长宁区 2023 学年第二学期初二数学教学质量调研试卷

（考试时间：90 分钟　　满分：100 分）

考生注意：

1．本试卷含三个大题，共 25 题．答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本调研卷上答题一律无效．

2．除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸相应位置上写出证明或计算的主要步骤．

一、选择题（本大题共 6 小题，每题 2 分，满分 12 分）

1. 一次函数 $y=2x-1$ 的图像不经过的象限是（　　）

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

2. 用换元法解方程 $\left(\frac{x}{x-1}\right)^2-\frac{3x}{1-x}-4=0$ 时，如果设 $\frac{x}{x-1}=y$，那么原方程可变形为（　　）

A. $y^2-3y-4=0$　　B. $y^2+3y-4=0$

C. $y^2-\frac{1}{3}y-4=0$　　D. $y^2+\frac{1}{3}y-4=0$

3. 下列关于向量说法错误的是（　　）

A. 既有大小，又有方向的量叫做向量　　B. 向量的大小叫做向量的模

C. 长度为零的向量叫做零向量　　D. 零向量是没有方向的

4. 下列说法中，正确的是（　　）

A. 必然事件的概率为 1　　B. 随机事件的概率为 0.5

C. 概率很小的事件不可能发生　　D. 概率很大的事件一定发生

5. 下列说法中正确的是（　　）

A. 等腰梯形是中心对称图形　　B. 平行四边形是轴对称图形

C. 菱形的对角线互相垂直且相等　　D. 正方形的对角线互相垂直平分且相等．

6. 综合实践课上，嘉嘉画出 $\triangle ABD$，利用尺规作图找一点 C，使得四边形 $ABCD$ 为平行四边形．图 1~图 3 是其作图过程．

（1）作 BD 的垂直平分线交 BD 于点 O；	（2）连接 AO，在 AO 的延长线上截取 $OC=AO$；	（3）连接 DC，BC，则四边形 $ABCD$ 即为所求．

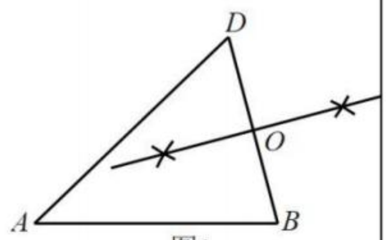


图1

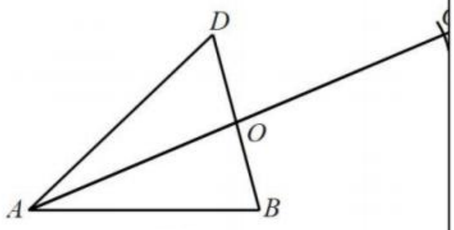


图2

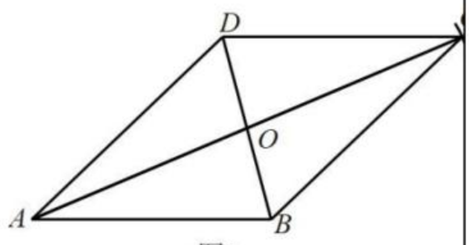


图3

在嘉嘉的作法中，可直接判定四边形 $ABCD$ 为平行四边形的条件是（　　）

A. 两组对边分别平行　　　　B. 两组对边分别相等

C. 对角线互相平分　　　　D. 一组对边平行且相等

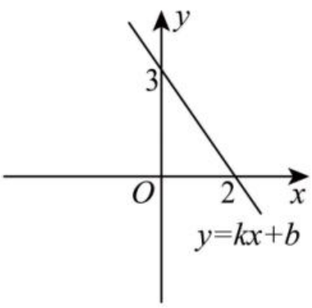
二、填空题（本大题共 12 小题，每题 3 分，满分 36 分）

7. 直线 $y=-3x-1$ 的截距是________.

8. 方程 $\sqrt{x-1}=1$ 的解为_____.

9. 如果关于 x 的方程 $\left(m+2\right)x=1$ 无解，那么 m 的取值范围是________.

10. 如图，直线 $y=kx+b$ 过点 $\left(2,0\right)$、$\left(0,3\right)$，那么关于 x 的不等式 $kx+b\le 0$ 的解集是________.



11. 如果直线 $y=kx+b\left(k\ne 0\right)$ 与直线 $y=3x+3$ 没有交点且过点 $\left(2,0\right)$，那么 b 的值为_____.

12. 已知一次函数 $y=\left(1-m\right)x+2$ 图像上两点 $A\left(x_1,y_1\right)$，$B\left(x_2,y_2\right)$，当 $x_1<x_2$ 时，$y_1>y_2$，那么 m 的取值范围是______.

13. 一个不透明的袋子中装着除了颜色外均相同的若干红球和 6 个蓝球，从中随机摸出一个球，如果摸到红球的概率是 $\dfrac{1}{4}$，那么袋子中共有________个球.

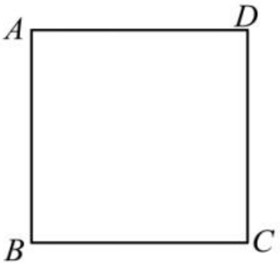
14. 某年级计划组织部分同学进行义务植树 200 棵，由于同学们积极参与，实际参加植树的同学人数比原计划多了 30 人，结果每人比原计划少植树 1 棵，但总共植树比原计划多了 40 棵，如果假设实际参加植树的同学人数为 x 人，那么可列出方程________.

15. 如果从多边形的一个顶点出发的对角线有 9 条，那么它的边数是________.

16. 已知矩形两对角线夹角为60°，对角线长为$2cm$，则矩形面积为________.

17. 如果梯形的中位线长为4，其中一条底边长为2，一条腰长为6，那么另外一条腰长x的取值范围是________.

18. 如图，正方形$ABCD$的边长为$\sqrt{2}$，将$\triangle ABC$绕点A旋转，得到$\triangle AB'C'$，其中B、C的对应点分别是点B'、C'. 如果点B'在正方形$ABCD$内，且到点B、C的距离相等，那么$C'D$的长为________.

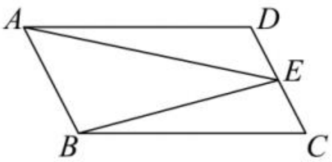


三、解答题（本大题共7题，第19、20题每题5分，第21题6分，第22题7分，第23题9分，第24题9分，第25题11分，满分52分）

19. 解方程：$\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x+3}{x+1}=1-\dfrac{2}{x^2-1}$.

20. 解方程组：$\begin{cases} x+2y=4 ① \\ x^2-xy-2y^2=0 ② \end{cases}$

21. 如图，平行四边形$ABCD$中，点E为CD中点，把图中的线段都画成有向线段.



（1）填空：在这些有向线段表示的向量中，与$\overrightarrow{DE}$相等的向量是_______，与$\overrightarrow{DE}$互为相反向量的向量是______；

（2）求作：$\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{DE}$（不作法，保留作图痕迹，写出结论）.

22. 某校与部队联合开展红色之旅研学活动，上午7：00，部队官兵乘坐军车从营地出发，同时学校师生乘坐大巴从学校出发，沿公路（如图1）到爱国主义教育基地进行研学，上午8：00，军车在离营地60km的地方追上大巴并继续前行，到达仓库后，部队官兵下车领取研学物资，然后乘坐军车按原速前行，最后和师生同时到达基地，军车和大巴离营地的路程s（km）与所用时间t（h）的函数关系如图2所示.

图1

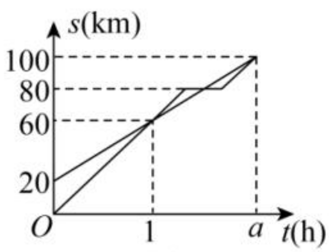
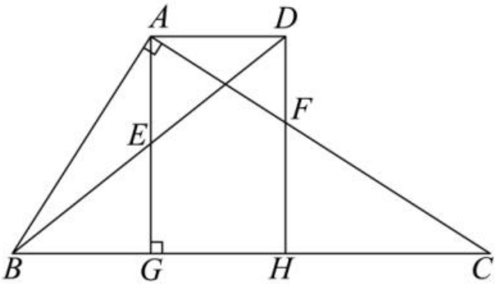


图2

（1）求大巴离营地的路程 s 与所用时间 t 的函数表达式及 a 的值；

（2）求部队官兵在仓库领取物资所用的时间.

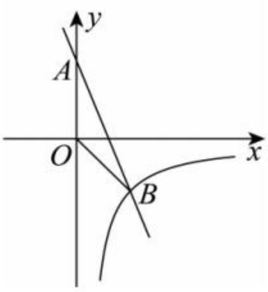
23. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC = 90°$，AG 是 BC 边上的高．H 为线段 CG 上的点，以 AG、GH 为邻边作矩形 $AGHD$，连结 BD 交 AG 于点 E，联结 AC 交 DH 于点 F.



（1）如果 $AB = AF$，求证：四边形 $AGHD$ 为正方形；

（2）联结 EF，如果 $\angle DBC = \angle BAG$，求证：四边形 $AEFD$ 为矩形.

24. 如图，在直角坐标平面内，直线 $y = kx + 3$ 与 y 轴交于点 A，与双曲线 $y = -\frac{4}{x}\left(x > 0\right)$ 交于点 B.



（1）连结 BO，如果 $\triangle AOB$ 的面积为 6，求直线 AB 的表达式；

（2）点 C 在 x 轴负半轴上，点 D 在 BO 的延长线上，如果四边形 $ABCD$ 是菱形，求点 B 的坐标.

25. 定义：如果梯形的一个内角等于其它三个内角中的两个内角之和，那么称这个梯形为“加和角梯形”，这个内角称为“加和角”

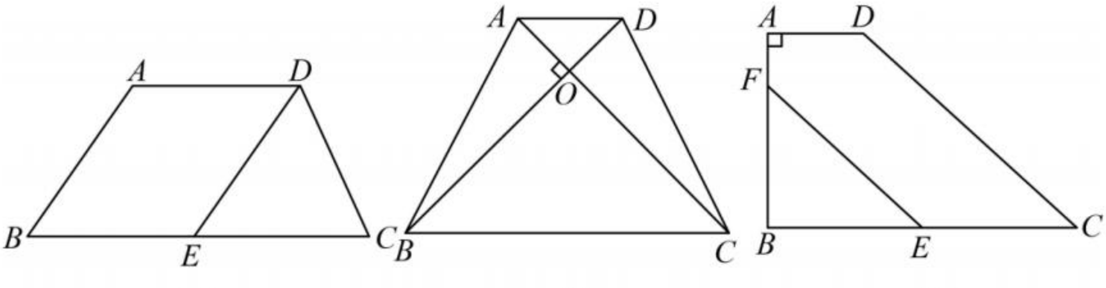


图 1　　图 2　　图 3

（1）如图 1，在梯形 $ABCD$ 中，$AD \parallel BC$，点 E 为边 BC 上一点，四边形 $ABED$ 为菱形，点 E 为边 BC 中点，求证：梯形 $ABCD$ 为“加和角梯形”，

（2）在“加和角梯形” $ABCD$ 中，$\angle ADC$ 为“加和角”，$AD \parallel BC$.

①如图 2，如果 $AB = DC$，$AC \perp BD$，垂足为点 O，$AC = 2\sqrt{6}$，求梯形 $ABCD$ 的周长；

②如图 3，如果$\angle A = 90°$，点 E 为边 BC 中点，过点 E 作 $EF \parallel CD$ 交边 AB 于点 F，$AD = 2$，$AB = 4$，点 G 在边 CD 上使得$\triangle EFG$是以 FG 为腰的等腰三角形，求 DG 的长.

长宁区 2023 学年第二学期初二数学教学质量调研试卷（答案解析）

（考试时间：90 分钟　　满分：100 分）

考生注意：

1．本试卷含三个大题，共 25 题．答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本调研卷上答题一律无效．

2．除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸相应位置上写出证明或计算的主要步骤．

一、选择题（本大题共 6 小题，每题 2 分，满分 12 分）

1. 一次函数 $y=2x-1$ 的图像不经过的象限是（　　）

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的性质，解答本题的关键是明确题意，利用一次函数的性质解答．

根据一次函数的性质即可判断．

【详解】解：在一次函数 $y=2x-1$ 中，$k=2>0,b=-1<0$，

∴一次函数 $y=2x-1$ 的图象经过一、三、四象限，

∴图象一定不经过第二象限．

故选：B．

2. 用换元法解方程 $\left(\frac{x}{x-1}\right)^2-\frac{3x}{1-x}-4=0$ 时，如果设 $\frac{x}{x-1}=y$，那么原方程可变形为（　　）

A. $y^2-3y-4=0$　　B. $y^2+3y-4=0$

C. $y^2-\frac{1}{3}y-4=0$　　D. $y^2+\frac{1}{3}y-4=0$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查用换元法整理分式方程的能力，掌握用换元法解分式方程是关键．用换元法解分式方程，可简化计算过程，减少计算量，是一种常用的方法．

设 $\frac{x}{x-1}=y$，将方程变形后整体代换计算即可．

【详解】解：$\because \left(\frac{x}{x-1}\right)^2-\frac{3x}{1-x}-4=0$，

$\therefore \left(\frac{x}{x-1}\right)^2+3\left(\frac{x}{x-1}\right)-4=0$，

设$\frac{x}{x-1}=y$，

根据题中所设可得原方程变形为$y^2+3y-4=0$.

故选：B.

3. 下列关于向量说法错误的是（　　）

A. 既有大小，又有方向的量叫做向量　　B. 向量的大小叫做向量的模

C. 长度为零的向量叫做零向量　　D. 零向量是没有方向的

【答案】D

【解析】

【分析】根据向量的相关定义，逐项分析判断即可求解.

【详解】A. 既有大小，又有方向的量叫做向量，故该选项正确，符合题意；

B. 向量的大小叫做向量的模，故该选项正确，符合题意；

C. 长度为零的向量叫做零向量，故该选项正确，符合题意；

D. 零向量有方向的，但方向不是确定的，故该选项不正确，不符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查了向量的相关定义，熟练掌握向量的定义是解题的关键.

4. 下列说法中，正确的是（　　）

A. 必然事件的概率为1　　B. 随机事件的概率为0.5

C. 概率很小的事件不可能发生　　D. 概率很大的事件一定发生

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了概率的意义：一般地，在大量重复实验中，如果事件A发生的频率mn会稳定在某个常数p附近，那么这个常数p就叫做事件A的概率，记为$P(A)=p$；概率是频率(多个)的波动稳定值，是对事件发生可能性大小的量的表现．必然发生的事件的概率$P(A)=1$；不可能发生事件的概率$P(A)=0$.

根据概率的意义和必然发生的事件的概率$P(A)=1$、不可能发生事件的概率$P(A)=0$对选项进行判断即可.

【详解】解：A、必然事件发生的概率是1，此选项正确；

B、随机事件发生的概率在 0 与 1 之间，此选项错误；

C、概率很小的事件不是不可能发生，而是发生的机会较小，此选项错误；

D、概率很大的事件不是一定发生，而是发生的机会较大，此选项错误；

故选：A.

5. 下列说法中正确的是（　　）

A. 等腰梯形是中心对称图形　　　　B. 平行四边形是轴对称图形

C. 菱形的对角线互相垂直且相等　　　　D. 正方形的对角线互相垂直平分且相等.

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了中心对称图形的定义，轴对称图形的定义，菱形的性质、正方形的性质，据此相关性质内容进行逐项分析，即可作答.

【详解】解：A、等腰梯形是轴对称图形，不是中心对称图形，故该选项是错误的；

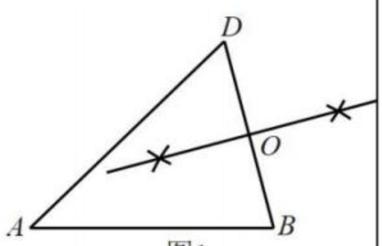
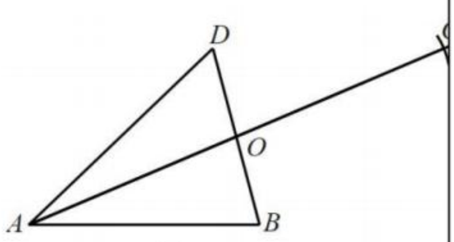
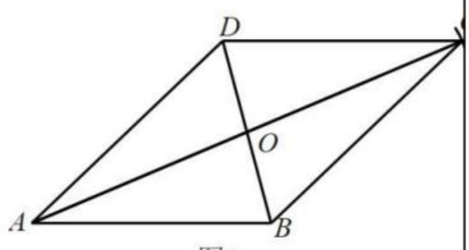
B、平行四边形是中心对称图形，不是轴对称图形，故该选项是错误的；

C、菱形的对角线互相垂直且平分，不是相等，故该选项是错误的；

D、正方形的对角线互相垂直平分且相等．故该选项是正确的；

故选：D.

6. 综合实践课上，嘉嘉画出 $\triangle ABD$，利用尺规作图找一点 C，使得四边形 $ABCD$ 为平行四边形．图 1~图 3 是其作图过程.

（1）作 BD 的垂直平分线交 BD 于点 O；  图1	（2）连接 AO，在 AO 的延长线上截取 $OC=AO$；  图2	（3）连接 DC，BC，则四边形 $ABCD$ 即为所求.  图3

在嘉嘉的作法中，可直接判定四边形 $ABCD$ 为平行四边形的条件是（　　）

A. 两组对边分别平行　　　　B. 两组对边分别相等

C. 对角线互相平分　　　　D. 一组对边平行且相等

【答案】C

【解析】

【分析】根据作图步骤可知，得出了对角线互相平分，从而可以判断．

【详解】解：根据图 1，得出 BD 的中点 O，图 2，得出 $OC=AO$，

可知使得对角线互相平分，从而得出四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

判定四边形 $ABCD$ 为平行四边形的条件是：对角线互相平分，

故选：C．

【点睛】本题考查了平行四边形的判断，解题的关键是掌握基本的作图方法及平行四边形的判定定理．

二、填空题（本大题共 12 小题，每题 3 分，满分 36 分）

7. 直线 $y=-3x-1$ 的截距是________．

【答案】-1

【解析】

【分析】本题考查一次函数的性质，关键是明白截距的概念，以及求法．

一次函数的截距就是当 $x=0$ 时，y 的取值．

【详解】解：∵ $y=3x-1$，

∴当 $x=0$ 时，$y=-1$．

故答案为：-1．

8. 方程 $\sqrt{x-1}=1$ 的解为_____．

【答案】x=2

【解析】

【分析】将无理方程 $\sqrt{x-1}=1$ 两边同时乘方，即可解答．

【详解】方程两边平方得：$x-1=1$，

解得：$x=2$，

经检验 $x=2$ 是原方程的解，

故答案为 $x=2$

【点睛】本题考点为无理方程求解，熟练掌握相关知识点是解题关键．

9. 如果关于 x 的方程 $(m+2)x=1$ 无解，那么 m 的取值范围是________．

【答案】$m=-2$##$-2=m$

【解析】

【分析】本题主要考查了一元一次方程的解，解题时要能熟练掌握并理解．

依据题意，由一次方程无解，从而 $m+2=0$，故可得解．

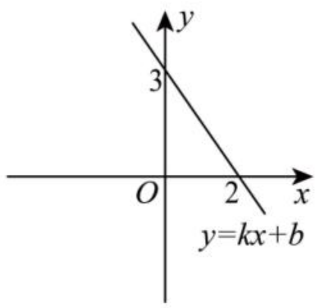
【详解】解：由题意，$\because (m+2)x=1$ 无解，

$\therefore m+2=0$，

$\therefore m=-2$，

故答案为：$m=-2$.

10. 如图，直线 $y=kx+b$ 过点 $(2,0)$、$(0,3)$，那么关于 x 的不等式 $kx+b\le 0$ 的解集是________.



【答案】$x\ge 2$ ## $2\le x$

【解析】

【分析】本题考查了一次函数与一元一次不等式：从函数图象的角度看，就是确定直线 $y=kx+b$ 在 x 轴上(或下)方部分所有的点的横坐标所构成的集合.

结合函数图象，写出直线在 x 轴下方所对应的自变量的范围即可.

【详解】解：根据函数图象可知，

$\therefore$ 关于 x 的不等式 $kx+b\le 0$ 的解集为 $x\ge 2$.

故答案为：$x\ge 2$.

11. 如果直线 $y=kx+b(k\ne 0)$ 与直线 $y=3x+3$ 没有交点且过点 $(2,0)$，那么 b 的值为_____.

【答案】-6

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的图象与性质，根据直线 $y=kx+b(k\ne 0)$ 与直线 $y=3x+3$ 没有交点，且过点 $(2,0)$ 得 $\begin{cases}k=3\\2k+b=0\end{cases}$，解方程组即可，解题的关键是熟练掌握一次函数的性质.

【详解】解：$\because$ 直线 $y=kx+b(k\ne 0)$ 与直线 $y=3x+3$ 没有交点，且过点 $(2,0)$，

$\therefore \begin{cases}k=3\\2k+b=0\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k=3\\b=-6\end{cases}$，

故答案为：-6.

12. 已知一次函数$y=(1-m)x+2$图像上两点$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，当$x_1<x_2$时，$y_1>y_2$，那么m的取值范围是______.

【答案】$m>1$

【解析】

【分析】根据题意可得y随x的增大而减小，可得$1-m<0$，从而可得答案.

【详解】解：∵一次函数$y=(1-m)x+2$图像上两点$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，当$x_1<x_2$时，$y_1>y_2$，

∴y随x的增大而减小，

∴$1-m<0$，

解得：$m>1$，

故答案为：$m>1$.

【点睛】本题考查的是一次函数的性质，熟记一次函数的增减性是解本题的关键.

13. 一个不透明的袋子中装着除了颜色外均相同的若干红球和6个蓝球，从中随机摸出一个球，如果摸到红球的概率是$\frac{1}{4}$，那么袋子中共有________个球.

【答案】8

【解析】

【分析】本题考查了概率公式：随机事件A的概率$P(A)=$事件A可能出现的结果数除以所有可能出现的结果数. 根据概率公式列方程计算.

【详解】解：设袋子中共有x个球，根据题意得：

$\frac{x-6}{x}=\frac{1}{4}$，

解得，$x=8$

经检验：$x=8$是分式方程的解，

故答案为：8.

14. 某年级计划组织部分同学进行义务植树200棵，由于同学们积极参与，实际参加植树的同学人数比原计划多了30人，结果每人比原计划少植树1棵，但总共植树比原计划多了40棵，如果假设实际参加植树的同学人数为x人，那么可列出方程________.

【答案】$\frac{200+40}{x}+1=\frac{200}{x-30}$

【解析】

【分析】本题考查了分式方程的应用. 设实际参加植树的同学人数为x人，则原计划参加植树的同学人数

为$\left(x-30\right)$人，根据“结果每人比原计划少植树 1 棵”列出分式方程即可.

【详解】解：假设实际参加植树的同学人数为 x 人，则原计划参加植树的同学人数为$\left(x-30\right)$人，

依题意得$\frac{200+40}{x}+1=\frac{200}{x-30}$，

故答案为：$\frac{200+40}{x}+1=\frac{200}{x-30}$.

15. 如果从多边形的一个顶点出发的对角线有 9 条，那么它的边数是________.

【答案】12

【解析】

【分析】本题主要考查了多边形的边数与对角线条数的关系，解题的关键是熟练掌握n边形从一个顶点出发的对角线最多可画的条数为$n-3$.

根据n边形从一个顶点出发的对角线最多可画的条数为$n-3$，求出多边形的边数即可.

【详解】解：∵多边形从一个顶点出发的对角线最多可画 9 条，

∴$n-3=9$，

∴多边形的边数为：$9+3=12$.

故答案为：12.

16. 已知矩形两对角线夹角为$60°$，对角线长为 $2cm$，则矩形面积为________.

【答案】$\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

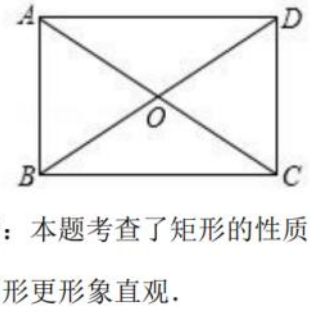
【解析】

【详解】分析：作出图形，根据矩形的对角线互相平分且相等求出 $OA=OB$，然后求出$\triangle AOB$是等边三角形，根据等边三角形的性质求出 AB，再利用勾股定理列式计算即可得解.

详解：∵四边形 $ABCD$ 是矩形，∴$OA=OB=\frac{1}{2}\times2=1$.

∵两对角线的夹角$\angle AOB=60°$，∴$\triangle AOB$是等边三角形，∴$AB=OA=1$．在 Rt$\triangle ABC$ 中，矩形的长 $BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$.

故答案为$\sqrt{3}\,cm^2$.



点睛：本题考查了矩形的性质，等边三角形的判定与性质，勾股定理，熟记性质是解题的关键，作出图形更形象直观.

17. 如果梯形的中位线长为 4，其中一条底边长为 2，一条腰长为 6，那么另外一条腰长 x 的取值范围是________.

【答案】$2<x<10$

【解析】

【分析】该题主要考查了梯形中位线，梯形的性质，平行四边形的性质和判定，三角形三边关系等知识点，解题的关键是正确做出辅助线．

根据题意算出另外一条底边长 $BC=6$，延长 AD 使 $AG=BC$，连接 CG，则 $DG=4$，证明四边形 $ABCG$ 是平行四边形，得出 $CG=AB=6$，再根据三边关系即可解答，

【详解】如图，$ABCD$ 是梯形，EF 为梯形的中位线，则 $EF=4, AD=2$，

$\therefore BC=2EF-AD=6$，

延长 AD 使 $AG=BC$，连接 CG，则 $DG=AG-AD=BC-AD=4$，

$\because ABCD$ 是梯形，

$\therefore AG \parallel BC$，

$\therefore$ 四边形 $ABCG$ 是平行四边形，

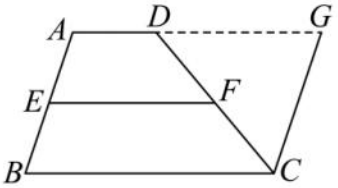
$\therefore CG=AB=6$，

$\because CG-DG<DC<CG+DG$，

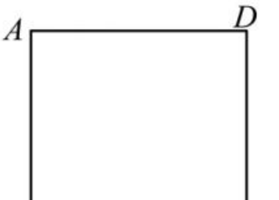
$\therefore 2<DC<10$，

即 $2<x<10$，

故答案为：$2<x<10$．



18. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 $\sqrt{2}$，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 旋转，得到 $\triangle AB'C'$，其中 B、C 的对应点分别是点 B'、C'．如果点 B' 在正方形 $ABCD$ 内，且到点 B、C 的距离相等，那么 $C'D$ 的长为________.

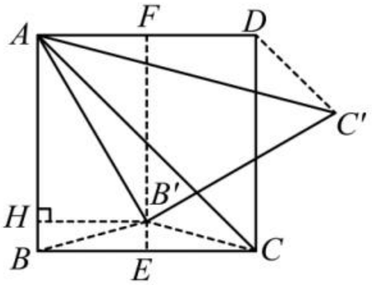


【答案】$\sqrt{3}-1$##$-1+\sqrt{3}$

【解析】

【分析】作 BC 的垂直平分线 EF，交 BC 于 E，交 AD 于 F，作 $B'H \perp AB$，交 AB 于点 H，连接 BB'、$B'C$、$C'D$，由题意可知当 B' 在 EF 上时满足到点 B、C 的距离相等，得到 $B'B = B'C$，根据正方形性质可证明 $\triangle B'AC \cong \triangle DAC'(\text{SAS})$，从而推出 $C'D = B'C = BB'$，然后判定四边形 $HBEB'$ 是矩形，结合 EF 垂直平分 BC，推出 $B'H = BE = \frac{1}{2}BC = \frac{\sqrt{2}}{2}$，即可根据勾股定理可算出 AH，得到 BH，最后再由勾股定理算出 BB'，即可得到答案.

【详解】作 BC 的垂直平分线 EF，交 BC 于 E，交 AD 于 F，作 $B'H \perp AB$，交 AB 于点 H，连接 BB'、$B'C$、$C'D$



由题意可知，当 B' 旋转到 EF 上时，到点 B、C 的距离相等，且 $B'B = B'C$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形

$\therefore \angle DAC = \angle B'AC'$，$AD = AB'$，$AC = AC'$

$\because \angle B'AC = \angle B'AC' - \angle C'AC$，$\angle DAC' = \angle DAC - \angle C'AC$

$\therefore \angle B'AC = \angle DAC'$

在 $\triangle B'AC$ 和 $\triangle DAC'$ 中

$$\begin{cases} AB' = AD \\ \angle B'AC = \angle DAC' \\ AC = AC' \end{cases}$$

$\therefore \triangle B'AC \cong \triangle DAC'(\text{SAS})$

$\therefore C'D = B'C$

$\therefore C'D = B'B$

$\because B'H \perp AB$，$AB \perp BC$，$EF \perp BC$

$\therefore$ 四边形 $HBEB'$ 是矩形

$\therefore B'H = BE$

又 $\because EF$ 垂直平分 BC，$AB = BC = AB' = \sqrt{2}$

$\therefore B'H=BE=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore AH=\sqrt{AB'^2-B'H^2}=\sqrt{(\sqrt{2})^2-(\frac{\sqrt{2}}{2})^2}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

$\therefore BH=AB-AH=\sqrt{2}-\frac{\sqrt{6}}{2}$

$\therefore B'B=\sqrt{B'H^2+BH^2}=\sqrt{(\frac{\sqrt{2}}{2})^2+(\sqrt{2}-\frac{\sqrt{6}}{2})^2}=\sqrt{3}-1$

$\therefore C'D=B'B=\sqrt{3}-1$

故答案为：$\sqrt{3}-1$.

【点睛】本题考查了图形的旋转，垂直平分线的性质，正方形的性质，矩形的判定与性质，全等三角形的判定与性质，勾股定理，根据题意找到B'位置并作出相应的辅助线是解题的关键.

三、解答题（本大题共 7 题，第 19、20 题每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 7 分，第 23 题 9 分，第 24 题 9 分，第 25 题 11 分，满分 52 分）

19. 解方程：$\frac{x-2}{x-1}+\frac{x+3}{x+1}=1-\frac{2}{x^2-1}$.

【答案】$x=-2$

【解析】

【分析】本题考查了解分式方程，先去分母，化简为$\left(x-2\right)\left(x+1\right)+\left(x+3\right)\left(x-1\right)=\left(x+1\right)\left(x-1\right)-2$，再去括号合并同类项得$x^2+x-2=0$，再运用因式分解法进行解方程，注意验根，即可作答.

【详解】解：$\because \frac{x-2}{x-1}+\frac{x+3}{x+1}=1-\frac{2}{x^2-1}$

$\therefore \left(x-2\right)\left(x+1\right)+\left(x+3\right)\left(x-1\right)=\left(x+1\right)\left(x-1\right)-2$

$\therefore x^2-x-2+x^2+2x-3=x^2-3$

$\therefore x^2+x-2=0$

则$\left(x+2\right)\left(x-1\right)=0$

解得$x_1=-2$，$x_2=1$

经检验：$x_1=-2$是原分式方程的解；$x_2=1$是原分式方程的增根

∴方程的解为$x=-2$

20. 解方程组：$\begin{cases} x+2y=4① \\ x^2-xy-2y^2=0② \end{cases}$

【答案】$\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$或$\begin{cases} x=-4 \\ y=4 \end{cases}$

【解析】

【分析】本题考查二元二次方程的解法，掌握二元二次方程的解法是解题的关键.

由$x^2-xy-2y^2=0$得$x-2y=0$或$x+y=0$，从而将原方程组化成两个二元一次方程组，分别求二元一次方程组的解即可.

【详解】解：$\begin{cases} x+2y=4① \\ x^2-xy-2y^2=0② \end{cases}$，

将②变形可得$\left(x-2y\right)\left(x+y\right)=0$，

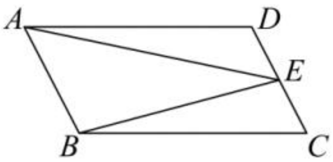
即$x-2y=0$或$x+y=0$，

故方程组可变形得$\begin{cases} x+2y=4 \\ x-2y=0 \end{cases}$或$\begin{cases} x+2y=4 \\ x+y=0 \end{cases}$，

解得$\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$或$\begin{cases} x=-4 \\ y=4 \end{cases}$，

故原方程组的解为$\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$或$\begin{cases} x=-4 \\ y=4 \end{cases}$.

21. 如图，平行四边形$ABCD$中，点E为CD中点，把图中的线段都画成有向线段.



（1）填空：在这些有向线段表示的向量中，与$\overrightarrow{DE}$相等的向量是_______，与$\overrightarrow{DE}$互为相反向量的向量是______；

（2）求作：$\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{DE}$（不作法，保留作图痕迹，写出结论）.

【答案】（1）$\overrightarrow{EC}$，$\overrightarrow{CE}$

（2）见详解

【解析】

【分析】本题考查作图-复杂作图，平面向量、平行四边形的判定与性质、相等向量、互为相反向量等知识，

解题的关键是熟练掌握三角形法则解决问题，属于中考常考题型．

（1）根据平行四边形的判定可知，四边形 $ABCD$ 为平行四边形，则 $AB=DE$，结合相等向量的定义，即与 $\overrightarrow{DE}$ 长度相等，方向相同，可得出答案．与 $\overrightarrow{AB}$ 互为相反向量即与 $\overrightarrow{AB}$ 长度相等，方向相反，即可得答案．

（2）如图，延长 AB 到 F，使得 $BF=EC$，连接 EF．推出 $\overrightarrow{FE}$ 即为所求．

【小问 1 详解】

解：∵点 E 为 CD 中点，

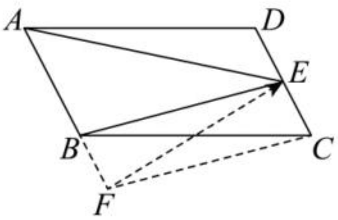
$\therefore CE=DE$，

∴与 $\overrightarrow{DE}$ 相等的向量为 $\overrightarrow{EC}$，与 $\overrightarrow{DE}$ 互为相反向量的向量是 $\overrightarrow{CE}$．

故答案为：$\overrightarrow{EC}$，$\overrightarrow{CE}$；

【小问 2 详解】

如图，延长 AB 到 F，使得 $BF=EC$，连接 EF．



根据（1）可得与 $\overrightarrow{DE}$ 相等的向量为 $\overrightarrow{EC}$，

结合图象可得 $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{DE}$

$=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{EC}$

$=\overrightarrow{BE}-\overrightarrow{EC}$

$=\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CE}$，

∵四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

$\therefore AB \parallel DC$，

$\therefore BF \parallel EC$，

$\therefore \overrightarrow{FB}=\overrightarrow{CE}$，

$\therefore \overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{FB}=\overrightarrow{FE}$．

$\therefore \overrightarrow{FE}$ 即为所求．

22. 某校与部队联合开展红色之旅研学活动，上午 7：00，部队官兵乘坐军车从营地出发，同时学校师生乘

坐大巴从学校出发，沿公路（如图1）到爱国主义教育基地进行研学，上午8：00，军车在离营地60km的地方追上大巴并继续前行，到达仓库后，部队官兵下车领取研学物资，然后乘坐军车按原速前行，最后和师生同时到达基地，军车和大巴离营地的路程s（km）与所用时间t（h）的函数关系如图2所示．

图1

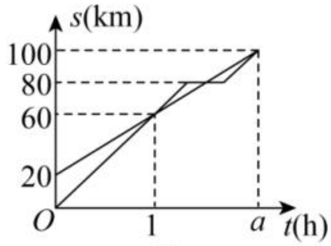


图2

（1）求大巴离营地的路程s与所用时间t的函数表达式及a的值，

（2）求部队官兵在仓库领取物资所用的时间．

【答案】（1）$s=40t+20$，$a=2$

（2）$\frac{1}{3}$h

【解析】

【分析】（1）设出函数解析式，利用待定系数法求出函数解析式，将$s=100$，代入解析式求出a的值即可；

（2）先求出军车的速度，然后分别求出军车到达仓库，和从仓库出发到达基地的时间，用总时间减去两段时间即可得解．

【小问1详解】

解：设大巴离营地的路程s与所用时间t的函数表达式为$s=kt+b$，由图象可知，直线过点$(0,20),(1,60)$，

$\therefore \begin{cases} b=20 \\ k+b=60 \end{cases}$，解得：$\begin{cases} b=20 \\ k=40 \end{cases}$，

$\therefore s=40t+20$；

当$s=100$时：$100=40t+20$，解得：$t=2$，

$\therefore a=2$；

【小问2详解】

由图象可知，军车的速度为：$60\div 1=60\text{km}/\text{h}$，

∴军车到达仓库所用时间为：$80\div 60=\frac{4}{3}\text{h}$，

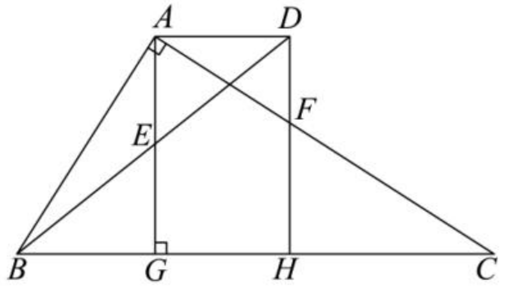
从仓库到达基地所用时间为：$(100-80)\div 60=\frac{1}{3}\text{h}$，

∴部队官兵在仓库领取物资所用的时间为$2-\frac{4}{3}-\frac{1}{3}=\frac{1}{3}\text{h}$．

【点睛】本题考查一次函数的实际应用．从函数图象上有效的获取信息，正确的求出函数解析式，是解题

的关键.

23. 已知：如图，在$\triangle ABC$中，$\angle BAC=90^{\circ}$，AG是BC边上的高．H为线段CG上的点，以AG、GH为邻边作矩形$AGHD$，连结BD交AG于点E，联结AC交DH于点F.



（1）如果$AB=AF$，求证：四边形$AGHD$为正方形；

（2）联结EF，如果$\angle DBC=\angle BAG$，求证：四边形$AEFD$为矩形.

【答案】（1）见详解　（2）见详解

【解析】

【分析】本题考查了正方形的判定与性质，矩形的判定与性质，平行四边形的性质，全等三角形的判定与性质，正确掌握相关性质内容是解题的关键.

（1）通过矩形的性质得出$\angle ADF=90^{\circ}$，$\angle GAD=90^{\circ}$，证明$\triangle BAG\cong\triangle FAD$，得出$AG=AD$，再结合矩形的性质，即可作答.

（2）经过角的等量代换得出$\angle DAF=\angle DBC$，结合$AD//GH$，得出$\angle ADE=\angle DAF$，证明$\triangle ADF\cong\triangle DAF(\mathrm{ASA})$，得出$AE\parallel DF$，得出四边形$AEFD$是平行四边形，结合Ð$ADF=90^{\circ}$，即可作答.

【小问1详解】

解：∵四边形$AGHD$是矩形

∴$\angle ADF=90^{\circ}$，$\angle GAD=90^{\circ}$，

∵AG是BC边上的高.

∴$\angle AGB=90^{\circ}$，

∴$\angle AGB=\angle ADF$，

即$\angle BAG+\angle GAC=\angle GAC+\angle FAD$，

∴$\angle BAG=\angle FAD$，

∵$\angle AGB=\angle ADF$，$AB=AF$，

∴$\triangle BAG\cong\triangle FAD$，

∴$AG=AD$，

∵四边形$AGHD$是矩形

∴四边形 $AGHD$ 是正方形；

【小问 2 详解】

解：∵ $\angle BAC=\angle DAE=90^\circ$，

∴ $\angle BAG=\angle DAF$，

∵ $\angle BAG=\angle DBC$，

∴ $\angle DAF=\angle DBC$，

∵ $AD// GH$，

∴ $\angle ADE=\angle DBC$，

∴ $\angle ADE=\angle DAF$，

∵ $AD=AD$，$\angle DAF=\angle ADE$，

∴ $\triangle ADF\cong\triangle DAF(\text{ASA})$，

∴ $AE=DF$，

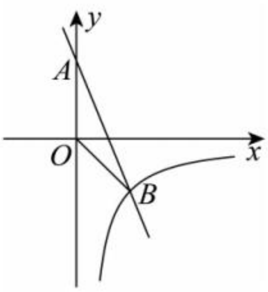
∴ $AE\parallel DF$，

∴四边形 $AEFD$ 是平行四边形，

∵ Ð $ADF=90^\circ$，

∴四边形 $AEFD$ 是矩形；

24. 如图，在直角坐标平面内，直线 $y=kx+3$ 与 y 轴交于点 A，与双曲线 $y=-\dfrac{4}{x}(x>0)$ 交于点 B.



（1）连结 BO，如果 $\triangle AOB$ 的面积为 6，求直线 AB 的表达式；

（2）点 C 在 x 轴负半轴上，点 D 在 BO 的延长线上，如果四边形 $ABCD$ 是菱形，求点 B 的坐标.

【答案】（1） $y=-x+3$

（2） $B(2,-2)$

【解析】

【分析】本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题、菱形的性质、全等三角形的判定与性质，正确掌握相关性质内容是解题的关键.

（1）先算出 $A(0,3)$，再根据 $\triangle AOB$ 的面积为6，算出 $x_B=4$，然后代入反比例 $y=-\frac{4}{x}(x>0)$ 进行计算，即可作答.

（2）结合四边形 $ABCD$ 是菱形，得证 $\triangle BOA\cong\triangle BOC$，则 $\angle BOC=\angle BOA$，根据角的等量代换得出 $\angle GOB=\angle HOB$，结合角平分线的性质得出 $GB=HB$，再设点 $B(n,-n)$，然后代入 $y=-\frac{4}{x}(x>0)$ 进行计算，即可作答.

【小问1详解】

解：∵直线 $y=kx+3$ 与 y 轴交于点 A，

∴ $x=0$ 时，则 $y=3$，

∴ $A(0,3)$

∴ $OA=3$

∵ $\triangle AOB$ 的面积为6

∴ $S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}OA\times|x_B|=6$

∵点 B 在第四象限

∴ $x_B=4$；

把 $x_B=4$ 代入 $y=-\frac{4}{x}(x>0)$

∴ $y=-\frac{4}{4}=-1$

∴ $B(4,-1)$

设直线 AB 的表达式为 $y=kx+b$

把 $A(0,3)$ 和 $B(4,-1)$ 代入 $y=kx+b$

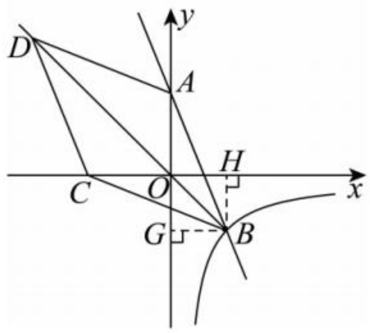
得 $\begin{cases}-1=4k+b\\ b=3\end{cases}$

解得 $\begin{cases}k=-1\\ b=3\end{cases}$

∴ $y=-x+3$；

【小问2详解】

解：如图：分别过点 B 作 $BH\perp x$ 轴，点 B 作 $BG\perp y$ 轴，



∵四边形 $ABCD$ 是菱形，点 D 在 BO 的延长线上

∴ $BA=BC$，$\angle ABO=\angle CBO$

∵ $BO=BO$

∴ $\triangle BOA\cong\triangle BOC$

∴ $\angle BOC=\angle BOA$

∵ $\angle COG=\angle AOH=90^\circ$

∴ $\angle BOC-\angle COG=\angle BOA-\angle AOH$

即 $\angle GOB=\angle HOB$

∵ $BH\perp x$ 轴，$BG\perp y$ 轴，

∴ $BG=HB$

设点 $B(n,-n)$

∵点 B 在双曲线 $y=-\dfrac{4}{x}(x>0)$ 交于

∴ $-n=-\dfrac{4}{n}$

∴ $n=2$，$n=-2$（负值舍去）

∴ $B(2,-2)$．

25. 定义：如果梯形的一个内角等于其它三个内角中的两个内角之和，那么称这个梯形为“加和角梯形”，这个内角称为“加和角”

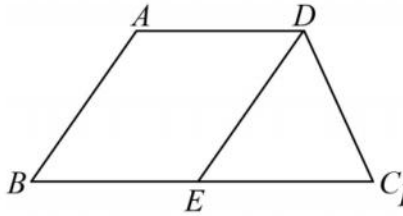


图 1

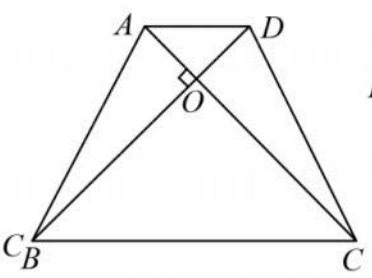


图 2

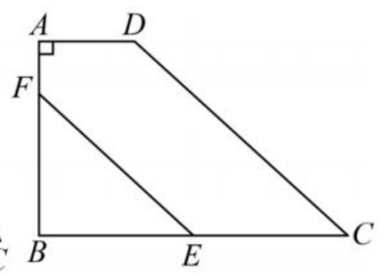


图 3

（1）如图 1，在梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，点 E 为边 BC 上一点，四边形 $ABED$ 为菱形，点 E 为边 BC

中点，求证：梯形 $ABCD$ 为“加和角梯形”，

（2）在“加和角梯形” $ABCD$ 中，$\angle ADC$ 为“加和角”，$AD // BC$．

①如图 2，如果 $AB=DC$，$AC\perp BD$，垂足为点 O，$AC=2\sqrt{6}$，求梯形 $ABCD$ 的周长；

②如图 3，如果 $\angle A=90°$，点 E 为边 BC 中点，过点 E 作 $EF // CD$ 交边 AB 于点 F，$AD=2$，$AB=4$，点 G 在边 CD 上使得 $\triangle EFG$ 是以 FG 为腰的等腰三角形，求 DG 的长．

【答案】（1）见详解　（2）①$8+4\sqrt{3}$；②$DG=\sqrt{2}$ 或 $DG=\dfrac{3\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

【解析】

【分析】（1）根据四边形 $ABED$ 为菱形，得出 $\angle B=\angle ADE, DE=BE$，结合点 E 为边 BC 中点，得出 $DE=CE$，$\angle EDC=\angle C$，即可得到 $\angle ADC=\angle B+\angle C$，即可证明；

（2）①根据 $ABCD$ 是梯形，$AD // BC, AB=DC$，得到 $\angle ABC=\angle DCB, \angle ADC+\angle DCB=180°, AC=BD$，结合“加和角梯形” $ABCD$ 中，$\angle ADC$ 为“加和角”，即可求出 $\angle DCB=\angle ABC=60°$，分别过点 A、$D$ 作 $AG\perp BC$、$DH\perp BC$，垂足分别为点 G，H，则 $\angle AGH=\angle DHC=90°, AG // DH$，证出四边形 $AGHD$ 为矩形，得到 $AD=GH, AG=DH$，证明 $Rt\triangle AGC\cong Rt\triangle DHB$，得到 $\angle OBC=\angle OCB$，求出 $\angle BOC=90°$，$\angle OBC=\angle OCB=45°$，$\angle ACG=\angle CAG=45°$，证明 $AG=CG$，根据勾股定理求出 $AG=CG=2\sqrt{3}$，在 $Rt\triangle ABG$ 中，根据直角三角形的性质得出 $BG=\dfrac{1}{2}AB$，$BG=2, AB=4$，从而求出 BC，AD，即可求解；

②由 $\angle ADC$ 为“加和角”，可得 $\angle C=45°$，过点 D 作 $DH\perp BC$ 于点 H，可得四边形 $ADHB$ 为矩形，得出 $DH=4, CH=4, BH=2, BC=6, DC=4\sqrt{2}$，由点 E 为 BC 中点，$EF // CD$，可得 $\angle FEB=\angle BFE=45°, BF=BE=3$，分为当 $GF=GE$ 时和当 $FG=FE$ 时，分别作图求解即可；

【小问 1 详解】

∵四边形 $ABED$ 为菱形，

$\therefore \angle B=\angle ADE, DE=BE$，

∵点 E 为边 BC 中点，

$\therefore BE=CE$，

$\therefore DE=CE$，

$\therefore \angle EDC=\angle C$，

$\therefore \angle EDC+\angle ADE=\angle C+\angle B$，

即 $\angle ADC=\angle B+\angle C$，

$\therefore$梯形 $ABCD$ 为“加和角梯形”．

【小问 2 详解】

①$\because$梯形 $ABCD$ 中，$AD // BC, AB=DC$，

$\therefore \angle ABC=\angle DCB, \angle ADC+\angle DCB=180^{\circ}, AC=BD$，

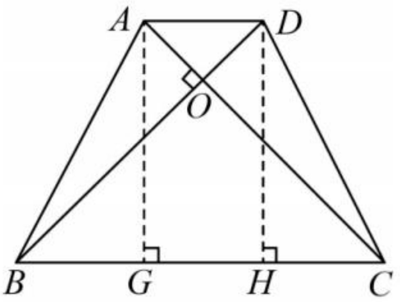
$\because$“加和角梯形”$ABCD$ 中，$\angle ADC$ 为“加和角”，

$\therefore \angle ADC=\angle DCB+\angle ABC=2\angle DCB$，

$\therefore 2\angle DCB+\angle DCB=180^{\circ}$，

$\therefore \angle DCB=\angle ABC=60^{\circ}$，

分别过点 A 、 D 作 $AG \perp BC$ 、 $DH \perp BC$，垂足分别为点 G，H，



$\therefore \angle AGH=\angle DHC=90^{\circ}, AG // DH$，

$\therefore \angle AGH=\angle DHG=\angle DAG=90^{\circ}$

$\therefore$四边形 $AGHD$ 为矩形，

$\therefore AD=GH, AG=DH$，

在 $Rt\triangle AGC$ 和 $Rt\triangle DHB$ 中

$\begin{cases}AG=DH\\AC=DB\end{cases}$，

$\therefore Rt\triangle AGC \cong Rt\triangle DHB$，

$\therefore \angle OBC=\angle OCB$，

$\because AC \perp BD$，

$\therefore \angle BOC=90^{\circ}$，

$\therefore \angle OBC+\angle OCB=90^{\circ}$，

$\therefore \angle OBC=\angle OCB=45^{\circ}$，

在 $Rt\triangle ACG$ 中，$\angle AGC=90^{\circ}, \angle ACG=\angle CAG=45^{\circ}$，

$\therefore AG=CG$，

Q $AG^2+CG^2=AC^2, AC=2\sqrt{6}$，

$\therefore AG=CG=2\sqrt{3}$，

在 $Rt\triangle ABG$ 中，$\angle AGB=90°, \angle ABG=60°, \angle BAG=30°$，

$\therefore BG=\frac{1}{2}AB$，

$\because BG^2+AG^2=AB^2$，

$\therefore BG=2, AB=4$，

$\therefore AB=CD=4, BC=2\sqrt{3}+2$，

Q $BH=CG=2\sqrt{3}$，

$\therefore AD=GH=2\sqrt{3}-2$，

$\therefore C_{梯形ABCD}=2\sqrt{3}-2+2\sqrt{3}+2+4+4=8+4\sqrt{3}$；

②$\because \angle A=90°$，$AD // BC$，

$\therefore \angle B=90°$，$\angle ADC+\angle C=180°$，

由$\angle ADC$为“加和角”，

可得$\angle ADC=90°+\angle C$，

$\therefore \angle C=45°$，

过点D作$DH\perp BC$于点H，

则四边形$ADHB$为矩形，

$\therefore DH=AB=4, BH=AD=2, BC=BH+CH=4+2=6$，

$\therefore CH=4, DC=\sqrt{CH^2+DH^2}=4\sqrt{2}$，

由点E为BC中点，$EF // CD$，

则$\angle C=\angle FEB=\angle BFE=45°$，

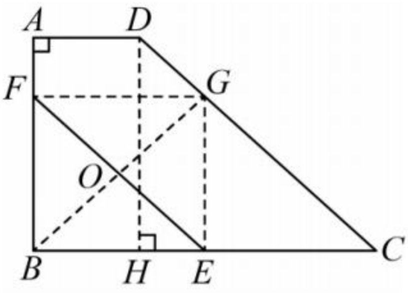
$\therefore BF=BE=3$，

I．当$GF=GE$时，

$\because BE=BF, BG=BG$

则V BFG≌V BEG，

则 $\angle GBC=\angle GBF=45^\circ$，



$\because \angle GBC=\angle C=45^\circ$，

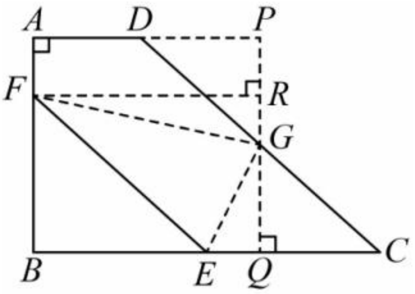
$\therefore \triangle GBC$ 中，$\angle BGC=180^\circ-\angle GBC-\angle C=90^\circ, GB=GC$，

$\because GB^2+GC^2=BC^2, BC=6$，

$\therefore GB=GC=3\sqrt{2}$，

$\therefore DG=DC-GC=\sqrt{2}$；

II．当 $FG=FE$ 时，过点 G 作 $GQ\perp BC$ 于点 Q，交 AD 延长线于点 P，作 $FR\perp PQ$ 于点 R，设 $DG=x$，



由 I 知，$BE=BF=3, AF=4-3=1, \angle C=\angle CGQ=\angle PGD=\angle PDG=45^\circ$

则 $DP=PG=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x, RG=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x-1, FR=2+\dfrac{\sqrt{2}}{2}x$，

$\because FR^2+RG^2=FG^2=FE^2=BF^2+BE^2$，

$\therefore \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}x-1\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}x+2\right)^2=3^2+3^2$，

解得：$x=\dfrac{3\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$（负值舍去），

$\therefore DG=\dfrac{3\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$．

综上，$DG=\sqrt{2}$ 或 $DG=\dfrac{3\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$.

【点睛】该题主要考查了全等三角形的性质和判定，勾股定理，直角三角形的性质，梯形的性质，矩形的性质和判定，菱形的性质等知识点，解题的关键是正确作出辅助线，掌握以上知识点.