角形, 且 $\angle B, \angle C$ 都为顶角

$$\therefore BD = BP, CP = CE,$$

$$\therefore \angle BPD = \angle BDP = 2\alpha, \angle CPE = \angle PEC = 2\beta,$$

$$\because \angle BPD + \angle DPE + \angle CPE = 180^\circ,$$

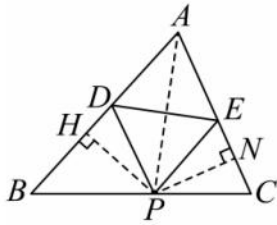
$$\therefore 3\alpha + 3\beta = 180^\circ,$$

$$\therefore \alpha + \beta = 60^\circ,$$

即 $\angle BAC = 60^\circ$.

【小问 3 详解】

解: 连接 AP , 过 P 作 $PH \perp AB$ 于点 H , $PN \perp AC$ 于点 N ,



$\because DE$ 为 $\triangle ABC$ 的完美翻折线,

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle PDE$, $\triangle BDP$ 和 $\triangle PEC$ 是等腰三角形,

设 $\angle DAP = \alpha$, $\angle EAP = \beta$,

$\therefore \angle DPA = \angle DAP = \alpha$, $\angle EPA = \angle EAP = \beta$,

$\therefore \angle BDP = 2\alpha$, $\angle PEC = 2\beta$,

$\because \angle B$, $\angle EPC$ 为顶角,

$\therefore BD = BP$, $PE = PC$,

$\therefore \angle BPD = \angle BDP = 2\alpha$, $\angle PEC = \angle PCE = 2\beta$,

$\therefore \angle EPC = 180^\circ - 4\beta$,

$\because \angle BPD + \angle DPE + \angle EPC = 180^\circ$,

$\therefore 2\alpha + \alpha + \beta + 180^\circ - 4\beta = 180^\circ$,

$\therefore \alpha = \beta$, AP 为 $\angle BAC$ 的平分线,

$\therefore PH = PN$,

所以, 点 P 到边 AB 、 AC 的距离相等.