闵行区2023学年第二学期期末七年级学业质量调研

数 学 试 卷

(考试时间90分钟， 满分100分)

考生注意：

1．本试卷含四个大题，共27题．

2．答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效．

3．除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出解答的主要步骤．

4．考试可以使用科学计算器．

一、选择题：(本大题共6题，每题2分，满分12分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

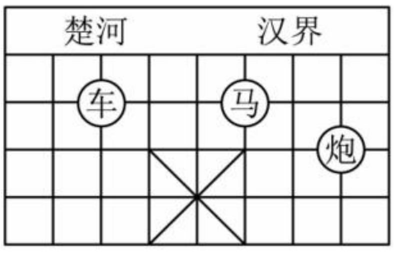
1. 在 $\sqrt{8}$，$\frac{7}{3}$，3.14，-2π，$\sqrt{27}$ 中，有理数的个数有（　　）

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

2. 下列等式中，正确的是（　　）

A. $-\sqrt{(-5)^2}=5$　　B. $\left(-\sqrt{5}\right)^2=5$　　C. $\sqrt{25}=\pm5$　　D. $\sqrt{9\frac{1}{4}}=3\frac{1}{2}$

3. 如图，已知棋子“车”的坐标为（－2，3），棋子“马”的坐标为（1，3），那么棋子“炮”的坐标为（　　）



A．（3，0）　　B. （3，1）　　C. （3，2）　　D. （2，2）

4. 下列判断正确的是（　　）

A. 等腰三角形任意两角相等　　B. 等腰三角形底边上中线垂直底边

C. 任意两个等腰三角形全等　　D. 等腰三角形三边上的中线都相等

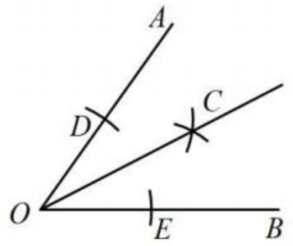
5. 下面是“作$\angle AOB$的平分线”的尺规作图过程：

①在OA、OB上分别截取OD、OE，使$OD=OE$；

②分别以点D、E为圆心，以大于$\frac{1}{2}DE$的同一长度为半径作弧，两弧交于$\angle AOB$内的一点C；

③作射线OC.

OC就是所求作的角的平分线.



该尺规作图可直接利用三角形全等说明，其中三角形全等的依据是（　　）

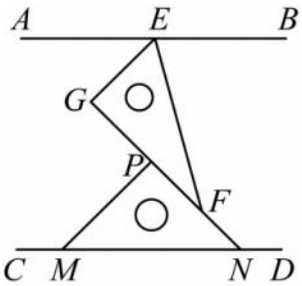
A. 三边对应相等的两个三角形全等

B. 两边及它们的夹角对应相等的两个三角形全等

C. 两角及它们的夹边对应相等的两个三角形全等

D. 两角及其中一个角的对边对应相等的两个三角形全等

6. 将一副直角三角板作如图所示摆放，$\angle GEF=60°$，$\angle MNP=45°$，$AB \parallel CD$，则下列结论不正确的是　　　　　　　　　　　　　　　　　　（　　）



A. $GE \parallel MP$　　　B. $\angle EFN=150°$　　　C. $\angle BEF=60°$　　　D. $\angle AEG=\angle PMN$

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分)

7. 4 的算术平方根是________.

8. 把$\sqrt[7]{3^4}$化成幂的形式为_______.

9. 方程$-x^5=243$的解是_______.

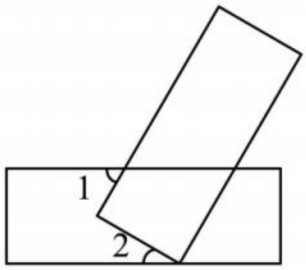
10. 数轴上，已知点A表示的数是$a=-\sqrt{2}$,点B表示的数是b，且实数b满足$|b|<|a|$，那么点B表示的正整数是_______.

11. 据第一财经报道：“2024 年第一季度，上海GDP总量11098.46亿元，同比增速5%，拔得全国头

筹．”将数字11098.46保留三个有效数字后，近似数为_______．

12. 伞兵在高空跳离飞机往下降落，在打开降落伞前，下降的高度 h(米)与下降的时间 t(秒)的关系可以近似地表示为 $h=4.9t^2$ (不计空气阻力)，一个伞兵在打开降落伞前的一段时间内下降了 920 米，这段时间大约有_______秒(精确到 1 秒)．

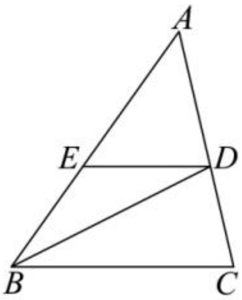
13. 将两张长方形纸片按如图所示摆放，使其中一张长方形纸片的一个顶点恰好落在另一张长方形纸片的一条边上，则 $\angle 1+\angle 2=$______．



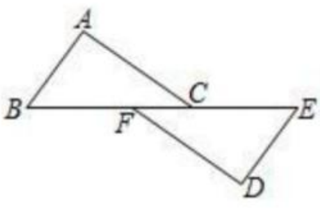
14. 若点 P（3，$m-2$）在 x 轴上，则点 Q（$m-3$，$m+1$）在第__象限．

15. 在 $\triangle ABC$ 中， 如果 $AB=2$，$BC=5$，AC 的长为素数， 那么 AC 的长是_______．

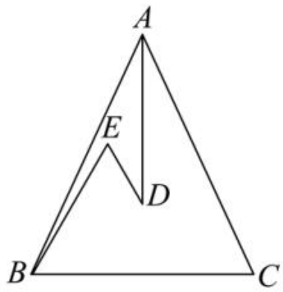
16. 如图， 在 $\triangle ABC$ 中，BD 平分 $\angle ABC$，$DE\parallel BC$，$AD=4$，$\triangle AED$ 的周长为11，那么 AB 的长是_______．



17. 如图，在$\triangle ABC$和$\triangle DEF$中，点 B、F、C、E 在同一直线上，$BF=CE$，$AC\parallel DF$，请添加一个条件，使$\triangle ABC\cong\triangle DEF$，这个添加的条件可以是________．（只需写一个，不添加辅助线）



18. 如图，已知 $AB=AC$， AD 平分 $\angle BAC$， $\angle DEB=\angle EBC=60^\circ$，若 $BE=7$，$DE=3$，则 $BC=$________．



三、解答题 (本大题共 8 题，满分 64 分)

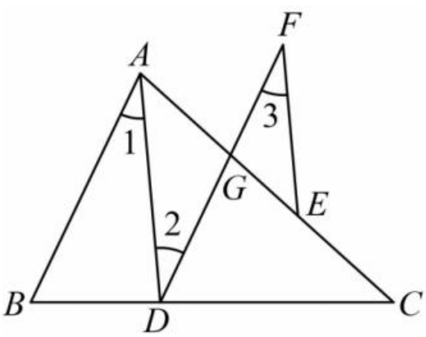
19. 不用计算器，计算：$\sqrt{\sqrt{5}\left(\sqrt{5}-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)}+\left(\sqrt{5}\right)^{2}-\sqrt[3]{125}$.

20. 不用计算器，计算：$\left(\sqrt{3}+2\right)\times\left(\sqrt{3}-2\right)+\sqrt{\left(\sqrt{3}-2\right)^{2}}$.

21. 计算(结果表示为含幂的形式)：$\left(2^{\frac{1}{2}}+3^{\frac{1}{2}}\right)^{-1}$

22. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A=60^{\circ}$，$\angle B:\angle C=1:2$，求 $\angle B$，$\angle C$ 的度数.

23. 如图， 已知在 $\triangle ABC$ 中， 点 D、G 分别在边 BC、AC 上， 且 $\angle B=\angle GDC$， 点 F 在线段 DG 的延长线上， 点 E 在边 GC 上， 如果 $\angle 1=\angle 3$， 说明 $AD \parallel EF$ 的理由.



解： 因为 $\angle B=\angle GDC$ (已知)，

所以 $AB \parallel$ _____ (______________).

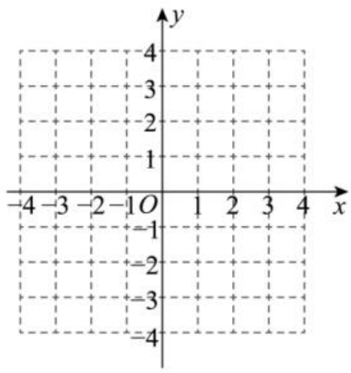
所以 $\angle 1=$ _____ (______________).

因为 $\angle 1=\angle 3$ (已知)，

所以 $\angle 3=$ ______(等量代换).

所以 $AD \parallel EF$ (_______________).

24. 如图，在直角坐标平面内，已知点 $A(3,1)$.

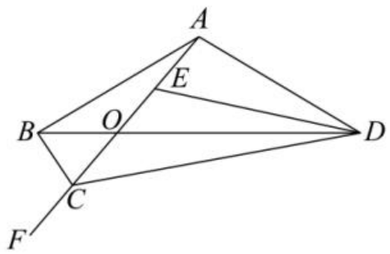


（1）已知点 B 与点 A 关于原点对称，那么点 B 的坐标是_____；把点 B 向右平移 4 个单位，得到点 C，那么点 C 的坐标是____；

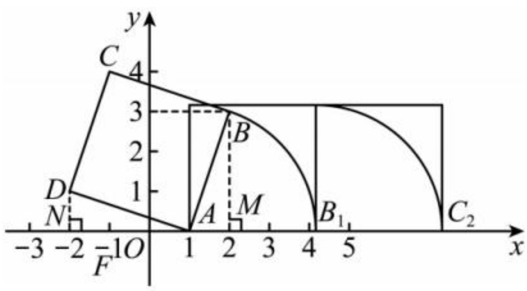
（2）顺次联结线段 AB、BC 和 AC， 那么 $\triangle ABC$ 的面积等于___；

（3）已知点 D 在 y 轴上，如果 $\triangle BCD$ 的面积与 $\triangle ABC$ 的面积相等，那么点 D 的坐标是_____.

25. 如图， 已知在 $\triangle ABD$ 中， $AB = AD$， 射线 AF 交 BD 于点 O，$\angle BAC < \angle DAC$， 点 E、F 在射线 AF 上， 且 $\angle BCF = \angle DEF = \angle BAD$．试判断 AC 与 ED 的数量关系，并说明理由.



26. 如图，在直角坐标平面内，已知面积为 10 的正方形 $ABCD$ 的顶点 A 在 x 轴上，且点 A 的坐标为 $(1,0)$，点 B 的坐标为 $(2,3)$． 分别过点 B、点 D 作 x 轴的垂线 BM 和 DN， 垂足分别为 M、N.

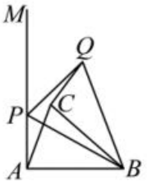


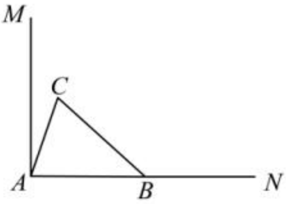
（1）利用 $\triangle ADN \cong \triangle BAM$，可求得点 D 的坐标为_______，用类似的方法可求出点 C 的坐标为_____；

（2）如果正方形 $ABCD$ 绕着顶点顺时针方向在 x 轴上连续翻转．翻转 1 次(即以点 A 为旋转中心，沿着 x 轴的正方向顺时针旋转正方形 $ABCD$)，点 B 落在 x 轴上(记作 B_1 那么点 B_1 的坐标为______．继续沿着 x 轴的正方向翻转正方形 $ABCD$，它在 x 轴上的落点分别是 C_2、D_3、A_4、B_5、$C_6 \cdots$ 按此规律翻转下去，当 2024 次翻转后，在 x 轴上落点的坐标为______.

27. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB = BC$，$\angle ABC = \alpha, (0 < \alpha < 60°)$，射线 $AM \perp AB$，点 P 为射线 AM 上

的动点(点 P 不与点 A 重合)，连接 BP，将线段 BP 绕点 B 顺时针旋转角度α后，得到线段 BQ，连接 PQ、QC．





(备用图)

（1）试说明 $\triangle PAB\cong\triangle QCB$ 的理由；

（2）延长 QC 交射线 AM 于点 D，在点 P 的移动过程中，$\angle QDM$ 的大小是否发生变化?若改变请说明理由，若不改变，请求出 $\angle QDM$ 的大小(用含α的代数式表示)；

（3）当 $BQ\parallel AC$ 时，$AB=m$，$AP=n$，过点 Q 作 QE 垂直射线 AB，垂足为 E，那么 $S_{\triangle AEQ}=$ ___(用 m、n的代数式表示）．

闵行区2023学年第二学期期末七年级学业质量调研

数 学 试 卷（答案解析）

(考试时间90分钟， 满分100分)

考生注意：

1．本试卷含四个大题，共27题．

2．答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效．

3．除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出解答的主要步骤．

4．考试可以使用科学计算器．

一、选择题：(本大题共6题，每题2分，满分12分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 在 $\sqrt{8}$，$\frac{7}{3}$，3.14，-2π， $\sqrt{27}$ 中，有理数的个数有（　　）

A. 1个　　　　B. 2个　　　　C. 3个　　　　D. 4个

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了有理数的概念，有理数可分为整数和分数，其中分数可化为有限小数或无限循环小数，根据分类对题目中的实数进行化简判断即可．

【详解】解：$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$为无理数，

$\frac{7}{3}$是分数，为有理数；

3.14是有限小数，为有理数；

π为无理数，故-2π是无理数；

$\sqrt{27}=3\sqrt{3}$，为无理数；

$\therefore \frac{7}{3}$和3.14是有理数，

故选：B．

2. 下列等式中，正确的是（　　）

A. $-\sqrt{(-5)^2}=5$　　　　B. $\left(-\sqrt{5}\right)^2=5$　　　　C. $\sqrt{25}=\pm5$　　　　D. $\sqrt{9\frac{1}{4}}=3\frac{1}{2}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了二次根式的性质，正确化简各数是解题关键，直接利用二次根式的性质化简，进而得出答案.

【详解】解：A：$-\sqrt{(-5)^2}=-5$，故选项 A 错误；

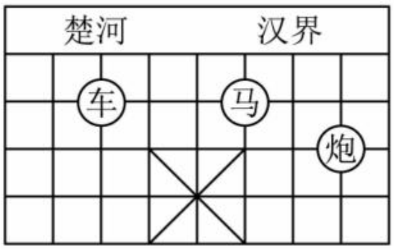
B：$(-\sqrt{5})^2=5$，故选项 B 正确；

C：$\sqrt{25}=5$，故选项 C 错误；

D：$\sqrt{9\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{37}{4}}=\frac{\sqrt{37}}{2}$，故选项 D 错误；

故选：B.

3. 如图，已知棋子“车”的坐标为（－2，3），棋子“马”的坐标为（1，3），那么棋子“炮”的坐标为（　　）



A. （3，0）　　B. （3，1）　　C. （3，2）　　D. （2，2）

【答案】C

【解析】

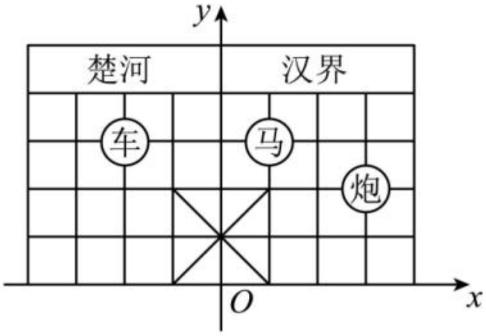
【分析】根据“车”的位置，向右平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位得到坐标原点，建立平面直角坐标系，再根据“炮”的位置解答.

【详解】解：由棋子“车”的坐标为（－2，3）、棋子“马”的坐标为（1，3），

建立如图平面直角坐标系，原点为底边正中间的点，以底边为 x 轴，向右为正方向，以左右正中间的线为 y 轴，向上为正方向；

根据建立的坐标系可知，棋子“炮”的坐标为（3，2）.

故选：C.



【点睛】本题考查坐标确定位置，是基础考点，掌握相关知识是解题关键.

4. 下列判断正确的是（　　）

A. 等腰三角形任意两角相等

B. 等腰三角形底边上中线垂直底边

C. 任意两个等腰三角形全等

D. 等腰三角形三边上的中线都相等

【答案】B

【解析】

【分析】根据等腰三角形的性质和全等三角形的判定即可得解.

【详解】解：A、等腰三角形任意两底角相等，故错误，不合题意；

B、等腰三角形底边上中线垂直底边，故正确，符合题意；

C、任意两个等腰三角形不一定全等，故错误，不合题意；

D、等腰三角形三边上的中线不一定相等，若为等边三角形，则满足，故错误，不合题意；

故选：B.

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质，还涉及了全等三角形的判定，属于基础知识.

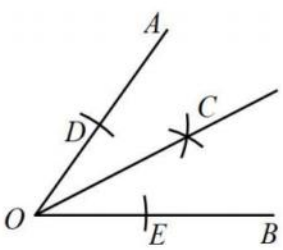
5. 下面是“作$\angle AOB$的平分线”的尺规作图过程：

①在OA、OB上分别截取OD、OE，使$OD=OE$；

②分别以点D、E为圆心，以大于$\frac{1}{2}DE$的同一长度为半径作弧，两弧交于$\angle AOB$内的一点C；

③作射线OC.

OC就是所求作的角的平分线.



该尺规作图可直接利用三角形全等说明，其中三角形全等的依据是（　　）

A. 三边对应相等的两个三角形全等

B. 两边及它们的夹角对应相等的两个三角形全等

C. 两角及它们的夹边对应相等的两个三角形全等

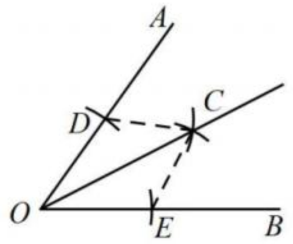
D. 两角及其中一个角的对边对应相等的两个三角形全等

【答案】A

【解析】

【分析】由作图可得 $EO=DO$，$EC=DC$，根据三角形全等的判定方法“SSS”解答.

【详解】解：连接 EC，DC，由作图可得 $EO=DO$，$EC=DC$，$EO=DO$，



在 $\triangle OEC$ 和 $\triangle ODC$ 中

$$\begin{cases} EC=DC \\ CO=CO \\ OD=OE \end{cases}$$

$\therefore \triangle OEC \cong \triangle ODC(\text{SSS})$，

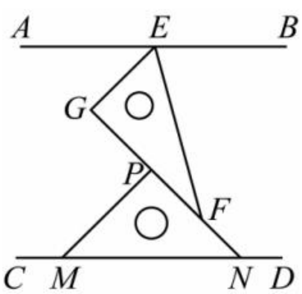
$\therefore \angle AOC=\angle BOC$，

$\therefore OC$ 平分 $\angle AOB$.

故选：A.

【点睛】本题考查了全等三角形的应用，以及基本作图，熟练掌握三角形全等的判定方法并读懂题目信息是解题的关键.

6. 将一副直角三角板作如图所示摆放，$\angle GEF=60°$，$\angle MNP=45°$，$AB\,//\,CD$，则下列结论不正确的是（　　）



A. $GE//MP$　　B. $\angle EFN=150°$　　C. $\angle BEF=60°$　　D. $\angle AEG=\angle PMN$

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了平行线的性质与判定，三角板中角度的计算，由三角板中角度的特点可得$\angle EGF=\angle MPN=90^\circ=\angle MPG$，则$GE/\!/MP$，即可判断A；由平角的定义即可判断B；过点$F$作$FH/\!/AB$，则$FH/\!/AB/\!/CD$，由平行线的性质得到$\angle HFN=\angle MNP=45^\circ$，$\angle BEF+\angle HFE=180^\circ$，进而求出$\angle BEF=75^\circ$，即可判断C；再由平角的定义即可得到$\angle AEG=\angle PMN$，即可判断D.

【详解】解：$\because \angle EGF=\angle MPN=90^\circ=\angle MPG$，

$\therefore GE/\!/MP$，故A结论正确，不符合题意；

$\because \angle EFG=30^\circ$，

$\therefore \angle EFN=180^\circ-\angle EFG=150^\circ$，故B结论正确，不符合题意；

如图所示，过点F作$FH/\!/AB$，

$\because AB/\!/CD$，

$\therefore FH/\!/AB/\!/CD$，

$\therefore \angle HFN=\angle MNP=45^\circ$，$\angle BEF+\angle HFE=180^\circ$，

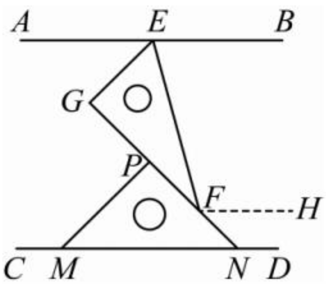
$\therefore \angle EFH=\angle EFN-\angle HFN=105^\circ$，

$\therefore \angle BEF=75^\circ$，故C结论错误，符合题意；

$\therefore AEG=180^\circ-\angle FEG-\angle BEF=45^\circ$，

$\therefore \angle AEG=\angle PMN$，故D结论正确，不符合题意；

故选：C.



二、填空题：(本大题共12题，每题2分，满分24分)

7. 4的算术平方根是________.

【答案】2

【解析】

【分析】本题考查了算术平方根的定义，熟练掌握算术平方根的概念是解题的关键；

根据算术平方根的概念即可求出结果.

【详解】解：$\because 2^2=4$，

$\therefore 4$ 的算术平方根是 2，

故答案为：2．

8. 把 $\sqrt[7]{3^4}$ 化成幂的形式为______．

【答案】$3^{\frac{4}{7}}$

【解析】

【分析】本题主要考查分数指数幂．根据分数指数幂的定义求解可得．

【详解】解：因为 $\sqrt[7]{3^4}=3^{\frac{4}{7}}$，

故答案为：$3^{\frac{4}{7}}$．

9. 方程 $-x^5=243$ 的解是______．

【答案】-3

【解析】

【分析】本题考查了高次方程．由 $3^5=243$，可得结果．

【详解】解：$\because 3^5=243$，$-x^5=243$，

$\therefore x=-3$；

$\therefore$ 方程 $-x^5=243$ 的解是 -3．

故答案为：-3．

10. 数轴上，已知点 A 表示的数是 $a=-\sqrt{2}$，点 B 表示的数是 b，且实数 b 满足 $|b|<|a|$，那么点 B 表示的正整数是______．

【答案】1

【解析】

【分析】本题考查了在数轴上表示实数，绝对值的知识，先求出 a 的绝对值，即可求得答案．

【详解】解：$\because a=-\sqrt{2}$,

$\therefore |a|=\sqrt{2}$,，

$\because |b|<|a|$,

$\therefore |b|<\sqrt{2}$，

$\therefore$ 点 B 表示的正整数是 1，

故答案为：1．

11. 据第一财经报道："2024 年第一季度，上海 GDP 总量 11098.46 亿元，同比增速 5%，拔得全国头筹．"将数字 11098.46 保留三个有效数字后，近似数为_______．

【答案】1.11×10^4

【解析】

【分析】本题主要考查了科学记数法，四舍五入求近似数，把一个数表示成 a 与 10 的 n 次幂相乘的形式（$1\le a<10$，a 不为分数形式，n 为整数)，这种记数法叫做科学记数法，确定 n 的方法是，将原数变为 a 时，小数点移动的位数，当小数点向右移动时，n 的值为移动位数的相反数，当小数点向左移动时，n 的值为小数点移动位数的值，根据科学记数法进行计算即可．

【详解】解：$11098.46=1.109846\times10^4$，

保留三个有效数字后 1.11×10^4，

故答案为：1.11×10^4．

12. 伞兵在高空跳离飞机往下降落，在打开降落伞前，下降的高度 h(米)与下降的时间 t(秒)的关系可以近似地表示为 $h=4.9t^2$ (不计空气阻力)，一个伞兵在打开降落伞前的一段时间内下降了 920 米，这段时间大约有_______秒(精确到 1 秒)．

【答案】14

【解析】

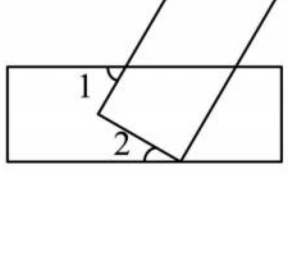
【分析】本题考查实数运算，理解算术平方根的意义是解答关键，将 $h=920$ 代入 $h=4.9t^2$ 进行计算即可．

【详解】解：当 $h=920$ 时，$920=4.9t^2$，

$\because t\ge0$，解得 $t=\sqrt{\dfrac{920}{4.9}}\approx14$ 秒，

故答案为：14．

13. 将两张长方形纸片按如图所示摆放，使其中一张长方形纸片的一个顶点恰好落在另一张长方形纸片的一条边上，则 $\angle1+\angle2=$______．

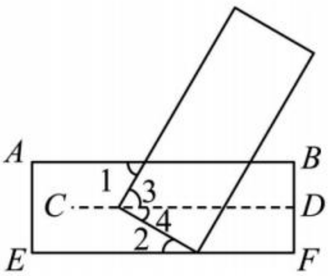


【答案】$90°$##90度

【解析】

【分析】作$CD // AB$，根据平行线的性质得出$\angle 1=\angle 3$，$\angle 2=\angle 4$，又$\angle 3+\angle 4=90°$，即可求解.

【详解】解：如图所示，作$CD // AB$，



$\therefore \angle 1=\angle 3$，

又$AB // EF$，

$\therefore CD // EF$，

$\therefore \angle 2=\angle 4$，

又$\because \angle 3+\angle 4=90°$，

$\therefore \angle 1+\angle 2=90°$.

故答案为：$90°$.

【点睛】本题考查了平行线的性质与判定，掌握平行线的性质与判定是解题的关键.

14. 若点P（3，m﹣2）在x轴上，则点Q（m﹣3，m+1）在第__象限.

【答案】二

【解析】

【分析】根据x轴上的点的纵坐标为0，列出方程m-2=0，求出m的值，再求出点Q的坐标，即可得出答案.

【详解】由题意，得m﹣2＝0，

∴m＝2.

∴m﹣3＝﹣1＜0，m+1＝3＞0，

∴点Q（-1，3）在二象限，

故答案为：二.

【点睛】本题考查了点的坐标，明确各象限内点的坐标的符号特征，记住各象限内点的坐标的符号是解决的关键，四个象限的符号特点分别是：第一象限（+，+）；第二象限（﹣，+）；第三象限（﹣，﹣）；第四象限（+，﹣）.

15. 在$\triangle ABC$中，如果$AB=2$，$BC=5$，AC的长为素数，那么AC的长是______.

【答案】5

【解析】

【分析】本题考查三角形三边的关系和素数的概念，先根据三角形两边之和大于第三边，三角形两边只差小于第三边求出 AC 的取值范围，再根据 AC 的长是素数得到 AC 的值.

【详解】解：∵ $AC < AB + BC$， $AC > BC - AB$，

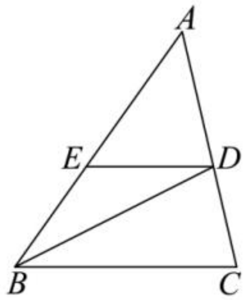
∴ $3 < AC < 7$，

∵ AC 的长是素数，

∴ $AC = 5$，

故答案为：5.

16. 如图， 在 $\triangle ABC$ 中，BD 平分 $\angle ABC$，$DE \parallel BC$，$AD = 4$，$\triangle AED$ 的周长为 11，那么 AB 的长是______.



【答案】7

【解析】

【分析】本题考查平行直线的性质和等腰三角形的性质，先根据角平分线和平行直线的性质证明 $\angle EBD = \angle EDB$，从而到 $EB = ED$，再根据 $\triangle AED$ 的周长进行换算，即可得到答案.

【详解】解：∵ BD 平分 $\angle ABC$，

∴ $\angle EBD = \angle DBC$，

∵ $DE \parallel BC$，

∴ $\angle EDB = \angle DBC$，

∴ $\angle EBD = \angle EDB$，

∴ $EB = ED$，

∵ $\triangle AED$ 的周长等于 11，

∴ $AE + ED + AD = 11$，

∴ $AE + EB + AD = 11$，

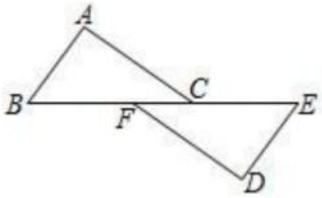
∴ $AB + AD = 11$，

∵ $AD = 4$，

∴ $AB = 7$，

故答案为：7．

17. 如图，在△*ABC* 和△*DEF* 中，点 *B*、*F*、*C*、*E* 在同一直线上，$BF = CE$，$AC \parallel DF$，请添加一个条件，使△*ABC*≌△*DEF*，这个添加的条件可以是________．（只需写一个，不添加辅助线）



【答案】*AC*=*DF*（答案不唯一）

【解析】

【详解】∵$BF = CE$，

∴$BF + FC = CE + FC$，即 $BC=EF$；

∵$AC \parallel DF$，

∴∠*ACB*=∠*DFE*，

△*ABC* 和△*DEF* 中有一角一边对应相等，

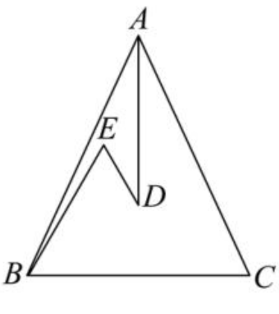
∴根据全等三角形的判定，添加 *AC*=*DF*，可由 SAS 得△*ABC*≌△*DEF*；

添加∠*B*=∠*E*，可由 ASA 得△*ABC*≌△*DEF*；

添加∠*A*=∠*D*，可由 AAS 得△*ABC*≌△*DEF*．

故答案为：*AC*=*DF*．（答案不唯一）

18. 如图，已知 $AB = AC$， AD 平分 $\angle BAC$， $\angle DEB = \angle EBC = 60^\circ$，若 $BE = 7$， $DE = 3$，则 $BC =$________.



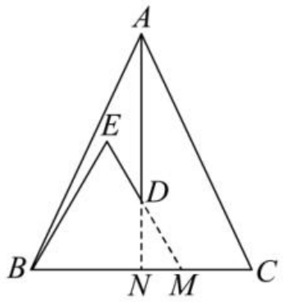
【答案】10

【解析】

【分析】如图，延长 ED 交 BC 于 M，延长 AD 交 BC 于 N，结合题意根据等腰三角形“三线合一”的性质，可得 $AN \perp BC, BN = CN$，易证 $\triangle BEM$ 为等边三角形，结合已知求出 $DM = 4$，在 $\triangle DNM$ 中运用30° 角

所对的直角边等于斜边的一半解三角形可求解．

【详解】解：延长ED交BC于M，延长AD交BC于N，如图，



$\because AB = AC, AD$平分$\angle BAC$，

$\therefore AN \perp BC, BN = CN = \dfrac{1}{2}BC$，

$\because \angle EBC = \angle DEB = 60^\circ$，

$\therefore \triangle BEM$为等边三角形，

$\therefore BM = EM = BE = 7, \angle EMB = 60^\circ$，

$\because DE = 3$，

$\therefore DM = 4$，

$\because AN \perp BC$，

$\therefore \angle DNM = 90^\circ$，

$\therefore \angle NDM = 30^\circ$，

$\therefore NM = \dfrac{1}{2}DM = 2$，

$\therefore BN = BM - MN = 7 - 2 = 5$，

$\therefore BC = 2BN = 10$，

故答案为：10．

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质、等边三角形的判定和性质；解含30°角的直角三角形；解题的关键是灵活运用相关性质进行计算．

三、解答题 (本大题共 8 题，满分 64 分)

19. 不用计算器，计算：$\sqrt{\sqrt{5}\left(\sqrt{5}-\dfrac{2}{\sqrt{5}}\right)}+\left(\sqrt{5}\right)^2-\sqrt[3]{125}$.

【答案】$\sqrt{3}$

【解析】

【分析】本题考查了二次根式的乘法、立方根等知识点，熟练掌握各运算法则是解题关键．先计算二次根式的乘法、立方根，再计算加减法即可得．

【详解】解：原式$=\sqrt{5-2}+5-5$

$=\sqrt{3}$．

20. 不用计算器，计算：$\left(\sqrt{3}+2\right)\times\left(\sqrt{3}-2\right)+\sqrt{\left(\sqrt{3}-2\right)^2}$.

【答案】$1-\sqrt{3}$

【解析】

【分析】本题考查二次根式的混合运算，先去括号，再合并同类项即可．

【详解】解：$\left(\sqrt{3}+2\right)\times\left(\sqrt{3}-2\right)+\sqrt{\left(\sqrt{3}-2\right)^2}$

$=\left(\sqrt{3}\right)^2-2^2+\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}$

$=3-4+2-\sqrt{3}$

$=1-\sqrt{3}$．

21. 计算(结果表示为含幂的形式)：$\left(2^{\frac{1}{2}}+3^{\frac{1}{2}}\right)^{-1}$

【答案】$3^{\frac{1}{2}}-2^{\frac{1}{2}}$

【解析】

【分析】本题主要考查了分数指数幂和负指数幂，先运算负指数幂，再通过平方差公式进行变形，化解即可得到答案．

【详解】解：$\left(2^{\frac{1}{2}}+3^{\frac{1}{2}}\right)^{-1}$

$=\dfrac{1}{2^{\frac{1}{2}}+3^{\frac{1}{2}}}$

$=\dfrac{2^{\frac{1}{2}}-3^{\frac{1}{2}}}{\left(2^{\frac{1}{2}}+3^{\frac{1}{2}}\right)\left(2^{\frac{1}{2}}-3^{\frac{1}{2}}\right)}$

$$=\frac{2^{\frac{1}{2}}-3^{\frac{1}{2}}}{\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^2-\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^2}$$

$$=\frac{2^{\frac{1}{2}}-3^{\frac{1}{2}}}{2-3}$$

$=3^{\frac{1}{2}}-2^{\frac{1}{2}}$.

22. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A=60^\circ$，$\angle B:\angle C=1:2$，求 $\angle B$，$\angle C$ 的度数.

【答案】$\angle B=40^\circ$，$\angle C=80^\circ$

【解析】

【分析】先根据∠B：∠C＝1：2，设∠B＝x°，∠C＝2x°，再根据三角形内角和为180°可得方程 $x+2x+60^\circ=180^\circ$，算出 x 的值即可.

【详解】解：由 $\angle B:\angle C=1:2$，

设 $\angle B=x$，$\angle C=2x$，

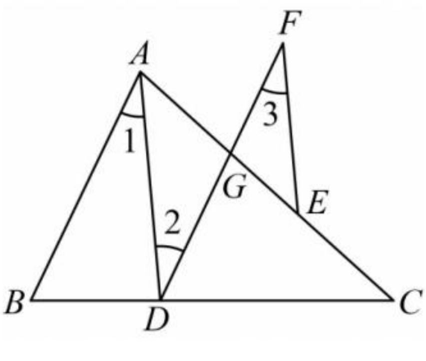
则有：$x+2x+60^\circ=180^\circ$，

解得：$x=40^\circ$，

$\therefore \angle B=40^\circ$，$\angle C=80^\circ$.

【点睛】本题主要考查了三角形内角和定理，关键是掌握三角形内角和为180°.

23. 如图， 已知在 $\triangle ABC$ 中， 点 D、G 分别在边 BC、AC 上， 且 $\angle B=\angle GDC$， 点 F 在线段 DG 的延长线上， 点 E 在边 GC 上， 如果 $\angle 1=\angle 3$， 说明 $AD \parallel EF$ 的理由.



解： 因为 $\angle B=\angle GDC$ (已知)，

所以 $AB \parallel$ _____ (______________).

所以 $\angle 1=$ _____ (______________).

因为 $\angle 1=\angle 3$ (已知)，

所以 $\angle 3=$ ______(等量代换).

所以 $AD \parallel EF$（________________）.

【答案】DF，同位角相等，两直线平行，$\angle 2$，两直线平行，内错角相等，$\angle 2$，内错角相等，两直线平行

【解析】

【分析】本题主要考查了平行线的性质与判定，解题时注意：平行线的判定是由角的数量关系判断两直线的位置关系，平行线的性质是由平行关系来寻找角的数量关系．根据平行线的判定与性质解答即可．

【详解】解：$\because \angle B=\angle GDC$（已知），

$\therefore AB \parallel DF$（同位角相等，两直线平行），

$\therefore \angle 1=\angle 2$（两直线平行，内错角相等），

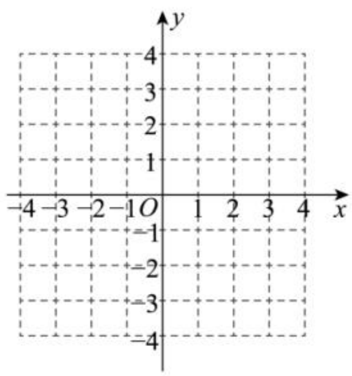
$\because \angle 1=\angle 3$（已知），

$\therefore \angle 3=\angle 2$(等量代换)，

$\therefore AD \parallel EF$（内错角相等，两直线平行），

故答案为：DF，同位角相等，两直线平行，$\angle 2$，两直线平行，内错角相等，$\angle 2$，内错角相等，两直线平行．

24. 如图，在直角坐标平面内，已知点 $A(3,1)$．



（1）已知点 B 与点 A 关于原点对称，那么点 B 的坐标是_____；把点 B 向右平移 4 个单位，得到点 C，那么点 C 的坐标是____；

（2）顺次联结线段 AB、BC 和 AC， 那么 $\triangle ABC$ 的面积等于___；

（3）已知点 D 在 y 轴上，如果 $\triangle BCD$ 的面积与 $\triangle ABC$ 的面积相等，那么点 D 的坐标是_____．

【答案】（1）$(-3,-1)$，$(1,-1)$

（2）4　　（3）$(-3,-1)$，$(1,-1)$

【解析】

【分析】（1）直角坐标系上一点 (x,y) 关于原点对称的点为 $(-x,-y)$，向右平移后，纵坐标不变，横坐标

加上平移的值；

（2）根据三角形的面积公式直接进行计算即可；

（3）$\triangle BCD$ 与 $\triangle ABC$ 有相同的边 BC，根据面积相等，得到边 BC 上的高相等，再根据点 D 在 y 轴上即可得到答案.

【小问 1 详解】

解：$\because A(3,1)$，点 B 与点 A 关于原点对称，

$\therefore$ 点 B 坐标为的 $(-3,-1)$，

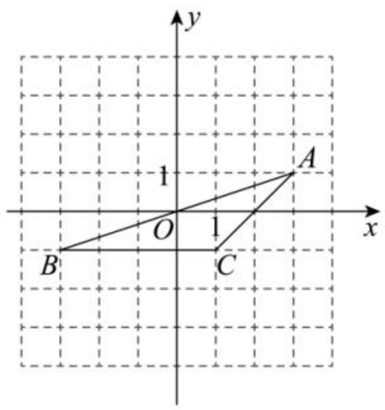
把点 B 向右平移 4 个单位，得到点 C，

$\therefore$ 点 C 坐标为的 $(-3+4,-1)$，即 $(1,-1)$

故答案为：$(-3,-1)$，$(1,-1)$；

【小问 2 详解】

解：$\triangle ABC$ 如下图所示，



$S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}BC\cdot h=\dfrac{1}{2}\times 4\times 2=4$，

故答案为：4；

【小问 3 详解】

解：$\because \triangle BCD$ 与 $\triangle ABC$ 有相同的边 BC，

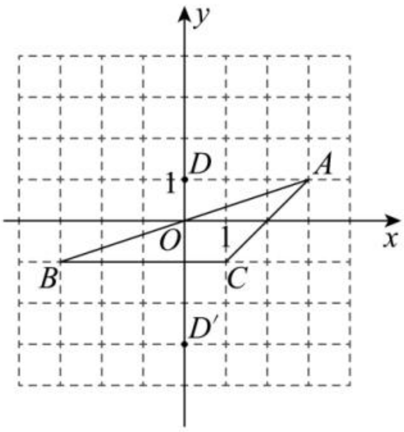
$\therefore$ 当 BC 边上的高相等时，两个三角形的面积相等，

$\because$ 在 $\triangle ABC$ 中，BC 边上的高为 2，

$\therefore$ 点 D 到 BC 的垂线长为 2，

$\because$ 点 D 在 y 轴上，

$\therefore$ 点 D 如下图所示，

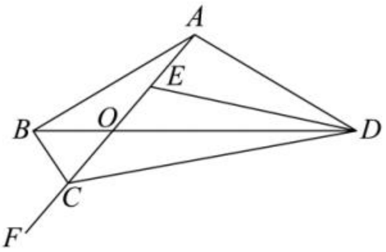


∴点 D 的坐标是 $(0,1)$ 或 $(0,-3)$，

故答案为：$(0,1)$ 或 $(0,-3)$.

【点睛】本题考查了直角坐标系中点的坐标、点的平移和原点对称的性质，以及三角形的面积公式，解题的关键是正确求出点的坐标.

25. 如图， 已知在 $\triangle ABD$ 中， $AB=AD$， 射线 AF 交 BD 于点 O，$\angle BAC<\angle DAC$， 点 E、F 在射线 AF 上， 且 $\angle BCF=\angle DEF=\angle BAD$．试判断 AC 与 ED 的数量关系，并说明理由.



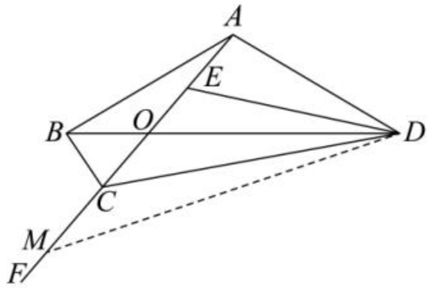
【答案】 $AC=ED$，理由见解析

【解析】

【分析】本题考查全等三角形的判断和性质、等腰三角形的性质，解题的关键是添加正确的辅助线，在射线 AF 作点 M， $EM=ED$，先根据等腰三角形的性质和已知条件证明 $\angle EDA=\angle BAO$ 和 $\angle BCA=\angle AED$，从而证明 $\triangle BCA\cong\triangle AED(\mathrm{AAS})$，即可得到 $AC=ED$.

【详解】解： $AC=ED$，理由如下，

如下图所示，在射线 AF 作点 M， $EM=ED$，



$\because EM = ED$，

$\therefore \angle EMD = \angle EDM$，

$\because AB = AD$，

$\therefore \angle ABD = \angle ADB$，

$\because \angle BCF = \angle BAD$，

$\therefore \angle EDM = \angle ADB = \angle ABD = \angle AMD$，

$\therefore \angle EDA = \angle BDM$，

$\because BOA = \angle MOD$， $\angle ABO = \angle AMD$，

$\therefore \angle BAO = \angle BDM$，

$\therefore \angle EDA = \angle BAO$，

$\because \angle BCF = \angle DEF$，

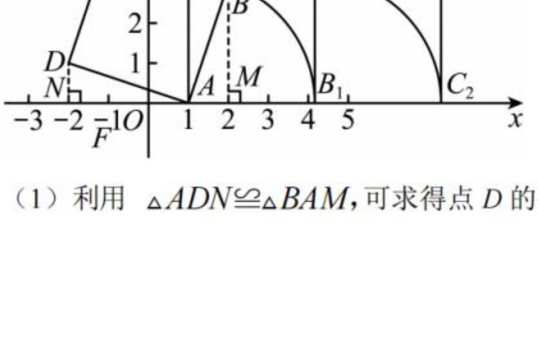
$\therefore \angle BCA = \angle AED$，

$\because \begin{cases} \angle BCA = \angle AED \\ \angle EDA = \angle BAO \\ AD = AB \end{cases}$，

$\therefore \triangle BCA \cong \triangle AED(\text{AAS})$，

$\therefore AC = ED$．

26. 如图，在直角坐标平面内，已知面积为10的正方形$ABCD$的顶点A在x轴上，且点A的坐标为$(1,0)$，点B的坐标为$(2,3)$． 分别过点 B、点D作x轴的垂线BM和DN， 垂足分别为M、N.



（1）利用 $\triangle ADN \cong \triangle BAM$，可求得点$D$的坐标为________，用类似的方法可求出点$C$的坐标为______；

（2）如果正方形 $ABCD$ 绕着顶点顺时针方向在 x 轴上连续翻转．翻转 1 次(即以点 A 为旋转中心，沿着 x 轴的正方向顺时针旋转正方形 $ABCD$)，点 B 落在 x 轴上(记作 B_1 那么点 B_1 的坐标为______．继续沿着 x 轴的正方向翻转正方形 $ABCD$，它在 x 轴上的落点分别是 C_2、D_3、A_4、B_5、$C_6\cdots$ 按此规律翻转下去，当 2024 次翻转后，在 x 轴上落点的坐标为______．

【答案】（1）$(-2,1)$，$(-1,4)$

（2）$A_{2024}\left(1+2024\sqrt{10},0\right)$

【解析】

【分析】本题考查坐标与图形、正方行的性质、全等三角形的判定与性质和图形的翻转，

（1）通过正方形和直角三角形的性质证明两个角和一条边相等即可证明三角形全等；

（2）先求出正方行的边长，再根据翻转的性质得到每次翻转后横坐标的增加量，找出落在 x 轴上的点的变化规律，即可得到答案．

【小问 1 详解】

解：∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴ $AB=AD$，$\angle BAD=90°$，

∵ $\angle DAN+\angle BAM=90°$，$\angle DAN+\angle NDA=90°$，

∴ $\angle BAM=\angle NDA$，

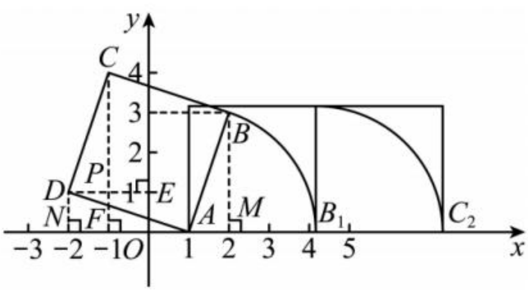
$$\because\begin{cases}\angle BAM=\angle NDA\\ \angle DNA=\angle AMB\\ AB=AD\end{cases},$$

∴ $\triangle ADN\cong\triangle BAM(\mathrm{AAS})$，

∴ $AN=BM=3$，$DN=AM=1$，

∴点 D 的坐标为 $(-2,1)$

如下图所示，过点 C 作 x 轴的垂线，垂足为 F，过点 D 作 y 轴的垂线，垂足为 E，两条垂线交于点 P，



∵ $\angle CDP+\angle EDA=90°$，$\angle NDA+\angle EDA=90°$，

$\therefore \angle CDP = \angle NDA$，

$\because \begin{cases} \angle CDP = \angle NDA \\ \angle CPD = \angle DNA \\ DC = AD \end{cases}$，

$\therefore \triangle ADN \cong \triangle CDP(\text{AAS})$，

$\therefore DP = DN = 1$，$CP = AN = 3$，

∴四边形 $DNFP$ 正方形，

$\therefore DP = NF = PF = 1$

$\therefore PE = DE - DP = 1$，$CF = CP + PF = 4$，

∴点 C 的坐标为 $(-1,4)$，

故答案为：$(-2,1)$，$(-1,4)$

【小问 2 详解】

解：根据旋转的性质得到 $AB = AB_1$，

∵正方形 $ABCD$ 的面积为 10，

$\therefore AB = \sqrt{10}$，

∴点 B_1 的坐标为 $(1+\sqrt{10},0)$，

∵每次翻转后，点的横坐标增加量为正方形的边长，即 $\sqrt{10}$，

∴第二次翻转后 C_2 的坐标为 $(1+\sqrt{10}+\sqrt{10},0)$，即 $(1+2\sqrt{10},0)$

∴第三次翻转后 D_3 的坐标为 $(1+\sqrt{10}+\sqrt{10}+\sqrt{10},0)$，即 $(1+3\sqrt{10},0)$，

∴第四次翻转后 A_4 的坐标为 $(1+4\sqrt{10},0)$，

∴第五次翻转后 B_4 的坐标为 $(1+5\sqrt{10},0)$，

∴落在 x 轴上的点以 A、B、C、D 周期变化，

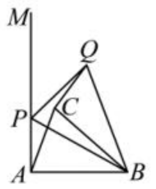
$\because 2024 \div 4 = 506$，

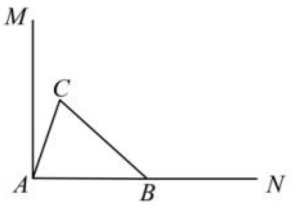
∴第 2024 次翻转后的点坐标为 $A_{2024}(1+2024\sqrt{10},0)$，

故答案为：$(1+\sqrt{10},0)$，$A_{2024}(1+2024\sqrt{10},0)$．

27. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中，$AB = BC$，$\angle ABC = \alpha,(0 < \alpha < 60°)$，射线 $AM \perp AB$，点 P 为射线 AM 上

的动点(点 P 不与点 A 重合)，连接 BP，将线段 BP 绕点 B 顺时针旋转角度α后，得到线段 BQ，连接 PQ、QC.





(备用图)

(1) 试说明 $\triangle PAB \cong \triangle QCB$ 的理由；

(2) 延长 QC 交射线 AM 于点 D，在点 P 的移动过程中，$\angle QDM$ 的大小是否发生变化?若改变请说明理由，若不改变，请求出 $\angle QDM$ 的大小(用含α的代数式表示)；

(3) 当 $BQ \parallel AC$ 时，$AB=m$，$AP=n$，过点 Q 作 QE 垂直射线 AB，垂足为 E，那么 $S_{\triangle AEQ}=$ ___(用 m、n 的代数式表示).

【答案】(1) 理由见解析

(2) 不改变，$\angle QDM=\alpha$

(3) mn

【解析】

【分析】(1) 先证明 $\angle PBA=\angle QBC$，再根据两条边相等，即可证得两个三角形全等；

(2) 先证明 $\triangle DAB \cong \triangle DCB(\text{SAS})$，得到 $DA=DC$，$\angle DBA=\angle DBC$，再计算出 $\angle DBA$ 的值，再证明 $\angle DAC=\angle DBA$，最后根据三角形外角定理即可求得 $\angle QDM$ 的大小；

(3) 证明 QB 是 $\angle ABE$ 的角平分线，根据角平分线定理得到 $BC=BE$，$QE=QC$，再根据 $BC=AB=m$，$QC=PA=n$，即可得到 BE 和 QE，根据三角形面积公式进行计算即可.

【小问 1 详解】

证明：根据旋转的性质得到 $PN=QB$，$\angle PBQ=\alpha$，

$\therefore \angle PBQ=\angle ABC$，

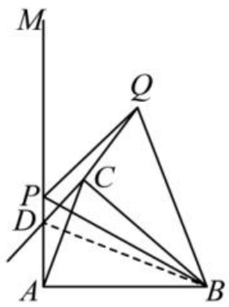
$\therefore \angle PBA=\angle QBC$，

$\because \begin{cases} PB = QB \\ \angle PBA = \angle QBC \\ AB = BC \end{cases}$，

$\therefore \triangle PAB \cong \triangle QCB(\mathrm{SAS})$；

【小问 2 详解】

解：如下图所示，连接 BD，



$\because \triangle PAB \cong \triangle QCB(\mathrm{SAS})$，

$\therefore \angle QCB = \angle PAB = 90^\circ$，

$\therefore \angle DCB = \angle DAB = 90^\circ$，

$\because \begin{cases} BC = AB \\ \angle DCB = \angle DAB \\ DB = DB \end{cases}$，

$\therefore \triangle DAB \cong \triangle DCB(\mathrm{SAS})$，

$\therefore DA = DC$，$\angle DBA = \angle DBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2}\alpha$

$\therefore \angle DAC = \angle DCA$，

$\because$ $\angle DAC + \angle CAB = \angle DBA + \angle CAB = 90^\circ$，

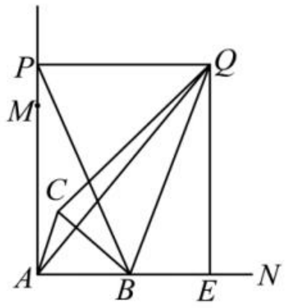
$\therefore \angle DAC = \angle DBA = \frac{1}{2}\alpha$，

$\because \angle QDM = \angle DAC + \angle DCA = \angle DAC = \alpha$，

$\therefore \angle QDM$ 大小不改变，且 $\angle QDM = \alpha$；

【小问 3 详解】

解：如下图所示，



$\because BQ \parallel AC$，

$\therefore \angle ACB = \angle CBQ$，$\angle CAB = \angle QBE$，

$\because \angle ACB = \angle CAB$，

$\therefore \angle QBE = \angle CBQ$，

$\therefore QB$ 是 $\angle ABE$ 的角平分线，

$\because \angle QCB = 90°$，

$\therefore CB \perp QC$，

$\because QE \perp AB$，

$\therefore BC = BE$，$QE = QC$，

$\because BC = AB = m$，$QC = PA = n$，

$\therefore BE = m$，$QE = n$，

$\therefore S_{\triangle AQE} = \dfrac{1}{2}AE \cdot QE = \dfrac{1}{2}\left(AB + BE\right) \cdot QE = mn$，

故答案为：mn．

【点睛】本题考查全等三角形的判断和性质、三角形外角定理、直角三角形的性质和角平分线定理，解题的关键是熟练掌握三角形全等的判定条件．