

2024 学年第二学期初三年级学业质量调研

数学试卷

2025.05

(测试时间: 100 分钟, 满分: 150 分)

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.
3. 本次考试不可以使用科学计算器.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

1. 下列各数中, 无理数是

(A) $\frac{6}{5}$; (B) $0.\dot{3}$; (C) $\sqrt{7}$; (D) $\sqrt[3]{27}$.

2. 代数式 $4xy^2$ 的次数是

(A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 4.

3. 下列运算正确的是

(A) $3m + 2m = 5m^2$; (B) $(2m^2)^3 = 8m^6$;
(C) $m^8 \div m^4 = m^2$; (D) $(m-2)^2 = m^2 - 4$.

4. 一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图像经过第一、二、三象限, 它的解析式可以是

(A) $y = x + 1$; (B) $y = x - 1$; (C) $y = -x + 1$; (D) $y = -x - 1$.

5. 下列命题是真命题的是

(A) 平行四边形的邻边相等; (B) 平行四边形的对角线互相平分;
(C) 平行四边形内角都相等; (D) 平行四边形是轴对称图形.

6. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 8$, $AC = 6$, 点 D 是 BC 的中点, 点 E 是边 AB 上一动点, 沿 DE 所在直线把 $\triangle BDE$ 翻折到 $\triangle B'DE$ 的位置, $B'D$ 交 AB 于点 F , 如果 $\triangle AB'F$ 为直角三角形, 那么 BE 的长是

(A) 1; (B) 3; (C) $\sqrt{2}$; (D) 2 或 $\frac{40}{17}$.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 如果 $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$, 那么 $\frac{2a}{a-b}$ 的值为 ▲ .

8. 已知 $f(x) = 2x^2 - 1$, 那么 $f(-\sqrt{3}) =$ ▲ .

9. 已知关于 x 的方程 $x^2 + 4x + m = 0$ 有两个相等的实数根, 那么 m 的值为 ▲ .

10. 方程 $\sqrt{x+2} = x$ 的解是 ▲ .

11. 已知两个相似三角形对应高之比为 $4:9$, 那么这两个三角形的周长之比为 ▲ .

12. 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 在对称轴的左侧部分是下降的, 那么 a ▲ 0. (填“>”或“<”)

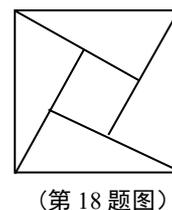
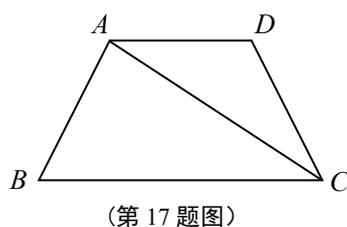
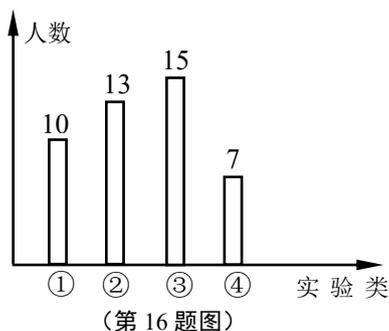
13. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=10$, $\cos A=\frac{2}{5}$, 那么直角边 AC 长为 ▲.

14. 一个不透明的袋子里装有 3 个红球和 5 个黑球, 它们除颜色外其余都相同. 从袋中任意摸出一个球是红球的概率约为 ▲ (精确到 0.1).

15. 《九章算术》是我国古代数学的经典著作, 书中有一个问题: “今有黄金九枚, 白银一十一枚, 称之重适等, 交易其一, 金轻十三两, 问金、银一枚各重几何?” 意思是: 甲袋中装有黄金 9 枚 (每枚黄金重量相同), 乙袋中装有白银 11 枚 (每枚白银重量相同), 称重两袋相同, 两袋互相交换 1 枚后, 甲袋比乙袋轻了 13 两 (袋子重量忽略不计), 问黄金、白银每枚各重多少两? 设黄金每枚重 x 两, 白银每枚重 y 两, 根据题意可列方程组 ▲.

16. 2022 年 10 月 12 日, “天宫课堂” 第三课在问天实验舱内开讲. 进行的太空实验有①毛细效应; ②水球变“懒”实验; ③太空趣味饮水; ④会调头的扳手. 某校 1500 名学生在线观看了“天宫课堂”第三课, 并参与了关于“我最喜爱的太空实验”的问卷调查. 如果从中随机抽取 45 名学生的问卷调查情况进行统计分析, 并将调查数据整理成下面的条形图, 那么估计该校喜欢③太空趣味饮水实验的初中学生有 ▲ 名.

17. 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BC = 2AD$, 如果 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AC} =$ ▲ (用 \vec{a} 和 \vec{b} 线性组合表示).



18. 2002 年在北京召开的国际数学家大会, 会标是以我国古代数学家赵爽弦图为基础设计的, 弦图是由四个全等直角三角形与一个小正方形拼成的一个大正方形 (如图), 如图的弦图中大正方形边长为 4, 每个直角三角形较小的锐角为 30° , 那么小正方形面积为 ▲.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (本题满分 10 分)

计算: $\frac{4}{1+\sqrt{3}} - (\cos 30^\circ)^{-1} + |-\tan 45^\circ| + \pi^0$

20. (本题满分 10 分)

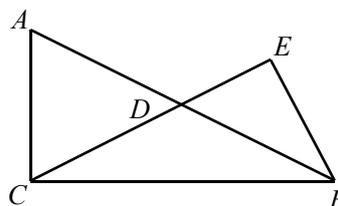
$$\text{解方程组: } \begin{cases} x+2y=2 & \text{①} \\ x^2-5xy+4y^2=0 & \text{②} \end{cases}$$

21. (本题共 2 小题, 每小题 5 分, 满分 10 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=2$, $BC=4$, 点 D 为 AB 的中点, 过点 B 作 CD 的垂线, 交 CD 的延长线于点 E .

(1) 求线段 CD 的长;

(2) 求 $\frac{CD}{DE}$ 的值.



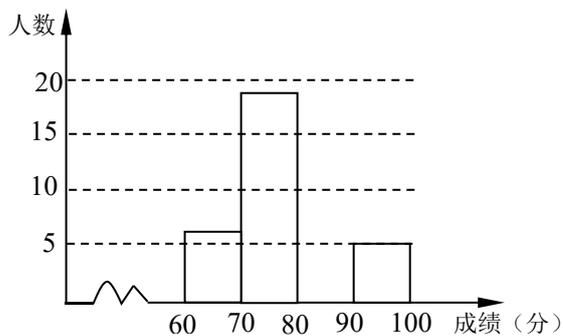
(第 21 题图)

22. (本题满分 10 分)

某校举办了首届“英语原创演讲比赛”, 经选拔后有若干名学生参加决赛, 根据测试成绩 (成绩都不低于 60 分) 绘制出如下两幅不完整的统计图表, 请根据统计图表提供的信息完成下列各题.

分数段	60-70	70-80	80-90	90-100
频数	6	19	m	5
频率	15%	n	25%	12.5%

(第 22 题表 a)



(第 22 题图 b)

(1) 参加决赛的学生有 ▲ 名, 请将图 b 补充完整;

(2) 表 a 中的 $m = \underline{\quad \text{▲} \quad}$, $n = \underline{\quad \text{▲} \quad}$;

(3) 如果测试成绩不低于 80 分为优秀, 那么本次测试的优秀率是 ▲ .

23. (本题共 2 小题, 第 (1) 小题 5 分, 第 (2) 小题 7 分, 满分 12 分)

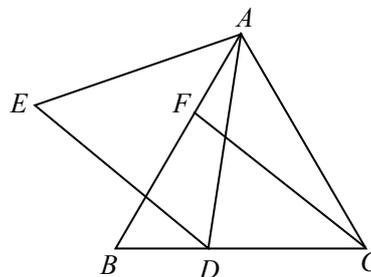
如图, 已知: $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等边三角形, 其中点 D 在边 BC 上, 点 F 是 AB 边上一点, 且 $BF=CD$.

(1) 求证: $DE \parallel CF$;

(2) 联结 DF , 设 AD 、 CF 的交点为 M ,

如果 $DF^2 = FM \cdot FC$,

求证: $DF \parallel AC$.



(第 23 题图)

24. (本题共 3 小题, 每小题 4 分, 满分 12 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 6$ 与 x 轴交于点 $A(-2, 0)$ 和点 $B(6, 0)$, 与 y 轴交于点 C , 顶点为 D , 联结 BC 交抛物线的对称轴 l 于点 E .

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 联结 CD 、 BD , 求证: $\triangle CDB$ 是直角三角形;

(3) 点 M 是线段 BE 上的一点, 点 N 是对称轴 l 右侧抛物线上的一点, 如果 $\triangle EMN$ 是以 EM 为腰的等腰直角三角形, 点 M 的坐标为 ▲ .

(A) $(4, 2)$;

(B) $(2 + \sqrt{2}, 4 - \sqrt{2})$;

(C) $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$;

(D) $(2 + \sqrt{2}, 4 - \sqrt{2})$ 或 $(4, 2)$.

25. (本题满分 14 分, 其中第 (1) 小题 6 分, 第 (2) 小题 4 分, 第 (3) 小题 4 分)

已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, AD 、 BE 是 $\triangle ABC$ 的两条高, 直线 BE 与直线 AD 交于点 Q .

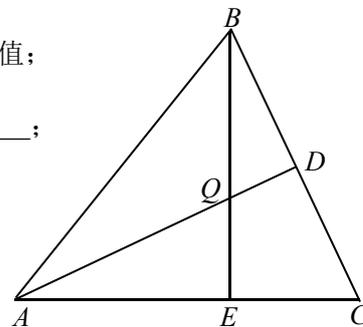
(1) 如图, 当 $\angle BAC$ 为锐角时,

i) 求证: $DB^2 = DQ \cdot DA$; ii) 如果 $\frac{AQ}{QD} = 3$, 求 $\angle C$ 的正切值;

(2) 如果 $BQ = 3$, $EQ = 2$, 下列求 $\triangle ABC$ 的面积算式 ▲ ;

① $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AD = \frac{1}{2} \times \sqrt{30} \times \left(\frac{\sqrt{6}}{2} + 2\sqrt{6} \right) = \frac{15\sqrt{5}}{2}$;

② $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AD = \frac{1}{2} \times \sqrt{6} \times \left(\frac{\sqrt{30}}{2} - \frac{2\sqrt{30}}{5} \right) = \frac{3\sqrt{5}}{10}$;



(第 25 题图)

(A) ①②都正确;

(B) ①正确, ②错误;

(C) ①错误, ②正确;

(D) ①②都是错的.

(3) 根据 (1)、(2) 小题, 提出一个问题并解答 (可以增加已知条件).

2024 学年第二学期初三学业质量调研数学试卷

参考答案及评分标准

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. C; 2. C; 3. B; 4. A; 5. B; 6. D.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. 6; 8. 5; 9. 4 10. $x=2$; 11. 4:9; 12. >; 13. 4;

14. 0.4; 15. $\begin{cases} 9x=11y \\ (10y+x)-(8x+y)=13 \end{cases}$; 16. 500; 17. $\vec{b}+2\vec{a}$; 18. $16-8\sqrt{3}$.

三、解答题（本大题共 8 题，满分 78 分）

19.（本题满分 10 分）

解：原式= $2(\sqrt{3}-1)-\frac{2}{3}\sqrt{3}+1+1$ (8 分)

$$=\frac{4}{3}\sqrt{3}. \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

20.（本题满分 10 分）

解：由②得： $x-4y=0$ 或 $x-y=0$ (2 分)

因此，原方程组可以化为两个二元一次方程组：

$$\begin{cases} x+2y=2, \\ x-4y=0; \end{cases} \quad \begin{cases} x+2y=2, \\ x-y=0. \end{cases} \dots\dots\dots (2 \text{ 分}+2 \text{ 分})$$

分别解这两个方程组，得原方程组的解是

$$\begin{cases} x=\frac{4}{3}, \\ y=\frac{1}{3}; \end{cases} \quad \begin{cases} x=\frac{2}{3}, \\ y=\frac{2}{3}. \end{cases} \dots\dots\dots (2 \text{ 分}+2 \text{ 分})$$

21.（本题共 2 小题，每小题 5 分，满分 10 分）

解：（1）在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=2$ ， $BC=4$ ，

$$\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}. \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$\because \angle ACB=90^\circ, D \text{ 为 } AB \text{ 的中点}. \therefore CD=\frac{1}{2}AB. \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$\therefore CD=\sqrt{5}. \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

(2) $\because D$ 为 AB 的中点, $\therefore BD = \frac{1}{2}AB$.

又 $\because CD = \frac{1}{2}AB$, $\therefore CD = BD$ (1 分)

$\therefore \angle DBC = \angle DCB$.

$\because BE \perp CE$, $\therefore \angle BEC = 90^\circ$.

$\because \angle ACB = 90^\circ$, $\therefore \angle ACB = \angle BEC$.

$\therefore \triangle ACB \sim \triangle BEC$ (2 分)

$\therefore \frac{CE}{CB} = \frac{CB}{AB}$, $\frac{CE}{4} = \frac{4}{2\sqrt{5}}$.

$\therefore CE = \frac{8\sqrt{5}}{5}$, $DE = CE - CD = \frac{8\sqrt{5}}{5} - \sqrt{5} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ (1 分)

$\therefore \frac{CD}{DE} = \frac{5}{3}$ (1 分)

22. (本题满分 10 分)

- (1) 40, 直方图补充正确; (4 分)
- (2) 10,47.5%; (4 分)
- (3) 37.5%..... (2 分)

23. (本题共 2 小题, 第 (1) 小题 5 分, 第 (2) 小题 7 分, 满分 12 分)

证明: (1) $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore AC=BC$, $\angle ACB=\angle B=60^\circ$,

$\because CD=BF$, $\therefore \triangle ACD \cong \triangle CBF$, (2 分)

$\therefore \angle CAD=\angle BCF$

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形, $\therefore \angle ADE=\angle ACB=60^\circ$,

$\because \angle ADE+\angle BDE=\angle ACB+\angle CAD$, $\therefore \angle BDE=\angle CAD$, (2 分)

$\therefore \angle BDE=\angle BCF$, $\therefore DE \parallel CF$ (1 分)

(2) $\because DF^2 = FM \cdot FC$, $\therefore \frac{DF}{FM} = \frac{FC}{DF}$, (1 分)

$\because \angle DFM=\angle CFD$, $\therefore \triangle DFM \sim \triangle CFD$, (1 分)

$\therefore \angle FDM=\angle FCD$, (1 分)

$\because \angle CAD=\angle BCF$, $\therefore \angle FDM=\angle CAD$, (2 分)

$$\therefore DF \parallel AC \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

(其他方法参照赋分)

24. (本题共 3 小题, 每小题 4 分, 满分 12 分)

解: (1) \because 抛物线 $y = ax^2 + bx + 6$ 经过点 $A(-2, 0)$ 和点 $B(6, 0)$

$$\therefore \begin{cases} 4a - 2b + 6 = 0, \\ 36a + 6b + 6 = 0. \end{cases} \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -\frac{1}{2}, \\ b = 2. \end{cases}$$

$$\therefore \text{抛物线的表达式为 } y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6. \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

(2) 易得: 抛物线的顶点 $D(2, 8)$ 、 $B(6, 0)$ 、 $C(0, 6)$ (1 分)

由两点间距离公式得: $CD^2=8$ 、 $BC^2=72$ 、 $DB^2=80$ (2 分)

$$\because CD^2 + BC^2 = DB^2 \quad \therefore \triangle CDB \text{ 是直角三角形} \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

(3) D (4 分)

25. (本题满分 14 分, 其中第 (1) 小题 6 分, 第 (2) 小题 4 分, 第 (3) 小题 4 分)

(1) i) 证明: $\because AB=AC, AD \perp BC,$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAD \quad \because BE \perp AC, AD \perp BC, \text{ 且 } \angle C = \angle C$$

$$\therefore \angle CBE = \angle CAD$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CBE \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\because \angle ADB = \angle ADB$$

$$\therefore \triangle BDQ \sim \triangle ADB \quad \therefore \frac{DB}{DA} = \frac{DQ}{DB}$$

$$\therefore DB^2 = DQ \cdot DA \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

(1) ii) 由题意知: 设 $DQ=x$, 则 $AQ=3x, AD=4x$

$$\because DB^2 = DQ \cdot DA, \therefore BD=2x \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\because AB=AC, AD \perp BC, \therefore BD=CD=2x \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\therefore \tan \angle C = \frac{AD}{CD} = 2$ (1分)

(2) A (4分)

(3) 提出问题 2分 (需要用规范的数学语言描述), 解答问题 2分. (提出的问题过于简单的酌情扣分, 理论上得分不超过 3分)