闵行区2023学年第二学期期末八年级学业质量调研

数学试卷

（考试时间90分钟，满分100分）

考生注意：

1．本试卷含三个大题，共26题．

2．答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效．

3．除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出解答的主要步骤．

4．本次考试允许使用科学计算器．

一、选择题：（本大题共6题，每题2分，满分12分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过第一、二、四象限，则有（　　）

A. $k>0$，$b>0$　　B. $k>0$，$b<0$　　C. $k<0$，$b<0$　　D. $k<0$，$b>0$

2. 下列函数中，函数值 y 随 x 的增大而减小的是（　　）

A. $y=\dfrac{2}{x}$　　B. $y=-2x$　　C. $y=x+2$　　D. $y=2$

3. 用换元法解方程 $\dfrac{2x}{x^2+1}-\dfrac{x^2+1}{x}+1=0$ 时，如果设 $\dfrac{x}{x^2+1}=y$，那么原方程可变形为（　　）

A. $2y^2+y-1=0$　　B. $y^2+2y-1=0$

C. $y^2-2y+1=0$　　D. $2y^2-y+1=0$

4. 下列方程有实数根的是（　　）

A. $x^2-x+1=0$　　B. $x^5+1=0$　　C. $\sqrt{x+1}+2=0$　　D. $\dfrac{x}{x^2-9}+\dfrac{3}{9-x^2}=0$

5. 在四边形 $ABCD$ 中，$AD\,/\!/\,BC$，AC、BD 交于点 O，下列说法错误的是（　　）

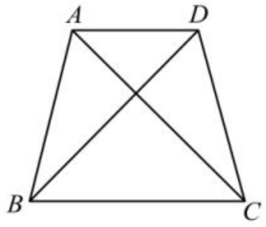
A. 如果 $AB\,/\!/\,CD$，$AO=BO$，那么四边形 $ABCD$ 是矩形；

B. 如果 $AD=AB=BC$，那么四边形 $ABCD$ 是菱形；

C. 如果 $AO=CO$，$AB\perp BC$，那么四边形 $ABCD$ 是矩形；

D. 如果 $AB=CD$，$AC\perp BD$，那么四边形 $ABCD$ 是菱形．

6. 已知，如图，在梯形 $ABCD$ 中，$AD\,/\!/\,BC$，$AB=DC$，$AC\perp BD$，$AD=m$，$BC=n$．有以下两个说法：①梯形 $ABCD$ 的面积 $=\dfrac{1}{4}(m+n)^2$；②梯形 $ABCD$ 的周长 $=m+n+\sqrt{2(m^2+n^2)}$；对这两种说法的判断正确的是（　　）



A. ①正确，②错误　　B. ①错误，②正确　　C. ①、②均正确　　D. ①、②均错误

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分）

7. 一次函数 y=2x-1 的截距为__________

8. 已知一次函数的图像经过点 $\left(-1,3\right)$，且平行于直线 $y=\ x+3$，那么这个函数的解析式是______.

9. 正六边形的内角和为___度.

10. 矩形的两条对角线的夹角为 $60°$，较短的边长为 6cm，则对角线长为______ cm.

11. 已知菱形的边长和一条对角线的长都为 4cm，那么此菱形的面积为______cm^2.

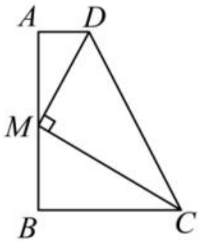
12. 顺次连接一个矩形各边中点得到的四边形是______.

13. 某人掷一枚材质均匀的骰子，掷得朝上的数字是偶数的概率是______.

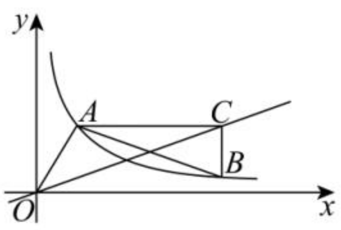
14. 我国古代中有这样一个问题："今有户高多于广六尺八寸，两隅相去适一丈．问户高、广各几何？"大意是说：已知矩形门的高比宽多 6.8 尺，门的对角线长 10 尺，那么门的高和宽各是多少？如果设矩形门的宽为 x 尺，高为 y 尺，那么可列方程组是______.

15. 已知在直角坐标系中有点 $A\left(5,4\right)$、$B\left(-2,0\right)$ 和 $C\left(-5,-4\right)$，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，那么点 D 的坐标是______

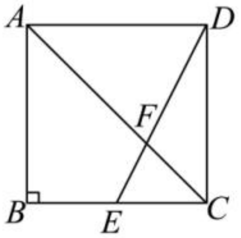
16. 已知：如图，在梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，，$DM\perp CM$，$AD=2$，$BC=4$，CD 长为______.



17. 已知：如图，点 A、B 分别是双曲线 $y=\dfrac{2}{x}$ 在第一象限内分支上的两点，$AB=2OA$．过点 A 作 x 轴的平行线，过点 B 作 y 轴的平行线，两线交于点 C，连接 OC．如果 $\angle AOx=63°$，那么 $\angle COx$ 等于 ______ 度.



18. 已知：如图．正方形 $ABCD$ 的边长为 3cm，点 E 是边 BC 上一点，DE 与对角线 AC 交于点 F，如果 $EB=EF$，那么线段 EC 长为______cm．



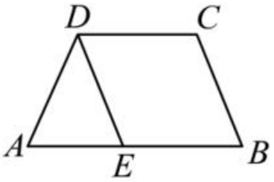
三、解答题（本大题共 8 题，满分 64 分）

19. 解方程：$\dfrac{x}{x-2}-\dfrac{1}{x+2}=\dfrac{8}{x^2-4}$．

20. 解方程：$\sqrt{x+1}+x=5$．

21. 解方程组：$\begin{cases}x+y=3\\x^2-4xy+4y^2=9\end{cases}$

22. 如图，已知梯形 $ABCD$ 中，$AB\,//\,DC$，点 E 在 AB 上，$ED\,//\,BC$．

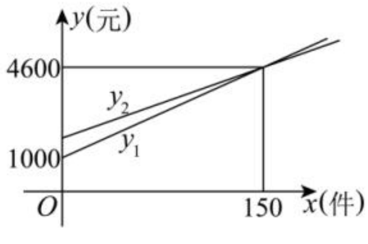


（1）填空：$\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CB}=$______，

（2）填空：$\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{EA}=$______；

（3）在图中直接作出 $\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{ED}-\overrightarrow{AB}$．（不写作法，写结论）

23. 某物流公司送货员每月的工资由底薪和送货工资两部分组成，送货工资与送货件数成正比例．现有甲、乙两名送货员，当送货件数量为 x 时，甲的工资是 y_1（元），乙的工资是 y_2（元）．如下图所示，已知甲的每月底薪是 1000 元，乙每送一件货物 22 元．

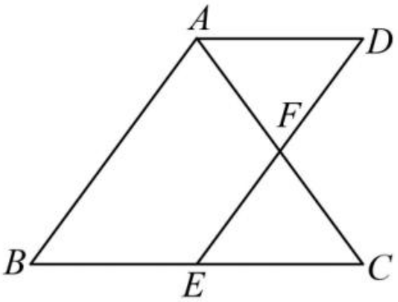


（1）根据图中信息，分别求出 y_1 和 y_2 关于 x 的函数解析式：（不必写定义域）

（2）如果甲、乙两人平均每天送货量分别是 10 件和 12 件，求两人的月工资分别是多少元？（一个月按 30

天算）

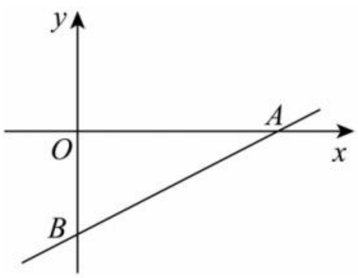
24. 已知：如图，在$\triangle ABC$中，点E、F分别是边BC、AC的中点，过点A作BC的平行线，交射线EF于点D.



（1）求证：四边形$ABED$是平行四边形；

（2）如果$AB=AC$，连接AE、CD，求证：四边形$AECD$为矩形.

25. 已知：如图，直线$y=\frac{1}{2}x-2$与x轴交于点A，与y轴交于点B，在直线$x=2$上有一点P（点P在第一象限内），$\triangle PAB$的面积与$\triangle OAB$的面积相等.



（1）求点A和B的坐标；

（2）求点P的坐标；

（3）直线$x=2$与x轴交于点C，点Q在线段AB上，且$\angle CQB=\angle OBA$，求Q点坐标.

26. 在菱形$ABCD$中，$\angle B=\alpha\left(\alpha\geq 90^\circ\right)$，点$E$在边$BC$上（不与$B$、$C$重合），将线段$AE$绕着点$E$顺时针旋转$\alpha$后，点A落在点$F$处，连接$AF$，交边$CD$于点$P$.

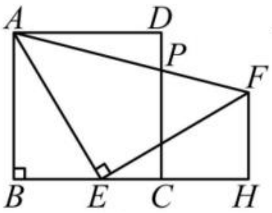


图1

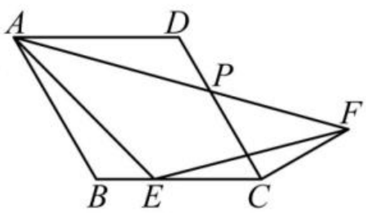


图2

（1）如图1，如果$\alpha=90^\circ$，延长EC至点H，使得$EH=AB$，连接FH．求证：$CH=FH$；

（2）连接CF，

①如图2，设$\angle DCF=\beta$，求β与α之间的函数关系式；（不写定义域）

②如果$a=120^{\circ}$，$DC=4PD$．求证：$BE=EC$．

闵行区 2023 学年第二学期期末八年级学业质量调研

数学试卷（答案解析）

（考试时间 90 分钟，满分 100 分）

考生注意：

1．本试卷含三个大题，共 26 题．

2．答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效．

3．除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出解答的主要步骤．

4．本次考试允许使用科学计算器．

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 2 分，满分 12 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过第一、二、四象限，则有（　　）

A. $k>0$，$b>0$　　B. $k>0$，$b<0$　　C. $k<0$，$b<0$　　D. $k<0$，$b>0$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查一次函数图象在坐标平面内的位置与 k、b 的关系，解题关键是熟悉直线 $y=kx+b$ 所在的位置与 k、b 的符号的关系．根据图象在坐标平面内的位置关系确定 k，b 的取值范围，从而求解．

【详解】解：∵一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过第一、二、四象限，

则 $k<0$，$b>0$

故选：D

2. 下列函数中，函数值 y 随 x 的增大而减小的是（　　）

A. $y=\dfrac{2}{x}$　　B. $y=-2x$　　C. $y=x+2$　　D. $y=2$

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要是考查了学生对一次函数以及反比例函数的图像与性质的理解和掌握情况，解答此题关键是利用比例系数 k 的正负来判断图像的上升与下降即可．根据一次函数以及反比例函数的图像与性质求解即可．

【详解】解：A．$k=2<0$,在每个象限内，y 随 x 的增大而减小；

B．$k=-2<0$,y 随 x 的增大而减小；

C．$k=1>0$,y 随 x 的增大而增大；

D．$y=2$ 是平行于 x 轴的一条直线，y 值不变．

故选：B．

3. 用换元法解方程 $\frac{2x}{x^2+1}-\frac{x^2+1}{x}+1=0$ 时，如果设 $\frac{x}{x^2+1}=y$，那么原方程可变形为（　　）

A. $2y^2+y-1=0$　　　　B. $y^2+2y-1=0$

C. $y^2-2y+1=0$　　　　D. $2y^2-y+1=0$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查用换元法整理分式方程的能力，掌握用换元法解分式方程是关键．

用换元法解分式方程，可简化计算过程，减少计算量，是一种常用的方法．设 $\frac{x}{x^2+1}=y$，计算即可．

【详解】解：∵ $\frac{2x}{x^2+1}-\frac{x^2+1}{x}+1=0$

设 $\frac{x}{x^2+1}=y$

则 $2y-\frac{1}{y}+1=0$

去分母，得 $2y^2+y-1=0$

故选：A．

4. 下列方程有实数根的是（　　）

A. $x^2-x+1=0$　　B. $x^5+1=0$　　C. $\sqrt{x+1}+2=0$　　D. $\frac{x}{x^2-9}+\frac{3}{9-x^2}=0$

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了一元二方程的根的判别式、二次根式的性质、乘方运算、解分式方程等知识，熟练掌握相关知识是解题关键．根据一元二方程的根的判别式判断选项 A；根据乘方运算法则求解方程 $x^5+1=0$，即可判断选项 B；根据二次根式的性质判断选项 C；解分式方程并检验，即可判断选项 D．

【详解】解：A. $x^2-x+1=0$，因为 $\Delta=(-1)^2-4\times1\times1=-3<0$，所以该方程无实数根，不符合题意；

B. $x^5+1=0$　　，则有 $x^5=-1$，解得 $x=-1$，该方程有实数根，符合题意；

C. $\sqrt{x+1}+2=0$　　，整理可得 $\sqrt{x+1}=-2$，因为 $\sqrt{x+1}\geq0$，故该方程无实数根，不符合题意；

D. $\frac{x}{x^2-9}+\frac{3}{9-x^2}=0$，解分式方程，可得$x=-3$，此时可有$x^2-9=0$，所以$x=-3$是该分式方程的增根，故该方程无实数根，不符合题意.

故选：B.

5. 在四边形$ABCD$中，$AD \parallel BC$，AC、BD交于点O，下列说法错误的是（　　）

A. 如果$AB \parallel CD$，$AO=BO$，那么四边形$ABCD$是矩形；

B. 如果$AD=AB=BC$，那么四边形$ABCD$是菱形；

C. 如果$AO=CO$，$AB \perp BC$，那么四边形$ABCD$是矩形；

D. 如果$AB=CD$，$AC \perp BD$，那么四边形$ABCD$是菱形.

【答案】D

【解析】

【分析】此题主要考查了矩形的判定和菱形的判定，关键是熟练掌握矩形和菱形的判定定理.

根据矩形和菱形的判定定理进行判断即可.

【详解】解：A、$AD \parallel BC$，$AB \parallel CD$，$AO=BO$，那么四边形$ABCD$是矩形，正确，此选项不符合题意；

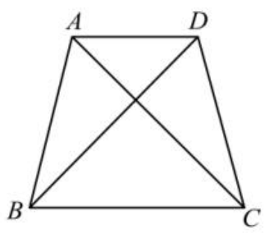
B、$AD \parallel BC$，$AD=AB=BC$，那么四边形$ABCD$是菱形，正确，此选项不符合题意；

C、$AD \parallel BC$，$AO=CO$，$AB \perp BC$，那么四边形$ABCD$是矩形，正确，此选项不符合题意；

D、$AD \parallel BC$，$AB=CD$，$AC \perp BD$，无法判断四边形$ABCD$是菱形也可以是等腰梯形，错误，此选项符合题意.

故选：D.

6. 已知，如图，在梯形$ABCD$中，$AD \parallel BC$，$AB=DC$，$AC \perp BD$，$AD=m$，$BC=n$. 有以下两个说法：①梯形$ABCD$的面积$=\frac{1}{4}(m+n)^2$；②梯形$ABCD$的周长$=m+n+\sqrt{2(m^2+n^2)}$；对这两种说法的判断正确的是（　　）



A. ①正确，②错误　　B. ①错误，②正确　　C. ①、②均正确　　D. ①、②均错误

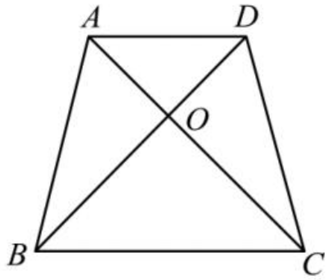
【答案】C

【解析】

【分析】此题考查了梯形的性质，勾股定理等知识，解题的关键掌握以上知识点.

设 AC，BD 交于点 O，根据题意得到 $AC=BD$，$OA=OD$，$OB=OC$，然后利用勾股定理求出 $OD=OA=\frac{\sqrt{2}}{2}m$，$AC=BD=\frac{\sqrt{2}}{2}m+\frac{\sqrt{2}}{2}n$，$AB=CD=\frac{\sqrt{2\left(m^2+n^2\right)}}{2}$，进而利用梯形的面积和周长公式求解即可.

【详解】如图所示，设 AC，BD 交于点 O，



$\because$ 在梯形 $ABCD$ 中，$AD \parallel BC$，$AB=DC$，

$\therefore AC=BD$，$OA=OD$，$OB=OC$

$\because AC\perp BD$，$AD=m$，$BC=n$

$\therefore OA^2+OD^2=AD^2$，即 $OA^2+OA^2=m^2$

$\therefore OD=OA=\frac{\sqrt{2}}{2}m$

同理可得，$OB=OC=\frac{\sqrt{2}}{2}n$

$\therefore AC=BD=\frac{\sqrt{2}}{2}m+\frac{\sqrt{2}}{2}n$

$\because AC\perp BD$

$\therefore$ 梯形 $ABCD$ 的面积 $=\frac{1}{2}AC\cdot BD=\frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}m+\frac{\sqrt{2}}{2}n\right)^2=\frac{1}{4}\left(m+n\right)^2$；

$\because OD=\frac{\sqrt{2}}{2}m$，$OC=\frac{\sqrt{2}}{2}n$，$AC\perp BD$

$\therefore CD=\sqrt{OD^2+OC^2}=\frac{\sqrt{2\left(m^2+n^2\right)}}{2}$

$\therefore AB=CD=\frac{\sqrt{2\left(m^2+n^2\right)}}{2}$

$\therefore$ 梯形 $ABCD$ 的周长

$=AD+BC+AB+CD=m+n+\frac{\sqrt{2\left(m^2+n^2\right)}}{2}+\frac{\sqrt{2\left(m^2+n^2\right)}}{2}=m+n+\sqrt{2\left(m^2+n^2\right)}$.

故选：C．

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分）

7. 一次函数 y=2x-1 的截距为__________

【答案】－1，$\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】求出 x＝0 时 y 的值；y＝0 时 x 的值，即可得出答案．

【详解】解：∵当 x＝0 时，y＝2x－1＝－1，

∴一次函数 y＝2x－1 的图像在 y 轴上的截距是－1，

∵当 y＝0 时，即 0＝2x－1，解得：x＝$\frac{1}{2}$，

∴一次函数 y＝2x－1 的图像在 x 轴上的截距是$\frac{1}{2}$，

故答案为：－1，$\frac{1}{2}$．

【点睛】本题考查了一次函数的性质，关键是明白截距的概念以及求法．

8. 已知一次函数的图像经过点$\left(-1,3\right)$，且平行于直线$y=x+3$，那么这个函数的解析式是______．

【答案】$y=x+4$ ## $y=4+x$

【解析】

【分析】本题考查一次函数图像平行，待定系数法求一次函数解析式，解题关键是熟练掌握一次函数图像平行时，k值相等，

根据一次函数图像与直线$y=x+3$平行，可设所求的函数解析式为$y=x+b$，将点$(-1,3)$代入表达式，求出b值，就求出了函数解析式．

【详解】解：$\because$一次函数的图像平行于直线$y=x+3$，

$\therefore$该函数k值为 1，

设该直线解析式为$y=x+b$，该函数图像经过点$(-1,3)$，

$\therefore 3=-1+b$，解得：$b=4$，

$\therefore$一次函数解析式为：$y=x+4$．

故答案为：$y=x+4$．

9. 正六边形的内角和为___度.

【答案】720

【解析】

【详解】解：因为多边形的内角和公式：180°（n－2），

所以正六边形的内角和：180°×（6－2）=180°×4=720°.

故答案为：720

10. 矩形的两条对角线的夹角为60°，较短的边长为6cm，则对角线长为______ cm.

【答案】12

【解析】

【分析】如图：先证$\triangle ABO$为等边三角形，即可求得对角线的一半，然后可求对角线长度.

【详解】解：如图：设对角线的交点为O，

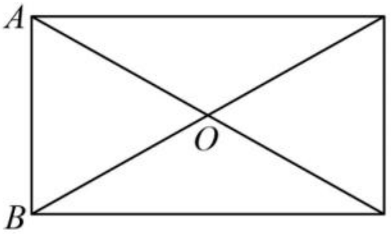
∵矩形的对角线互相平分，矩形的两条对角线夹角为60°，

∴$\triangle ABO$为等边三角形，

∴对角线的一半为6cm，

∴对角线长度为12cm.

故答案为：12.



【点睛】本题主要考查了矩形的性质以及等边三角形的判定，根据题意判定$\triangle ABO$为等边三角形是解答本题的关键.

11. 已知菱形的边长和一条对角线的长都为4cm，那么此菱形的面积为______cm^2.

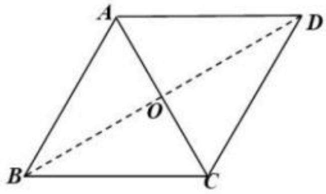
【答案】$8\sqrt{3}$

【解析】

【分析】本题考查菱形的性质，勾股定理，熟练掌握菱形的性质是解题的关键.

先由菱形的性质得$BD\perp AC$，$AC=2OA$，$BD=2OB$，再根据$AB=AC=4\text{cm}$，求得$OA=2\text{cm}$，然后由勾股定理，求得$OB=2\sqrt{3}\text{cm}$，从而求得$BD=2OB=4\sqrt{3}\text{cm}$，最后由菱形的面积公式求解.

【详解】解：如图，连接BD交AC于O，



∵菱形 $ABCD$，

∴ $BD \perp AC$， $AC=2OA$， $BD=2OB$，

∵ $AB=AC=4\text{cm}$

∴ $OA=2\text{cm}$，

由勾股定理，得 $OB=\sqrt{AB^2-OA^2}=2\sqrt{3}\text{cm}$

∴ $BD=2OB=4\sqrt{3}\text{cm}$，

∴ $S_{菱形ABCD}=\frac{1}{2}AC\cdot BD=\frac{1}{2}\times4\times4\sqrt{3}=8\sqrt{3}\left(\text{cm}^2\right)$

故答案为：$8\sqrt{3}$.

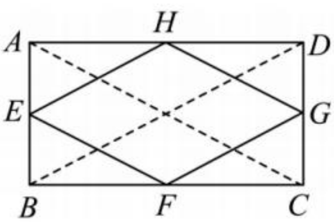
12. 顺次连接一个矩形各边中点得到的四边形是______.

【答案】菱形

【解析】

【分析】本题考查了矩形的性质，菱形的判定，三角形中位线的性质，熟练掌握中位线的性质是解题的关键．连接 AC、BD，根据矩形的性质，以及三角形中位线的性质，可得 $EF=GH=FG=EH$，进而即可求解.

【详解】解：如图，连接 AC、BD，



∵ E、F、G、H 分别是矩形 $ABCD$ 的 AB、BC、CD、AD 边上的中点，

$\therefore EF=GH=\frac{1}{2}AC$， $FG=EH=\frac{1}{2}BD$，

∵矩形 $ABCD$ 的对角线 $AC=BD$，

$\therefore EF=GH=FG=EH$，

∴四边形 $EFGH$ 是菱形.

故答案为：菱形.

13. 某人掷一枚材质均匀的骰子，掷得朝上的数字是偶数的概率是______.

【答案】$\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】本题主要考查概率的求法，用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比．根据概率的求法，找准两点：①全部情况的总数；②符合条件的情况数目；二者的比值就是其发生的概率．

【详解】掷一枚质地均匀的骰子，掷得朝上的数字是1、2、3、4、5、6中的任意一个数，

共有六种可能，其中2、4、6是偶数，

所以概率为$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$，

故答案为：$\frac{1}{2}$．

14. 我国古代中有这样一个问题："今有户高多于广六尺八寸，两隅相去适一丈．问户高、广各几何？"大意是说：已知矩形门的高比宽多6.8尺，门的对角线长10尺，那么门的高和宽各是多少？如果设矩形门的宽为x尺，高为y尺，那么可列方程组是______．

【答案】$\begin{cases}x+6.8=y\\x^2+y^2=10^2\end{cases}$

【解析】

【分析】本题考查了勾股定理的应用，根据勾股定理列方程是关键．

设长方形门的宽x尺，则高是y尺，根据勾股定理即可列方程求解．

【详解】解：设长方形门的宽x尺，高是y尺，根据题意得：

$\begin{cases}x+6.8=y\\x^2+y^2=10^2\end{cases}$，

故答案为：$\begin{cases}x+6.8=y\\x^2+y^2=10^2\end{cases}$．

15. 已知在直角坐标系中有点$A(5,4)$、$B(-2,0)$和$C(-5,-4)$，四边形$ABCD$是平行四边形，那么点D的坐标是______

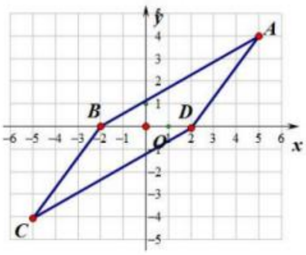
【答案】$(2,0)$

【解析】

【分析】本题考查了坐标与图形性质，平行四边形的判定与性质，画出平行四边形$ABCD$是解题的关键．

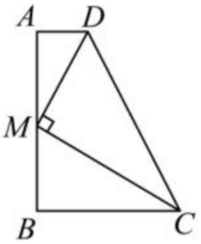
先利用平行四边形的性质画出图形，然后写出D点坐标即可．

【详解】解：如图，四边形$ABCD$为平行四边形，那么点D的坐标为$(2,0)$．



故答案为：$(2,0)$.

16. 已知：如图，在梯形 $ABCD$ 中，$AD \parallel BC$，，$DM \perp CM$，$AD=2$，$BC=4$，CD 长为______.

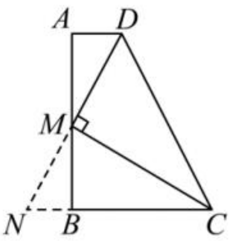


【答案】6

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定与性质，线段垂直平分线的性质，熟练掌握这些性质是解题的关键. 延长 DM 交 CB 延长线于点 N，证明 $\triangle ADM \cong \triangle BNM$，得 $DM=NM$，$AD=NB=2$，又由 $DM \perp CM$，得 CM 垂直平分 DN，得 $CD=CN$，即可求解.

【详解】解：延长 DM 交 CB 延长线于点 N，



$\because AD \parallel BC$，

$\therefore \angle A=\angle NBM$，$\angle ADM=\angle BNM$，

又 $\because$ 点 M 是 AB 的中点，即 $AM=BM$，

$\therefore \triangle ADM \cong \triangle BNM$，

$\therefore DM=NM$，$AD=NB=2$，

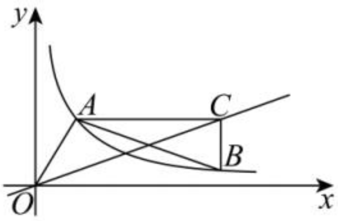
$\because DM \perp CM$，$DM=NM$，即 CM 垂直平分 BN，

$\therefore CD=CN=NB+BC=2+4=6$，

故答案为：6.

17. 已知：如图，点 A、B 分别是双曲线 $y=\dfrac{2}{x}$ 在第一象限内分支上的两点，$AB=2OA$. 过点 A 作 x 轴的

平行线，过点 B 作 y 轴的平行线，两线交于点 C，连接 OC．如果 $\angle AOx = 63°$，那么 $\angle COx$ 等于 ______ 度.

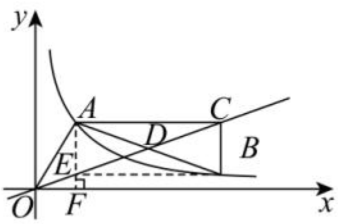


【答案】21

【解析】

【分析】作 $AF \perp x$ 轴，交 x 轴于 F，交 OC 于 E，连接 BE，AB 与 EC 的交点为 D，根据题意设 $A(a, \dfrac{2}{a})$，$B(b, \dfrac{2}{b})$，得到 $C(b, \dfrac{2}{a})$，用待定系数法求得直线 OC 的解析式，代入 E 点横坐标 a，得到其纵坐标为 $\dfrac{2}{b}$，推出 BE // x 轴，结合题意可推出四边形 $AEBC$ 是矩形，然后根据等腰三角形性质和三角形外角定义，结合 $AB = 2OA$，推出 $\angle AOC = 2\angle OCA$，最后根据 AC // x 轴，得到 $\angle COx = \angle OCA$，从而推出 $\angle AOx = 3\angle COx$，即可得到答案.

【详解】作 $AF \perp x$ 轴，交 x 轴于 F，交 OC 于 E，连接 BE，AB 与 EC 的交点为 D，如图所示



$\because$ 点 A 、B 在双曲线 $y = \dfrac{2}{x}$ 上，

$\therefore$ 设 A 点坐标为 $(a, \dfrac{2}{a})$，B 点坐标为 $(b, \dfrac{2}{b})$

$\because$ AC // x 轴，BC // y 轴

$\therefore$ C 点坐标为 $(b, \dfrac{2}{a})$

设直线 OC 的解析式为：$y = kx$

$\therefore \dfrac{2}{a} = bk$，即 $k = \dfrac{2}{ab}$

$\therefore$ 直线 OC 的解析式为：$y = \dfrac{2}{ab}x$

$\because$ $AF \perp x$，交 OC 于 E

$\therefore$ 点 E 的横坐标为 a，且点 E 在 OC 上

$\therefore y=\frac{2}{ab}\cdot a=\frac{2}{b}$，即点 E 的坐标为 $(a,\frac{2}{b})$

$\because B(b,\frac{2}{b})$，$E(a,\frac{2}{b})$

$\therefore BE//x$ 轴

$\because AC // x$ 轴，$BC// y$ 轴，$AE // y$ 轴

$\therefore BE \parallel AC$，$BC//AE$，

$\therefore$ 四边形 $AEBC$ 是平行四边形

又 $\because AF\perp x$ 轴

$\therefore AE\perp BE$

$\therefore$ 平行四边形 $AEBC$ 是矩形

$\therefore AD=DC=\frac{1}{2}AB$

$\therefore \angle DAC=\angle OCA$，

$\therefore \angle ADO=\angle DAC+\angle OCA=2\angle OCA$

又 $\because AB=2OA$，

$\therefore AO=AD$

$\therefore \angle AOC=\angle ADO$

$\therefore \angle AOC=2\angle OCA$

$\because AC//x$ 轴

$\therefore \angle COx=\angle OCA$，

$\therefore \angle AOC=2\angle COx$

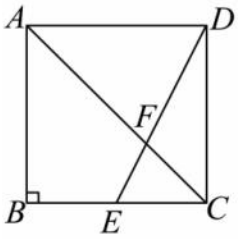
$\therefore \angle AOx=\angle AOC+\angle COx=2\angle COx+\angle COx=3\angle COx=63^\circ$

$\therefore \angle COx=\frac{1}{3}\times 63^\circ=21^\circ$

故答案为：21．

【点睛】本题考查了反比例函数图像上点的坐标特征，待定系数法求一次函数表达式，矩形的判定与性质，等腰三角形的判定与性质，三角形外角的定义，平行线的性质，熟练掌握以上知识点并作出相应的辅助线是解题的关键．

18. 已知：如图．正方形 $ABCD$ 的边长为 3cm，点 E 是边 BC 上一点，DE 与对角线 AC 交于点 F，如果 $EB=EF$，那么线段 EC 长为______cm．



【答案】$\sqrt{3}$

【解析】

【分析】本题考查正方形的性质，相似三角形的判定与性质，勾股定理．熟练掌握相关性质与判定是解题的关键．

先证明$\triangle ADF\backsim\triangle CEF$，得到$\frac{AD}{CE}=\frac{DF}{EF}$，设$CE=x\text{cm}$，则$EF=BE=\left(3-x\right)\text{cm}$，从而求得

$DF=\frac{9-3x}{x}$，$DE=\frac{9-x^2}{x}$，再用勾股定理求出x值，即可求解．

【详解】解：∵正方形$ABCD$，

∴$AD=BC=CD=3\text{cm}$，$\angle BCD=90°$，$AD\parallel BC$，

∴$\triangle ADF\backsim\triangle CEF$，

∴$\frac{AD}{CE}=\frac{DF}{EF}$，

设$CE=x\text{cm}$，则$EF=BE=\left(3-x\right)\text{cm}$，

∴$\frac{3}{x}=\frac{DF}{3-x}$，

解得：$DF=\frac{9-3x}{x}$，

∴$DE=EF+DF=3-x+\frac{9-3x}{x}=\frac{9-x^2}{x}$，

在$\text{Rt}\triangle CDE$中，由勾股定理，得$CE^2+CD^2=DE^2$，

∴$x^2+3^2=\left(\frac{9-x^2}{x}\right)^2$，

解得：$x=\sqrt{3}$或$x=-\sqrt{3}$，

经检验，$x=\sqrt{3}$是原方程的解也符合题意，$x=-\sqrt{3}$是原方程的解，但不符合题意，舍去，

∴$CE=\sqrt{3}\text{cm}$．

故答案为：$\sqrt{3}$.

三、解答题（本大题共 8 题，满分 64 分）

19. 解方程：$\frac{x}{x-2}-\frac{1}{x+2}=\frac{8}{x^2-4}$.

【答案】$x=-3$

【解析】

【分析】本题考查解分式方程和解一元二次方程，熟练掌握解分式方程和解一元二次方程的方法是解题的关键．根据解分式方程的步骤化简，再解一元二次方程，注意要验根．

【详解】解：$\frac{x}{x-2}-\frac{1}{x+2}=\frac{8}{x^2-4}$，

去分母，得：$x(x+2)-(x-2)=8$，

去括号，得：$x^2+2x-x+2=8$，

移项，得：$x^2+x-6=0$，

因式分解，得$(x-2)(x+3)=0$，

解得：$x_1=2$，$x_2=-3$，

$\because x-2\neq 0$，且$x+2\neq 0$，

$\therefore x\neq 2$或-2，

$\therefore x=-3$.

20. 解方程：$\sqrt{x+1}+x=5$.

【答案】$x=3$

【解析】

【分析】本题考查解无理方程，熟练掌握解无理方程的方法是解题的关键．

先变形为$\sqrt{x+1}=5-x$，再两边平方化成整式方程求解，然后检验把增根舍去，即可求解．

【详解】解：$\sqrt{x+1}+x=5$

$\sqrt{x+1}=5-x$

$x+1=25-10x+x^2$

$x^2-11x+24=0$

$(x-3)(x-8)=0$

$x-3=0$或$x-8=0$

$x_1=3$，$x_2=8$，

经检验，$x_1=3$是原方程的根，$x_2=8$是增根，舍去，

∴原方程的解为：$x=3$.

21. 解方程组：$\begin{cases}x+y=3\\x^2-4xy+4y^2=9\end{cases}$

【答案】$\begin{cases}x=3\\y=0\end{cases}$或$\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$

【解析】

【分析】本题考查解二元二次方程组，解题关键是将二次方程组转化 成一次方程组求解是解题的关键.

将第二个方程化简为$(x-2y)^2=9$，得到$x-2y=3$③ 或$x-2y=-3$④，再由由①③组成方程组和由①④组成方程组，求解即可.

【详解】解：$\begin{cases}x+y=3①\\x^2-4xy+4y^2=9②\end{cases}$

由②得：$(x-2y)^2=9$

∴ $x-2y=3$③ 或$x-2y=-3$④

由①③组成方程组为：$\begin{cases}x+y=3\\x-2y=3\end{cases}$，

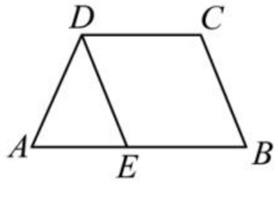
解得：$\begin{cases}x=3\\y=0\end{cases}$；

由①④组成方程组为：$\begin{cases}x+y=3\\x-2y=-3\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$，

∴原方程组解为：$\begin{cases}x=3\\y=0\end{cases}$或$\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$.

22. 如图，已知梯形$ABCD$中，$AB // DC$，点E在AB上，$ED // BC$.



（1）填空：$\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CB}=$______，

（2）填空：$\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{EA}=$______；

（3）在图中直接作出 $\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{ED}-\overrightarrow{AB}$．（不写作法，写结论）

【答案】（1）$\vec{0}$

（2）$\overrightarrow{AD}$

（3）见解析

【解析】

【分析】本题考查向量计算，熟练掌握平行四边形法则是解题的关键．

（1）连接 BD，先证明四边形 $BCDE$ 是平行四边形，根据平行四边形法则计算即可；

（2）根据平行四边形法则计算即可；

（3）连接 BD，则 $\overrightarrow{BD}$ 即为所求．

【小问 1 详解】

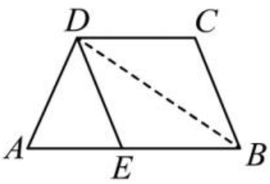
解：∵梯形 $ABCD$

∴ $AB \parallel CD$

∵ $ED \parallel BC$

∴四边形 $BCDE$ 是平行四边形，

连接 BD，

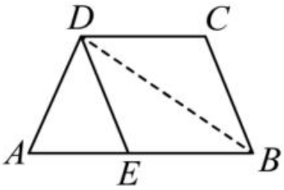


∴ $\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{BD}$，$\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{DB}$

∴ $\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DB}=\vec{0}$

【小问 2 详解】

解：如图，



∵ $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BD}$

∴ $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{BC}$

∵四边形 $BCDE$ 是平行四边形，

∴ $\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{BC}$

∵ $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{ED}$

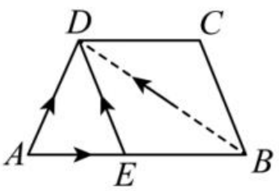
∴ $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$

∴ $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{EA}$

∴ $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{EA}$

【小问 3 详解】

解：如图，$\overrightarrow{BD}$即为所求，



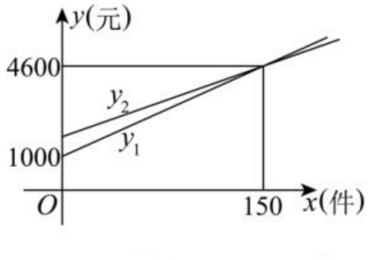
∵ $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}$

∴ $\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BD}$

∵ $\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{AD}$，

∴ $\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{ED}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BD}$.

23. 某物流公司送货员每月的工资由底薪和送货工资两部分组成，送货工资与送货件数成正比例．现有甲、乙两名送货员，当送货件数量为x时，甲的工资是y_1（元），乙的工资是y_2（元）．如下图所示，已知甲的每月底薪是 1000 元，乙每送一件货物 22 元．



（1）根据图中信息，分别求出y_1和y_2关于x的函数解析式：（不必写定义域）

（2）如果甲、乙两人平均每天送货量分别是 10 件和 12 件，求两人的月工资分别是多少元？（一个月按 30 天算）

【答案】（1） $y_1=24x+1000$， $y_2=22x+1300$

（2）甲、乙两人的月工资分别是 8200 元和 9220 元

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的应用，一次函数的图象，利用待定系数法求直线的解析式，以及求函数值，读懂题目信息，理解函数图象是解题的关键.

（1）设 y_1 关于 x 的函数解析式为 $y_1=kx+1000$，将 $(150,4600)$ 代入，利用待定系数法即可求出 $y_1=24x+1000$；根据乙每送一件货物 22 元，可设 y_2 关于 x 的函数解析式为 $y_2=22x+b$，将 $(150,4600)$ 代入，利用待定系数法即可求出 $y_2=22x+1300$；

（2）根据甲、乙两人平均每天送货量分别是 10 件和 12 件，得出甲、乙两人一个月送货量分别是 $10\times30=300$ 件和 $12\times30=360$ 件．再把 $x=300$ 代入 $y_1=24x+1000$， $x=360$ 代入 $y_2=22x+1300$，计算即可求解.

【小问 1 详解】

解：设 y_1 关于 x 的函数解析式为 $y_1=kx+1000$，

将 $(150,4600)$ 代入，得

$4600=150k+1000$，

解得： $k=24$；

∴ y_1 关于 x 的函数解析式为 $y=24x+1000$；

∵乙每送一件货物 22 元，

∴设 y_2 关于 x 的函数解析式为 $y_2=22x+b$，

将 $(150,4600)$ 代入，得

$4600=22\times150+b$，

解得： $b=1300$，

∴ y_2 关于 x 的函数解析式为 $y_2=22x+1300$.

【小问 2 详解】

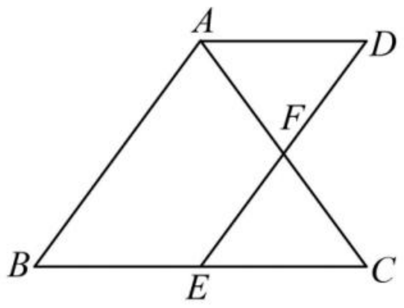
解：甲、乙两人一个月送货量分别是 $10\times30=300$ 件和 $12\times30=360$ 件.

把 $x=300$ 代入 $y_1=24x+1000$，得 $y_1=24\times300+1000=8200$；

把 $x=360$ 代入 $y_2=22x+1300$，得 $y_2=22\times360+1300=9220$；

答：甲、乙两人的月工资分别是 8200 元和 9220 元.

24. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 E、F 分别是边 BC、AC 的中点，过点 A 作 BC 的平行线，交射线 EF 于点 D.



（1）求证：四边形 $ABED$ 是平行四边形；

（2）如果 $AB=AC$，连接 AE、CD，求证：四边形 $AECD$ 为矩形.

【答案】（1）见解析　（2）见解析

【解析】

【分析】（1）根据三角形中位线的性质得到 $DE\parallel AB$，根据平行四边形的判定定理即可得到结论；

（2）连接 AE，先证明四边形 $AECD$ 为平行四边形，再根据等腰三角形的性质得到 $\angle AEC=90^\circ$，即可得到结论.

【小问 1 详解】

证明：$\because$ 点 E、F 分别是 BC、AC 边上的中点，

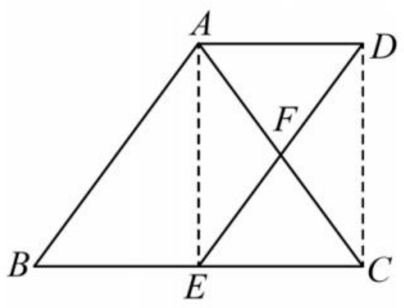
$\therefore DE\parallel AB$，

又 $\because AD\parallel BC$，

$\therefore$ 四边形 $ABED$ 是平行四边形；

【小问 2 详解】

证明：连接 AE、CD，如图，



由（1）知：四边形 $ABED$ 是平行四边形，

$\therefore AD=BE$，

∵点E是边上的中点

∴$BE=CE$

∴$AD=CE$

又∵$AD\parallel BC$，

∴四边形$AECD$为平行四边形，

∵$AB=AC$，$BE=CE$，

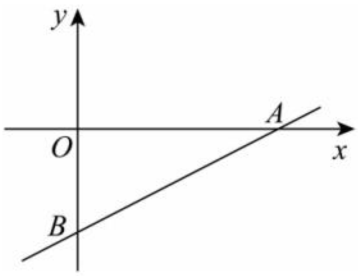
∴$AE\perp BC$，

∴$\angle AEC=90^{\circ}$，

∴四边形$AECD$为矩形.

【点睛】本题考查了平行四边形的判定和性质，矩形的判定，三角形中位线的性质，等腰三角形的性质，正确的识别图形是解题的关键.

25. 已知：如图，直线$y=\frac{1}{2}x-2$与x轴交于点A，与y轴交于点B，在直线$x=2$上有一点P（点P在第一象限内），$\triangle PAB$的面积与$\triangle OAB$的面积相等.



（1）求点A和B的坐标；

（2）求点P的坐标；

（3）直线$x=2$与x轴交于点C，点Q在线段AB上，且$\angle CQB=\angle OBA$，求Q点坐标.

【答案】（1）$A(4,0)$，$B(0,-2)$

（2）$P(2,1)$

（3）$Q\left(\frac{14}{5},-\frac{3}{5}\right)$

【解析】

【分析】（1）令$y=0$，求得$x=4$；令$x=0$，求得$y=-2$，即可得出点A、B坐标；

（2）过点P作$PC\perp y$于C，设$P(2,m)$，则$S_{\triangle PAB}=S_{梯形OAPC}+S_{\triangle OAB}-S_{\triangle PCB}=2m+2$，$S_{\triangle OAB}=4$，根据$S_{\triangle PAB}=S_{\triangle OAB}$，得$2m+2=4$，求出值即可求解.

（3）设直线$x=2$与AB相交于D，过点C作$CE\perp AB$于E，过点Q作$QF\perp x$轴于F，根据题意可求得$CD=1$，$AD=\sqrt{5}$，再利用等积法求$CE=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，$QF=\dfrac{3}{5}$，则$OF=OA-AF=\dfrac{14}{5}$，由点Q在第四象限，即可写出点Q坐标．

【小问1详解】

解：令$y=0$，则$0=\dfrac{1}{2}x-2$，

解得：$x=4$，

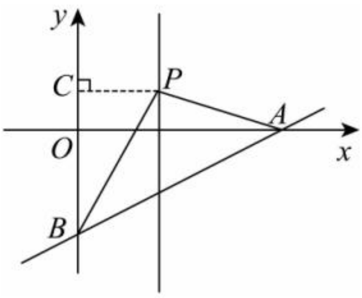
$\therefore A(4,0)$，

令$x=0$，则$y=-2$，

$\therefore B(0,-2)$．

【小问2详解】

解：如图，过点P作$PC\perp y$于C，



$\because$点P在直线$x=2$上，

$\therefore$设$P(2,m)$，

$\because A(4,0)$，$B(0,-2)$，

$\therefore S_{\triangle PAB}=S_{梯形OAPC}+S_{\triangle OAB}-S_{\triangle PCB}$，

$=\dfrac{1}{2}(2+4)\cdot m+\dfrac{1}{2}\times4\times2-\dfrac{1}{2}\times2\times(m+2)$，

$=2m+2$，

$S_{\triangle OAB}=\dfrac{1}{2}\times4\times2=4$，

$\because S_{\triangle PAB}=S_{\triangle OAB}$，

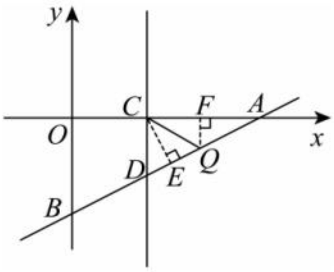
$\therefore 2m+2=4$，

解得：$m=1$，

$\therefore P(2,1)$.

【小问 3 详解】

解：如图，设直线 $x=2$ 与 AB 相交于 D，过点 C 作 $CE\perp AB$ 于 E，过点 Q 作 $QF\perp x$ 轴于 F，



把 $x=2$ 代入 $y=\frac{1}{2}x-2$，得 $y=-1$，

$\therefore D(2,-1)$，

$\therefore CD=1$，

$\because A(4,0)$，$C(2,0)$，

$\therefore AC=2$，

$\therefore AD=\sqrt{AC^2+CD^2}=\sqrt{5}$，

由题意可得 $CD /\!/ OB$，

$\therefore \angle CDQ=\angle OBA$，

$\because \angle CQB=\angle OBA$，

$\therefore \angle CDQ=\angle CQB$，

$\therefore CQ=CD=1$，

$\because S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}AD\cdot CE=\frac{1}{2}AC\cdot CD$，

$\therefore \sqrt{5}CE=2\times 1$，

$\therefore CE=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，

$\therefore DE=\sqrt{CD^2-CE^2}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，

$\because CQ=CD$，$CE\perp AB$，

$\therefore DQ=2DE=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，

$\because S_{\triangle ACQ}=S_{\triangle ACD}-S_{\triangle CDQ}$，

$\therefore \dfrac{1}{2}AC\cdot FQ=\dfrac{1}{2}AC\cdot CD-\dfrac{1}{2}DQ\cdot CE$，

$\therefore 2FQ=2\times 1-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\times\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，

$\therefore QF=\dfrac{3}{5}$，

$\therefore CF=\sqrt{CQ^2-QF^2}=\sqrt{1^2-\left(\dfrac{3}{5}\right)^2}=\dfrac{4}{5}$，

$\therefore OF=OC+CF=2+\dfrac{4}{5}=\dfrac{14}{5}$，

$\because$点 Q 在第四象限，

$\therefore Q\left(\dfrac{14}{5},-\dfrac{3}{5}\right)$.

【点睛】本题考查一次函数图象与坐标轴交点问题，直线与坐标轴围成的三角形面积问题，等腰三角形的判定与性质，勾股定理，坐标与图形，三角形的面积．熟练掌握利用等积法求高是解题的关键．

26. 在菱形 $ABCD$ 中，$\angle B=\alpha\left(\alpha\geq 90^\circ\right)$，点 E 在边 BC 上（不与 B、C 重合），将线段 AE 绕着点 E 顺时针旋转 α 后，点 A 落在点 F 处，连接 AF，交边 CD 于点 P．

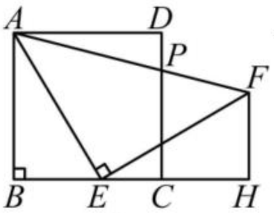


图1

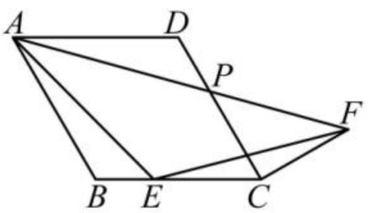


图2

（1）如图 1，如果 $\alpha=90^\circ$，延长 EC 至点 H，使得 $EH=AB$，连接 FH．求证：$CH=FH$；

（2）连接 CF，

①如图 2，设 $\angle DCF=\beta$，求 β 与 α 之间的函数关系式：（不写定义域）

②如果 $a=120^\circ$，$DC=4PD$．求证：$BE=EC$．

【答案】（1）见解析　　（2）① $\beta=\dfrac{3}{2}\alpha-90^\circ$；②见解析

【解析】

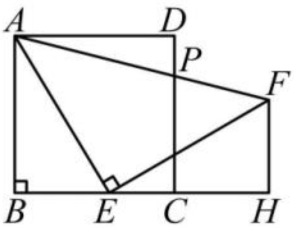
【分析】（1）先证明$\triangle ABE\cong\triangle EHF(\mathrm{SAS})$，得到$BE=FH$，再根据菱形$ABCD$，得到$AB=BC$，又$EH=AB$，即可证得$CH=BE$，从而得出结论；

（2）①先证明$\triangle ABE\cong\triangle EHF(\mathrm{SAS})$，得到$BE=FH$，$\angle EHF=\angle ABE=\alpha$，再根据菱形$ABCD$，得到$AB=BC$，$AB\parallel CD$，从而得$\angle BCD=180^\circ-\alpha$，然后证明$CH=FH$，得到$\angle HCF=\angle HFC=\frac{1}{2}(180^\circ-\alpha)=90^\circ-\frac{1}{2}\alpha$，从而得到$180^\circ-\alpha+\beta+90^\circ-\frac{1}{2}\alpha=180^\circ$，整理即可得出答案；

②延长EC至点H，使得$EH=AB$，连接FH．先由①求得$\angle DCF=\beta=90^\circ$，过点$A$作$AG\perp CD$交$CD$延长线于$G$，过点$H$作$HQ\perp CF$于$Q$，设$AB=BC=CD=AD=4m$，利用菱形的性质，直角三角形的性质，勾股定理求得$GD=2m$，$AG=2\sqrt{3}m$，根据$DC=4PD$，求得$PD=m$，$CP=3m$，$GP=GD+PD=3m$，从面得到$GP=CP$，再证明$\triangle APG\cong\triangle FPC(\mathrm{ASA})$，得到$CF=AG=2\sqrt{3}m$，然后利用等腰三角形与直角三角形性质，勾股定理求得$CQ=\sqrt{3}m$，$CH=2m$，$CE=2m$，$BE=2m$，即可得出结论．

【小问 1 详解】

解：如图，



由题意可得$\angle B=\angle AEF=\alpha=90^\circ$，

$\therefore\angle BAE+\angle AEB=\angle CEF+\angle AEB=90^\circ$

$\therefore\angle BAE=\angle CEF$

由旋转可得$AE=EF$，

在$\triangle ABE$与$\triangle EHF$中，

$$\begin{cases}AE=EF\\ \angle BAE=\angle HEF\\ AB=EH\end{cases}$$

$\therefore\triangle ABE\cong\triangle EHF(\mathrm{SAS})$

$\therefore BE=FH$

$\because$ 菱形 $ABCD$，

$\therefore AB=BC$，

$\because EH=AB$

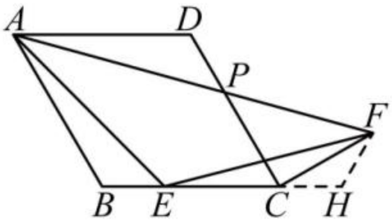
$\therefore EH=BC$， $EH-CE=BC-CE$，

$\therefore EH-CE=BC-CE$，即 $CH=BE$

$\therefore CH=FH$，

【小问 2 详解】

解：如图，延长 EC 至点 H，使得 $EH=AB$，连接 FH．



①由题意可得 $\angle B=\angle AEF=\alpha$，

$\therefore \angle BAE+\angle AEB=\angle CEF+\angle AEB=180^\circ-\alpha$

$\therefore \angle BAE=\angle CEF$

由旋转可得 $AE=EF$，

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle EHF$ 中，

$$\begin{cases} AE=EF \\ \angle BAE=\angle HEF \\ AB=EH \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE\cong\triangle EHF(\text{SAS})$

$\therefore BE=FH$， $\angle EHF=\angle ABE=\alpha$，

$\because$ 菱形 $ABCD$，

$\therefore AB=BC$， $AB // CD$

$\therefore \angle BCD=180^\circ-\alpha$，

$\because EH=AB$

$\therefore EH=BC$， $EH-CE=BC-CE$，

$\therefore EH-CE=BC-CE$，即 $CH=BE$

$\therefore CH=FH$，

$\therefore \angle HCF=\angle HFC=\dfrac{1}{2}(180^\circ-\alpha)=90^\circ-\dfrac{1}{2}\alpha$，

$\because \angle BCD+\angle DCF+\angle HCF=180^\circ$

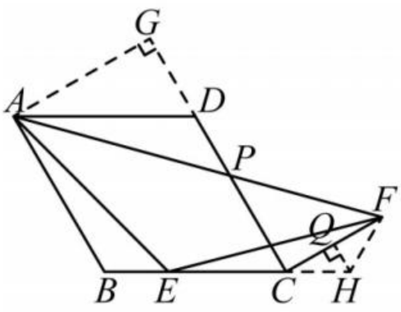
$\therefore 180^\circ-\alpha+\beta+90^\circ-\frac{1}{2}\alpha=180^\circ$,

$\therefore \beta=\frac{3}{2}\alpha-90^\circ$,

②$\because \beta+90^\circ=\frac{3}{2}\alpha$, $a=120^\circ$,

$\therefore \angle DCF=\beta=90^\circ$

过点 A 作 $AG\perp CD$ 交 CD 延长线于 G，过点 H 作 $HQ\perp CF$ 于 Q，如图，



$\because$菱形 $ABCD$，

$\therefore AB=BC=CD=AD$, $AB\,//\,CD$, $BC\,//\,AD$,

设 $AB=BC=CD=AD=4m$,

$\therefore \angle BCD=180^\circ-\alpha=180^\circ-120^\circ=60^\circ$,

$\therefore \angle ADG=\angle BCD=60^\circ$,

$\because AG\perp CD$,

$\therefore \angle GAD=30^\circ$,

$\therefore GD=\frac{1}{2}AD=2m$, $AG=2\sqrt{3}m$,

$\because DC=4PD$,

$\therefore PD=m$, $CP=3m$,

$\therefore GP=GD+PD=3m$,

$\therefore GP=CP$,

$\because \angle AGP=\angle FCP=90^\circ$,

$\angle APG=\angle CPF$,

$\therefore \triangle APG\cong\triangle FPC(\text{ASA})$,

$\therefore CF=AG=2\sqrt{3}m$,

$\because CH = FH$， $HQ \perp CF$，

$\therefore CQ = \sqrt{3}m$，

$\because AB \parallel CD$，

$\therefore \angle HCD = \angle B = \alpha = 120°$，

$\because \angle HCQ = \angle HCD - \angle DCF = 120° - 90° = 30°$，

$\therefore CH = 2HQ$，

由勾股定理，得$CH^2 = HQ^2 + CQ^2$，

$\therefore CH^2 = \left(\frac{1}{2}CH\right)^2 + \left(\sqrt{3}m\right)^2$，

$\therefore CH = 2m$，

$\because EH = AB = 4m$，

$\therefore CE = 2m$，

$\because BC = 4m$，

$\therefore BE = 2m$，

$\therefore BE = CE$．

【点睛】本题考查菱形的性质，全等三角形的判定与性质，旋转的性质，直角三角形的性质，等腰三角形的性质，勾股定理．此题属四边形综合题目，难较大．熟练掌握相关知识和正确作出辅助线是解题的关键．