2022-2023学年上海市松江区八年级（下）期末数学试卷

试题数：26，满分：100

1.（单选题，3 分）直线 y=2x-3 在 y 轴上的截距是（　　）

A.-3　　　　B.2　　　　C.3　　　　D.$\frac{3}{2}$

2.（单选题，3 分）下列方程中，有实数解的是（　　）

A.$x^2+1=0$　　　　B.$x+\frac{1}{x}=1$　　　　C.$\sqrt{2x+3}=-x$　　　　D.$\frac{x+2}{x^2+2x}=0$

3.（单选题，3 分）下列事件中，确定事件是（　　）

A.掷一枚均匀的硬币，正面朝上　　　　B.地球总是绕着太阳转

C.买一注彩票，中奖了　　　　D.小明上学经过红绿灯路口时遇到红灯

4.（单选题，3 分）下列结论中，菱形具有而矩形不一定具有的性质是（　　）

A.对边相等　　　　B.对角相等　　　　C.对角线互相垂直　　　　D.对角线相等

5.（单选题，3 分）下列等式一定正确的是（　　）

A.$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CB}$　　　　B.$\overrightarrow{AB}$ - $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

C.$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{DA}$　　　　D.$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$

6.（单选题，3 分）下列命题中，真命题是（　　）

A.四个内角为 60°、120°、60°和 120°的四边形是一定是平行四边形

B.一条对角线被另一条对角线平分的四边形是平行四边形

C.一组对边相等，另一组对边平行的四边形是平行四边形

D.一组对角相等，一组对边平行的四边形是平行四边形

7.（填空题，2 分）方程 3= $\sqrt{x-2}$ 的解是 ___ .

8.（填空题，2 分）方程 $\frac{1}{3}x^3+9=0$ 的解是___ .

9.（填空题，2 分）关于 x 的方程（mx）$^2+x^2=1$ 的解是 ___ .

10.（填空题，2 分）用换元法解方程 $\frac{2x}{x^2-1}-\frac{x^2-1}{x}+7=0$ 时，可设 y= $\frac{x}{x^2-1}$，那么原方程可化为关于 y 的整式方程是 ___ .

11.（填空题，2 分）一个不透明的布袋里装有 3 个红球，2 个白球，1 个黑球，它们除颜色外其余相同．从袋中任意摸出 1 个球，恰好是白球的概率为 ___ .

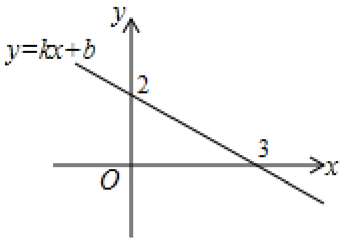
12.（填空题，2 分）已知△ABC 的周长为 16，点 D，E，F 分别为△ABC 三条边的中点，则△DEF 的周长为 ___ .

13.（填空题，2 分）若一个多边形的内角和等于 720°，则这个多边形是___ 边形.

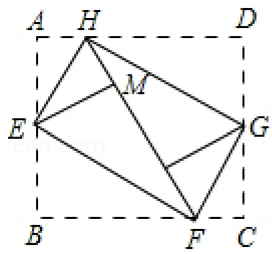
14.（填空题，2 分）直线 y=2x+3 沿 y 轴向上平移 3 个单位得到的直线表达式是 ___ .

15.（填空题，2 分）如果一次函数 y=kx+1（k 是常数，k≠0）的图象过点（-1，0），那么 y 的值随 x 的增大而___（填“增大”或“减小”）.

16.（填空题，2 分）一次函数 y=kx+b（k，b 为常数）的图象如图所示，那么关于 x 的一元一次不等式 kx+b≥0 的解集是 ___ .



16 题



18 题

17.（填空题，2 分）在平面直角坐标系 xOy 中，已知四边形 ABCD 是平行四边形，点 A（1，0）、B（0，2）、C（3，3），那么点 D 的坐标为 ___ .

18.（填空题，2 分）如图，将矩形 ABCD 的四个角向内折起，恰好拼成一个无缝无重叠的四边形 EFGH（EH＜HG），若 AB=6，AD=10，则边 EH 的长是 ___ .

19.（问答题，6 分）解方程：$\frac{2x}{x^2+2x-3}+\frac{1}{x+3}=1$

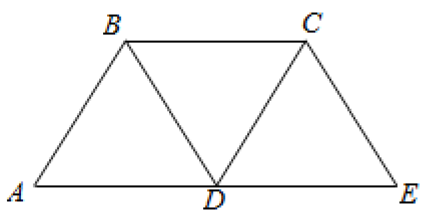
20.（问答题，6 分）解方程组：$\begin{cases} x+y=7① \\ x^2+y^2=25② \end{cases}$.

21.（问答题，6 分）如图，点 E 是菱形 ABCD 边 AD 的延长线上一点，DE=AD，设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$.

（1）试用向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 表示下列向量：$\overrightarrow{CE}=$___；（直接写出结论）

（2）如果∠B=120°，|$\overrightarrow{AB}$|=1，那么|$\overrightarrow{AC}$|=___；（直接写出结论）

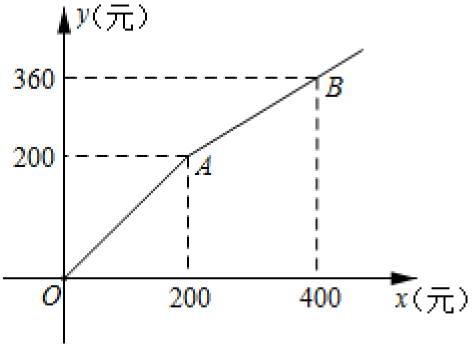
（3）在图上求作：$\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CE}$.（保留作图痕迹，不要求写作法，写出结论.）



22.（问答题，6 分）很多商场由于受新型冠状病毒肺炎疫情的影响，产品销售情况不如人意．有甲、乙两家商场利用网络平台进行销售．其中甲商场所有商品按 9 折出售，乙商场对一次购物中超过 200 元后的金额打 k 折（k 为 1 到 9 之间的整数）．设顾客所购商品原来金额为 x 元，在甲、乙两家商场实际支付金额分别为 y_1 元和 y_2 元．

（1）顾客在乙商场购物时，y_2 与 x 之间函数图象如图所示（图中线段 OA 和射线 AB），求当 x＞200 时，y_2 与 x 之间函数解析式；

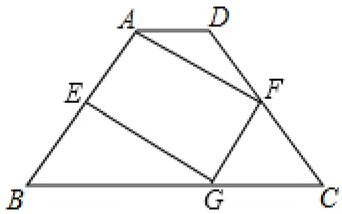
（2）当 x=500 时，甲、乙两个商场中，去哪商场购物更省钱？



23.（问答题，8 分）如图，已知等腰梯形 ABCD 中，AD || BC，E、F 分别是两腰的中点，联结 AF，过点 F 作 FG || AB，交 BC 于点 G，联结 EG．

（1）求证：四边形 AEGF 是平行四边形；

（2）当∠GFC=2∠EGB 时，求证：四边形 AEGF 是矩形．



24.（问答题，8 分）甲乙两人各加工 300 个零件，甲比乙少用 1 小时完成任务；乙改进操作方法，使生产效率提高了一倍，结果乙完成 300 个零件所用的时间比甲完成 250 个零件所用的时间少 $\frac{1}{2}$ 小时．问甲乙两人原来每小时各加工多少个零件．

25.（问答题，8 分）在一次数学研究性学习中，小明将两个全等的直角三角形纸片 ABC 和 DEF 拼在一起，使点 A 与点 F 重合，点 C 与点 D 重合（如图 1），其中$\angle ACB=\angle DFE=90°$，BC=EF=6cm，AC=DF=9cm，并进行如下研究活动：将图 1 中的纸片 DEF 沿 AC 方向平移，联结 AE，BD（如图 2）.

（1）求证：图 2 中的四边形 ABDE 是平行四边形；

（2）当纸片 DEF 平移到某一位置时，小明发现四边形 ABDE 为矩形（如图 3）. 求此时 AF 的长；

（3）在纸片 DEF 平移的过程中，四边形 ABDE 能成为菱形吗？如果可以，直接写出 AF 的长，如果不可以，说明理由.

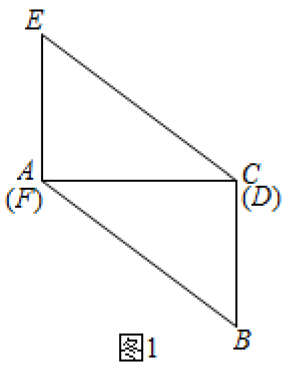


图1

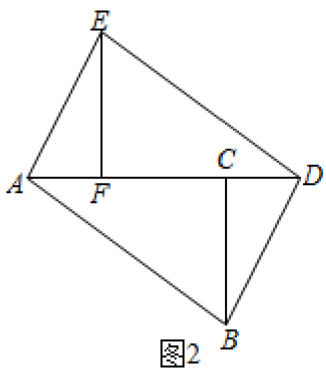


图2

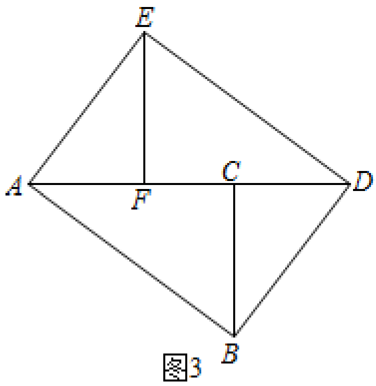


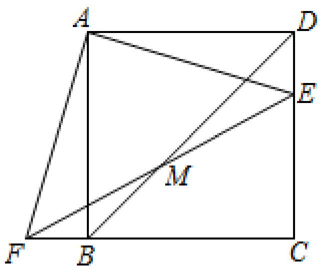
图3

26.（问答题，10 分）如图，已知点 E、F 分别是正方形 ABCD 边 CD 以及边 CB 延长线上的点（与正方形顶点不重合），满足 DE=BF. 联结 EF，交对角线 BD 于点 M.

（1）联结 AE，AF，求证：$AE\perp AF$；

（2）求证：ME=MF；

（3）如果正方形边长为 1，设 BF=x，△BFM 的面积为 y，求 y 关于 x 的函数关系式.



2022-2023学年上海市松江区八年级（下）期末数学试卷

参考答案与试题解析

试题数：26，满分：100

1.（单选题，3 分）直线 $y=2x-3$ 在 y 轴上的截距是（　　）

A.-3

B.2

C.3

D.$\frac{3}{2}$

【正确答案】：A

【解析】：代入 $x=0$ 求出 y 值，此题得解.

【解答】：解：当 $x=0$ 时，$y=2×0-3=-3$，

∴直线 $y=2x-3$ 在 y 轴上的截距是-3.

故选：A.

【点评】：本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，牢记直线上任意一点的坐标都满足函数关系式 $y=kx+b$ 是解题的关键.

2.（单选题，3 分）下列方程中，有实数解的是（　　）

A.$x^2+1=0$

B.$x+\frac{1}{x}=1$

C.$\sqrt{2x+3}=-x$

D.$\frac{x+2}{x^2+2x}=0$

【正确答案】：C

【解析】：根据一元二次方程、分式方程、无理方程的解法，分别解方程即可得答案.

【解答】：解：A、由 $x^2+1=0$，得 $x^2=-1$，

∵$x^2≥0$，

∴原方程无实数根，

故 A 选项不符合题意；

B、由 $x+\frac{1}{x}=1$ 得 $x^2-x+1=0$，

而 $x^2-x+1=0$ 的判别式 $\Delta=-3<0$，

∴原方程无实数根，

故 B 选项不符合题意；

C、由 $\sqrt{2x+3}=-x$ 得 $x^2-2x-3=0$，

解得 x=3 或 x=-1，

经检验，x=-1 是原方程的根，

故 C 符合题意；

D、由 $\frac{x+2}{x^2+2x}=0$ 得 x=-2，

经检验：x=-2 是原方程增根，

∴原方程无实数根，

故 D 不符合题意，

故选：C.

【点评】：本题主要考查了一元二次方程、分式方程及无理方程的解，熟练应用相关方法进行求解是解决本题的关键，特别注意分式方程和无理方程都要检验.

3.（单选题，3 分）下列事件中，确定事件是（　　）

A.掷一枚均匀的硬币，正面朝上

B.地球总是绕着太阳转

C.买一注彩票，中奖了

D.小明上学经过红绿灯路口时遇到红灯

【正确答案】：B

【解析】：根据事件发生的可能性大小判断相应事件的类型即可.

【解答】：解：A、掷一枚均匀的硬币，正面朝上是随机事件，不符合题意；

B、地球总是绕着太阳转，属于确定事件，符合题意；

C、买一注彩票，中奖了是随机事件，不符合题意；

D、小明上学经过红绿灯路口时遇到红灯是随机事件，不符合题意；

故选：B.

【点评】：本题考查了随机事件，解决本题需要正确理解必然事件、不可能事件、随机事件的概念．必然事件指在一定条件下，一定发生的事件．不可能事件是指在一定条件下，一定不发生的事件，不确定事件即随机事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件．

4.（单选题，3 分）下列结论中，菱形具有而矩形不一定具有的性质是（　　）

A.对边相等

B.对角相等

C.对角线互相垂直

D.对角线相等

【正确答案】：C

【解析】：菱形的性质有四边相等，对角相等，对角线平分、垂直且平分每组对角；矩形的性质有对边相等，四角相等，对角线平分且相等．

【解答】：解：选项 A，菱形和矩形都是平行四边形，对边都相等，不符合题意；

选项 B，菱形和矩形都是特殊的平行四边形，对角都相等，不符合题意；

选项 C，菱形的对角线互相平分且互相垂直，而矩形的对角线相等且互相平分但不垂直，符合题意；

选项 D，矩形的对角线相等，而菱形的对角线不相等，不符合题意．

故选：C．

【点评】：本题考查菱形与矩形的性质，需要同学们对各种平行四边形的性质熟练掌握并区分．

5.（单选题，3 分）下列等式一定正确的是（　　）

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CB}$

B. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{DA}$

D. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$

【正确答案】：D

【解析】：根据相等向量、平行向量以及三角形法则解答．

【解答】：解：A、$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{CB}$，故不符合题意．

B、$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AC}$，故不符合题意．

C、$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=-\overrightarrow{DA}$，故不符合题意．

D、$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$，故符合题意．

故选：D.

【点评】：本题主要考查了平面向量的知识，解题时需要注意：平面向量既有大小，又有方向.

6.（单选题，3 分）下列命题中，真命题是（　　）

A.四个内角为 60°、120°、60°和 120°的四边形是一定是平行四边形

B.一条对角线被另一条对角线平分的四边形是平行四边形

C.一组对边相等，另一组对边平行的四边形是平行四边形

D.一组对角相等，一组对边平行的四边形是平行四边形

【正确答案】：D

【解析】：根据平行四边形的判定定理对每个选项进项判断后即可确定正确的选项.

【解答】：解：A、四个内角为 60°、120°、60°和 120°的四边形可能是平行四边形，也可能是等腰梯形，错误，是假命题，不符合题意；

B、两条对角线互相平分的四边形才是平行四边形，故原命题错误，是假命题，不符合题意；

C、一组对边相等，另一组对边平行的四边形可能是平行四边形，也可能是等腰梯形，故原命题错误，是假命题，不符合题意；

D、一组对角相等，一组对边平行的四边形是平行四边形，正确，是真命题，符合题意；

故选：D.

【点评】：考查了命题与定理的知识，解题的关键是了解平行四边形的判定定理，难度不大.

7.（填空题，2 分）方程 3= $\sqrt{x-2}$ 的解是 ___ .

【正确答案】：[1]11

【解析】：将方程两边平方，化为一元一次方程即可得答案.

【解答】：解：两边平方得：x-2=9，

∴x=11，

把 x=11 代入原方程：左边=3，

右边= $\sqrt{11-2}$ =3，

∴左边=右边，

∴x=11 是原方程的解，

故答案为：11.

【点评】：本题考查解无理方程，解题的关键是将方程两边平方，化为有理方程，注意一定要检验．

8.（填空题，2 分）方程 $\frac{1}{3}x^3+9=0$ 的解是___．

【正确答案】：[1]x=-3

【解析】：根据立方根的含义和求法，求出方程 $\frac{1}{3}x^3+9=0$ 的解是多少即可．

【解答】：解：∵ $\frac{1}{3}x^3+9=0$，

∴$x^3=-27$，

解得 x=-3．

故答案为：x=-3．

【点评】：此题主要考查了立方根的含义和求法，要熟练掌握，如果一个数 x 的立方等于 a，即 x 的三次方等于 a（$x^3=a$），那么这个数 x 就叫做 a 的立方根，也叫做三次方根．读作"三次根号 a"其中，a 叫做被开方数，3 叫做根指数．

9.（填空题，2 分）关于 x 的方程（mx）$^2+x^2=1$ 的解是 ___．

【正确答案】：[1]x= $\frac{\sqrt{m^2+1}}{m^2+1}$ 或 x=- $\frac{\sqrt{m^2+1}}{m^2+1}$

【解析】：去括号，合并同类项，然后利用直接开平方法求出方程的解即可．

【解答】：解：（mx）$^2+x^2=1$

$m^2x^2+x^2=1$，

（m^2+1）$x^2=1$，

∴x=± $\frac{\sqrt{m^2+1}}{m^2+1}$；

故答案为 x= $\frac{\sqrt{m^2+1}}{m^2+1}$ 或 x=- $\frac{\sqrt{m^2+1}}{m^2+1}$．

【点评】：本题考查了直接开平方法解一元二次方程，是解此题的关键，能选择适当的方法解一元二次方程是解此题的关键．

10.（填空题，2 分）用换元法解方程 $\frac{2x}{x^2-1}-\frac{x^2-1}{x}+7=0$ 时，可设 y= $\frac{x}{x^2-1}$，那么原方程可化为关于 y 的整式方程是 ___．

【正确答案】：[1]$2y^2+7y-1=0$

【解析】：根据题意，用含 y 的式子表示出方程并整理方程即可．

【解答】：解：设 y=$\frac{x}{x^2-1}$，则 $\frac{x^2-1}{x}=\frac{1}{y}$，

∴原方程可变行为：2y-$\frac{1}{y}$+7=0，

去分母，得：$2y^2+7y-1=0$，

故答案为：$2y^2+7y-1=0$.

【点评】：本题考查了换元法．换元法解方程一般四步：设元（未知数），换元，解元，还元．

11.（填空题，2 分）一个不透明的布袋里装有 3 个红球，2 个白球，1 个黑球，它们除颜色外其余相同．从袋中任意摸出 1 个球，恰好是白球的概率为 __ .

【正确答案】：[1]$\frac{1}{3}$

【解析】：用白球的个数除以球的总个数即为所求的概率．

【解答】：解：因为一共 3+2+1=6（个）球，其中 2 个白球，所以从袋中任意摸出 1 个球，恰好是白球的概率=$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

故答案为：$\frac{1}{3}$.

【点评】：本题考查概率的基本计算，用到的知识点为：概率等于所求情况数与总情况数之比．

12.（填空题，2 分）已知△ABC 的周长为 16，点 D，E，F 分别为△ABC 三条边的中点，则△DEF 的周长为 __ .

【正确答案】：[1]8

【解析】：根据三角形中位线定理得到 EF=$\frac{1}{2}$AB，DE=$\frac{1}{2}$AC，DF=$\frac{1}{2}$BC，根据三角形周长公式计算，得到答案．

【解答】：解：∵点 D，E，F 分别为△ABC 三边的中点，

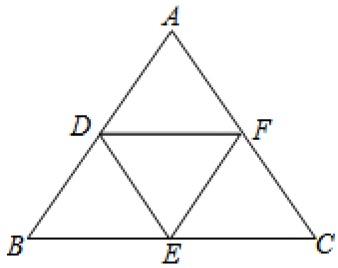
∴EF=$\frac{1}{2}$AB，DE=$\frac{1}{2}$AC，DF=$\frac{1}{2}$BC，

∵△ABC 的周长为 16，

∴AB+AC+BC=16，

∴△DEF 的周长=EF+DE+DF=$\frac{1}{2}$（AB+AC+BC）=8，

故答案为：8.



【点评】：本题考查的是三角形中位线定理，掌握三角形的中位线等于第三边的一半是解题的关键.

13.（填空题，2 分）若一个多边形的内角和等于 720°，则这个多边形是__ 边形.

【正确答案】：[1]六

【解析】：根据内角和定理 180°•（n-2）即可求得.

【解答】：解：180°•（n-2）=720，

解得 n=6.

故答案为：六.

【点评】：本题主要考查了多边形的内角和定理即 180°•（n-2）.

14.（填空题，2 分）直线 y=2x+3 沿 y 轴向上平移 3 个单位得到的直线表达式是 __ .

【正确答案】：[1]y=2x+6

【解析】：根据“上加下减”的原则进行解答即可.

【解答】：解：直线 y=2x+3 沿 y 轴向上平移 3 个单位得到的直线表达式是：y=2x+3+3，

即 y=2x+6.

故答案是：y=2x+6.

【点评】：本题考查图形的平移变换和求函数解析式，熟练掌握平移的规律“左加右减，上加下减”是解题的关键.

15.（填空题，2 分）如果一次函数 y=kx+1（k 是常数，k≠0）的图象过点（-1，0），那么 y 的值随 x 的增大而__ （填“增大”或“减小”）.

【正确答案】：[1]增大

【解析】：根据点的坐标利用一次函数图象上点的坐标特征可求出 k 值，再利用一次函数的性质即可得出结论.

【解答】：解：∵一次函数 $y=kx+1$（k 是常数，$k\neq 0$）的图象经过点（-1，0），

∴$0=-k+1$，

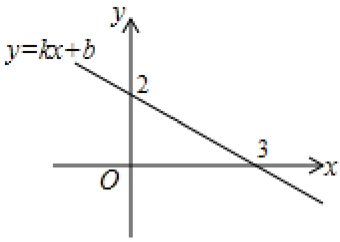
∴$k=1$，

∴y 的值随 x 的增大而增大.

故答案为：增大.

【点评】：本题考查了一次函数图象上点的坐标特征以及一次函数的性质，牢记“$k>0$，y 随 x 的增大而增大；$k<0$，y 随 x 的增大而减小”是解题的关键.

16.（填空题，2 分）一次函数 $y=kx+b$（k，b 为常数）的图象如图所示，那么关于 x 的一元一次不等式 $kx+b\geq 0$ 的解集是 ___ .



【正确答案】：[1]$x\leq 3$

【解析】：结合函数图象，写出直线不在 x 轴下方所对应的自变量的范围即可.

【解答】：解：当 $x\leq 3$ 时，$y\geq 0$，

所以关于 x 的一元一次不等式 $kx+b\geq 0$ 的解集是 $x\leq 3$.

故答案为 $x\leq 3$.

【点评】：本题考查了一次函数与一元一次不等式：从函数的角度看，就是寻求使一次函数 $y=kx+b$ 的值大于（或小于）0 的自变量 x 的取值范围；从函数图象的角度看，就是确定直线 $y=kx+b$ 在 x 轴上（或下）方部分所有的点的横坐标所构成的集合.

17.（填空题，2 分）在平面直角坐标系 xOy 中，已知四边形 ABCD 是平行四边形，点 A（1，0）、B（0，2）、C（3，3），那么点 D 的坐标为 ___ .

【正确答案】：[1]（4，1）

【解析】：由平行四边形的性质可得：BC=AD，BC||AD．通过点的坐标得到：点 B 先向右平移 3 个单位长度再向上平移 1 个单位长度得到点 C，所以点 A 先向右平移 3 个单位长度再向上平移 1 个单位长度得到点 D，根据平移法则即可得解.

【解答】：解：∵四边形 ABCD 是平行四边形，

∴BC=AD，BC||AD，

∵点 B（0，2）、C（3，3），

∴点 B 先向右平移 3 个单位长度再向上平移 1 个单位长度得到点 C，

∴点 A 先向右平移 3 个单位长度再向上平移 1 个单位长度得到点 D，

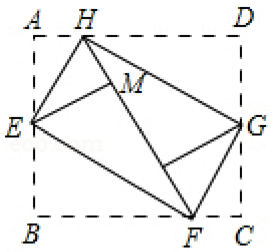
∵点 A 坐标为（1，0），

∴点 D 坐标为（4，1）.

故答案为：（4，1）.

【点评】：本题考查了坐标与图形的性质，利用平行四边形的性质：平行四边形的对边平行且相等.

18.（填空题，2 分）如图，将矩形 ABCD 的四个角向内折起，恰好拼成一个无缝无重叠的四边形 EFGH（EH＜HG），若 AB=6，AD=10，则边 EH 的长是 ___ .



【正确答案】：[1] $\sqrt{10}$

【解析】：先根据翻折，证明四边形 EFGH 为矩形，AE=EB=DG=GC=3，再利用正方形的性质证明 Rt△BEF≌Rt△DGH，得出 HF=AD，然后设 AH=x，利用勾股定理得出 $EH^2+BF^2=HF^2$，列出关于 x 的方程，求出 x 即可.

【解答】：解：∵∠HEM=∠AEH，∠BEF=∠FEM，

∴∠HEF=∠HEM+∠FEM= $\frac{1}{2}$ ×180°=90°，

同理可得：∠EHG=∠HGF=∠EFG=90°，

∴四边形 EFGH 为矩形，

∵四边形 EFGH 是矩形 ABCD 的四个角向内折起得到的，

∴EA=EM，EB=EM，AH=MH，

∴EA=EB= $\frac{1}{2}$ AB= $\frac{1}{2}$ ×6=3，

同理：GC=GD=3，

在 Rt△BEF 和△Rt△DGH 中，

$\begin{cases} EB = GD \\ EF = GH \end{cases}$，

∴Rt△BEF≌Rt△DGH（HL），

∴BF=DH，

∵FM=BF，

∴FM=DH，

∴HF=HM+FM=AH+DH=AD=10，

设 AH=x，则 BF=DH=10-x，

∴$HE^2=AH^2+AE^2=x^2+3^2$，

$EF^2=BE^2+BF^2=3^2+$（10-x）^{2}，

∵$EH^2+BF^2=HF^2$，

∴$x^2+3^2+3^2+$（10-x）$^2=10^2$，

解得：x=1 或 x=9，

∴AH=1，

∴EH= $\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$ ，

故答案为： $\sqrt{10}$.

【点评】：本题主要考查翻转的性质、矩形的判定性质、直角三角形等知识，根据翻折的性质求出 HF=10 是解题关键.

19.（问答题，6 分）解方程： $\frac{2x}{x^2+2x-3}+\frac{1}{x+3}=1$

【正确答案】：

【解析】：分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

【解答】：解：去分母得：$2x+x-1=x^2+2x-3$，

整理得：$x^2-x-2=0$，即（x-2）（x+1）=0，

解得：x=2 或 x=-1，

经检验 x=2 与 x=-1 都为分式方程的解.

【点评】：此题考查了解分式方程，利用了转化的思想，解分式方程注意要检验.

20.（问答题，6 分）解方程组： $\begin{cases} x+y=7① \\ x^2+y^2=25② \end{cases}$.

【正确答案】：

【解析】：由①得 y=7-x，将 y=7-x 代入②转化为一元二次方程．用一元二次方程的知识，解出方程的根即可．

【解答】：解：$\begin{cases} x+y=7 & ① \\ x^2+y^2=25 & ② \end{cases}$，

由①得：y=7-x ③，

将③代入②得：x^2+（7-x）^{2}=25，

整理得：x^2-7x+12=0，

解得：$x_1=3$，$x_2=4$

将上述 x 代入①得：$y_1=4$，$y_2=3$，

∴该方程组的解为$\begin{cases} x_1=3 \\ y_1=4 \end{cases}$，$\begin{cases} x_2=4 \\ y_2=3 \end{cases}$．

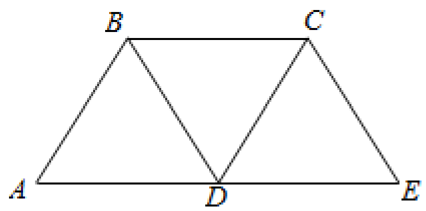
【点评】：本题考查的是解二元二次方程组，考核学生的是解二元二次方程组的能力及转化思想，因为含有二次项，所以运用代入消元法转化成课内的一元二次方程是关键．

21.（问答题，6 分）如图，点 E 是菱形 ABCD 边 AD 的延长线上一点，DE=AD，设$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$．

（1）试用向量$\vec{a}$，$\vec{b}$表示下列向量：$\overrightarrow{CE}$=__；（直接写出结论）

（2）如果∠B=120°，|$\overrightarrow{AB}$|=1，那么|$\overrightarrow{AC}$|=__；（直接写出结论）

（3）在图上求作：$\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CE}$．（保留作图痕迹，不要求写作法，写出结论．）



【正确答案】：-$\vec{a}+\vec{b}$；$\sqrt{3}$

【解析】：（1）利用菱形的性质以及三角形法则求解即可.

（2）连接 AC 交 BD 于点 O．解直角三角形求出 AC，可得结论.

（3）如图，延长 CD 到 T，使得 DT=CD，则 AT || EC，AT=EC，利用三角形法则作出图形即可.

【解答】：解：（1）∵四边形 ABCD 是菱形，

∴BC=AD，BC || AD，AB=CD，AB || CD

∵AD=DE，

∴BC=DE，

∴ $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DE}$=- $\vec{a}+\vec{b}$ ，

故答案为：- $\vec{a}+\vec{b}$.

（2）连接 AC 交 BD 于点 O．

∵四边形 ABCD 是菱形，

∴AC⊥BD，OA=OC，∠ABD=∠CBD=60°，

∵| $\overrightarrow{AB}$ |=1，

∴AB=1，

∴OA=AB•sin60°= $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

∴AC=2OA= $\sqrt{3}$ ，

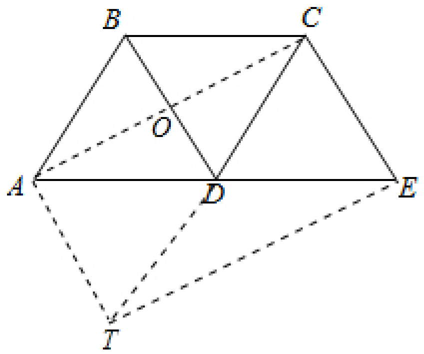
∴| $\overrightarrow{AC}$ |= $\sqrt{3}$ ，

故答案为： $\sqrt{3}$.

（3）如图，延长 CD 到 T，使得 DT=CD，连接 ET，则四边形 ATEC 是平行四边形，AT=EC，AT || EC，

∴ $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AT}=\overrightarrow{CT}$ ，

∴ $\overrightarrow{CT}$ 即为所求.

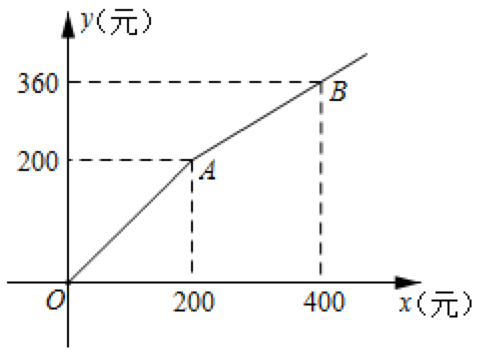


【点评】：本题考查作图-复杂作图，等边三角形的判定和性质，菱形的性质，平面向量等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造平行四边形解决问题，属于中考常考题型．

22.（问答题，6 分）今年初，很多商场由于受新型冠状病毒肺炎疫情的影响，产品销售情况不如人意．有甲、乙两家商场利用网络平台进行销售．其中甲商场所有商品按 9 折出售，乙商场对一次购物中超过 200 元后的金额打 k 折（k 为 1 到 9 之间的整数）．设顾客所购商品原来金额为 x 元，在甲、乙两家商场实际支付金额分别为 y_1 元和 y_2 元．

（1）顾客在乙商场购物时，y_2 与 x 之间函数图象如图所示（图中线段 OA 和射线 AB），求当 x＞200 时，y_2 与 x 之间函数解析式；

（2）当 x=500 时，甲、乙两个商场中，去哪商场购物更省钱？



【正确答案】：

【解析】：（1）根据 y_2 与 x 之间函数图象利用待定系数法即可求解；

（2）根据甲商场所有商品按 9 折出售，（1）求得的当 x＞200 时，y_2 与 x 之间函数解析式分别求出甲、乙两家商场实际支付金额，比较即可解答．

【解答】：解：（1）设当 x＞200 时，y_2 与 x 之间函数解析式为 $y_2=kx+b$，

由图象得，$\begin{cases}200k+b=200\\400k+b=360\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=0.8\\b=40\end{cases}$，

∴当 x＞200 时，y_2 与 x 之间函数解析式为 $y_2=0.8x+40$（x＞200）；

（2）当 x=500 时，

甲商场实际支付金额为 $y_1=500\times0.9=450$（元），

乙商场实际支付金额为 $y_2=0.8\times500+40=440$（元），

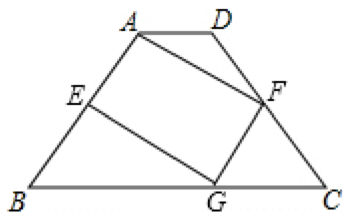
所以当 x=500 时，去乙商场购物更省钱.

【点评】：本题考查了一次函数的应用，一次函数图象，读懂题目信息，理解两家商场的让利方法是解题的关键.

23.（问答题，8 分）如图，已知等腰梯形 ABCD 中，AD || BC，E、F 分别是两腰的中点，联结 AF，过点 F 作 FG || AB，交 BC 于点 G，联结 EG.

（1）求证：四边形 AEGF 是平行四边形；

（2）当∠GFC=2∠EGB 时，求证：四边形 AEGF 是矩形.



【正确答案】：

【解析】：（1）根据等腰梯形的性质得到∠B=∠C，根据平行线的性质得到∠FGC=∠B，得到∠FGC=∠C，推出 AE=FG，于是得到四边形 AEGF 是平行四边形；

（2）连接 DG，根据直角三角形的判定得到∠DGC=90°，∠FDG=∠FGD，由三角形的外角的性质得到∠CFG=2∠DGF，等量代换得到∠DGF=∠BGE，求得∠EGF=90°，于是得到结论.

【解答】：（1）证明：∵梯形 ABCD 中，AD || BC，AB=CD，

∴∠B=∠C，

∵AB || FG，

∴∠FGC=∠B，

∴∠FGC=∠C，

∴FG=FC，

∵AB=CD，E、F 分别是腰 AB、CD 的中点，

∴AE=CF，

∴AE=FG，

∴四边形 AEGF 是平行四边形；

（2）证明：连接 DG，

∵FG=DF=CF，

∴∠DGC=90°，∠FDG=∠FGD，

∵∠CFG=∠FDG+∠DGF，

∴∠CFG=2∠DGF，

∵∠GFC=2∠EGB，

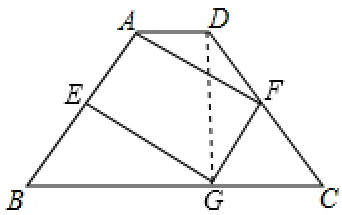
∴∠DGF=∠BGE，

∵∠DGF+∠FGC=90°，

∴∠FGC+∠BGE=90°，

∴∠EGF=90°，

∴四边形 AEGF 是矩形.



【点评】：本题考查了等腰梯形的性质，矩形的判定，平行四边形的判定，直角三角形的判定和性质，正确的作出辅助线是解题的关键.

24.（问答题，8 分）甲乙两人各加工 300 个零件，甲比乙少用 1 小时完成任务；乙改进操作方法，使生产效率提高了一倍，结果乙完成 300 个零件所用的时间比甲完成 250 个零件所用的时间少 $\frac{1}{2}$ 小时．问甲乙两人原来每小时各加工多少个零件.

【正确答案】：

【解析】：设乙原来每小时加工 x 个零件，则改进操作方法后乙每小时加工 2x 个零件，利用工作时间=工作总量÷工作效率，结合乙完成 300 个零件所用的时间比甲完成 250 个零件所用

的时间少$\frac{1}{2}$小时，即可得出关于 x 的分式方程，解之经检验后即可得出 x 的值，再利用甲的工作效率=300÷（乙加工 300 个零件所需时间-1），即可求出甲的工作效率.

【解答】：解：设乙原来每小时加工 x 个零件，则改进操作方法后乙每小时加工 2x 个零件，

依题意得：$\frac{250}{300}\times(\frac{300}{x}-1)-\frac{300}{2x}=\frac{1}{2}$，

解得：x=75，

经检验，x=75 是原方程的解，且符合题意，

∴300÷（$\frac{300}{x}$-1）=100（个）.

答：甲每小时加工 100 个零件，乙原来每小时加工 75 个零件.

【点评】：本题考查了分式方程的应用，找准等量关系，正确列出分式方程是解题的关键.

25.（问答题，8 分）在一次数学研究性学习中，小明将两个全等的直角三角形纸片 ABC 和 DEF 拼在一起，使点 A 与点 F 重合，点 C 与点 D 重合（如图 1），其中∠ACB=∠DFE=90°，BC=EF=6cm，AC=DF=9cm，并进行如下研究活动：将图 1 中的纸片 DEF 沿 AC 方向平移，联结 AE，BD（如图 2）.

（1）求证：图 2 中的四边形 ABDE 是平行四边形；

（2）当纸片 DEF 平移到某一位置时，小明发现四边形 ABDE 为矩形（如图 3）. 求此时 AF 的长；

（3）在纸片 DEF 平移的过程中，四边形 ABDE 能成为菱形吗？如果可以，直接写出 AF 的长，如果不可以，说明理由.

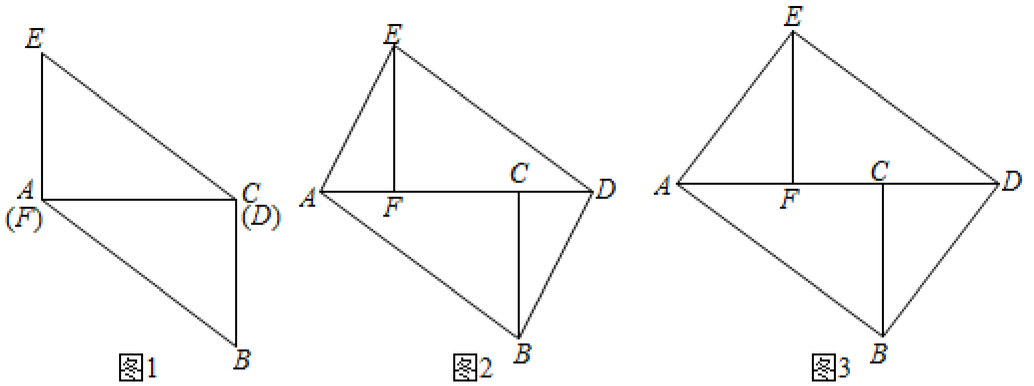


图1　图2　图3

【正确答案】：

【解析】：（1）根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，即可证得结论；

（2）设 AF=DC=x cm，则 AD=AC+CD=（9+x）cm，由四边形 ABDE 为矩形，可得 $AE^2+ED^2=AD^2$，建立方程求解即可；

（3）设 AF=DC=x cm，根据 AE=DE，建立方程求解即可.

【解答】：解：（1）∵两个全等的直角三角形纸片 ABC 和 DEF 拼在一起，

∴ED=AB，∠EDF=∠BAC，

∴ED || AB，

∴四边形 ABDE 是平行四边形；

（2）∵将图 1 中的纸片 DEF 沿 AC 方向平移，

∴AF=DC，

∵BC=EF=6cm，AC=DF=9cm，

∴设 AF=DC=x cm，则 AD=AC+CD=（9+x）cm，

∵∠DFE=90°=∠AFE，

∴$AE^2=AF^2+EF^2=x^2+6^2$，$ED^2=DF^2+EF^2=9^2+6^2$，

∵四边形 ABDE 为矩形，

∴∠AED=90°，

∴$AE^2+ED^2=AD^2$，

即 $x^2+6^2+9^2+6^2=(9+x)^2$，

解得：x=4，

即 AF=4cm；

（3）纸片 DEF 平移的过程中，四边形 ABDE 能成为菱形.

∵四边形 ABDE 能成为菱形，

∴AE=DE，

∴$AE^2=DE^2$，

设 AF=DC=x cm，

∵∠DFE=∠AFE=90°，

∴$AE^2=AF^2+EF^2=x^2+6^2$，$ED^2=DF^2+EF^2=9^2+6^2$，

∴$x^2+6^2=9^2+6^2$，

解得：x=9 或 x=-9（舍去），

即 AF=9cm，

∴当 AF=9cm 时，四边形 ABDE 能成为菱形.

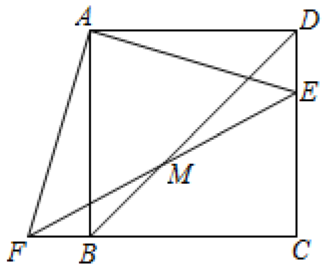
【点评】：本题是四边形综合题，考查了平行四边形的判定与性质，平移的性质，矩形的性质，菱形的判定和性质，全等三角形的判定与性质，平行线的判定与性质，勾股定理等知识，熟练掌握全等三角形的判定与性质是解题的关键.

26.（问答题，10 分）如图，已知点 E、F 分别是正方形 ABCD 边 CD 以及边 CB 延长线上的点（与正方形顶点不重合），满足 DE=BF．联结 EF，交对角线 BD 于点 M．

（1）联结 AE，AF，求证：AE⊥AF；

（2）求证：ME=MF；

（3）如果正方形边长为 1，设 BF=x，△BFM 的面积为 y，求 y 关于 x 的函数关系式.



【正确答案】：

【解析】：（1）根据正方形性质可得∠ABF=90°=∠ADE，AD=AB，进而证明△ABF≌△ADE（SAS），即可证得结论；

（2）过点 E 作 EN || CF 交 BD 于点 N，证明△MEN≌△MFB（AAS），即可证得结论；

（3）过点 M 作 MP⊥CF 于点 P，连结 MC，由 BF=DE=x，可得出 CE=DC-DE=1-x，MP= $\frac{1}{2}$ CE= $\frac{1}{2}$ （1-x），利用三角形面积公式即可得出答案.

【解答】：解：（1）∵四边形 ABCD 是正方形，

∴∠ADE=∠BAD=∠ABC=90°，AD=AB，

∴∠ABF=90°=∠ADE，

在△ABF 和△ADE 中，

$\begin{cases} AB=AD \\ \angle ABF=\angle ADE \\ BF=DE \end{cases}$，

∴△ABF≌△ADE（SAS），

∴∠BAF=∠DAE，

又∵∠BAE+∠DAE=∠BAD=90°，

∴∠BAE+∠BAF=∠EAF=90°，

∴AE⊥AF；

（2）如图 1，过点 E 作 EN || CF 交 BD 于点 N，

∴∠NEF=∠BFE，

∵四边形 ABCD 是正方形，

∴AD || BC，∠ADC=90°，∠NDE=45°，

∴EN || AD，

∴∠DEN=90°，

∴∠DNE=45°，

∴∠NDE=∠DNE=45°，

∴NE=DE=BF，

在△MEN 和△MFB 中，

∵$\begin{cases}\angle NME=\angle BMF\\ \angle NEF=\angle BFE\\ NE=BF\end{cases}$，

∴△MEN≌△MFB（AAS），

∴ME=MF；

（3）如图 2，过点 M 作 MP⊥CF 于点 P，连结 MC，

∵四边形 ABCD 是正方形且边长为 1，

∴∠DCB=90°，BC=DC=1，

又∵ME=MF=$\frac{1}{2}$EF，

∴MC=$\frac{1}{2}$EF=ME=MF，

又∵MP⊥CF，

∴PF=PC，

又∵ME=MF，

∴MP=$\frac{1}{2}$CE，

∵BF=DE=x，

∴CE=DC-DE=1-x，

∴MP=$\frac{1}{2}$CE=$\frac{1}{2}$（1-x），

∵△BFM 的面积为 y，

∴y=$\frac{1}{2}$BF•MP=$\frac{1}{2}$x•$\frac{1}{2}$（1-x）$=-\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{4}$x，

∴y 关于 x 的函数关系式为 y= $-\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{4}$x.

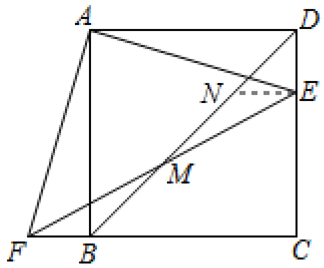


图1

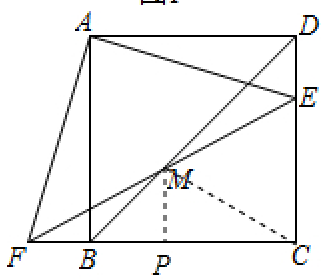


图2

【点评】：本题是四边形综合题，考查了正方形性质，全等三角形判定和性质，直角三角形性质，等腰三角形性质，三角形面积公式等，添加辅助线构造全等三角形是解题关键.