上海市沪教版宝山区初三数学二模卷

参考答案及评分标准

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1．D；　**2**．B；　**3**．D；　**4**．A；　**5**．B；　**6**．A．

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7．a^4；　**8**．$m(m-3)$；　**9**．$x<1$；　**10**．$x=-2$；　**11**．1.14×10^{12}；　**12**．560；

13．6.5；　**14**．6；　**15**．$\vec{a}-\vec{b}$；　**16**．150；　**17**．$\dfrac{4}{25}$；　**18**．1或$\dfrac{40}{13}$．

三、解答题（本大题共 8 题，满分 78 分）

19．**（本题满分 10 分）**

解：原式$=4-(\sqrt{2}+1)-(3-2\sqrt{2})$……………………………………（2 分+2 分+2 分+2 分）

$=\sqrt{2}$．……………………………………………………………………………（2 分）

20．**（本题满分 10 分）**

解：$3\cdot 2x=(x+1)+2x(x+1)$……………………………………………………………（3 分）

$2x^2-3x+1=0$……………………………………………………………………（2 分）

$(2x-1)(x-1)=0$…………………………………………………………………（1 分）

$x_1=\dfrac{1}{2}$，$x_2=1$……………………………………………………………………（2 分）

经检验$x_1=\dfrac{1}{2}$，$x_2=1$都是原方程的解，………………………………………………（1 分）

所以，原方程的根是$x_1=\dfrac{1}{2}$，$x_2=1$．…………………………………………………（1 分）

21．**（本题满分 10 分，其中第（1）小题 5 分，第（2）小题 5 分）**

解：（1）由直线$y=x+3$经过$C(2，m)$，可得$m=5$, 于是C（2，5），…………（2 分）

由点 C 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图像上，可得 $k=10,$ …………（2 分）

所以，反比例函数的解析式是 $y=\frac{10}{x}$. …………（1 分）

（2）点 D 在过点 C 且平行于 x 轴的直线 l 上，则 D（a，5），………（1 分）

过点 A 作 $AE\perp l$, 垂足为点 E, 直线 l 与 y 轴交于点 F,

点 D 在点 C 左侧或右侧总有

$$S_{\Delta ABD}=S_{\Delta ACD}-S_{\Delta BCD}=\frac{1}{2}\cdot CD\cdot(AE-BF)$$ ………（2 分）

由 A（-3，0），B（0，3）

$$S_{\Delta ABD}=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot(5-2)=\frac{9}{2}$$ ……….（2 分）

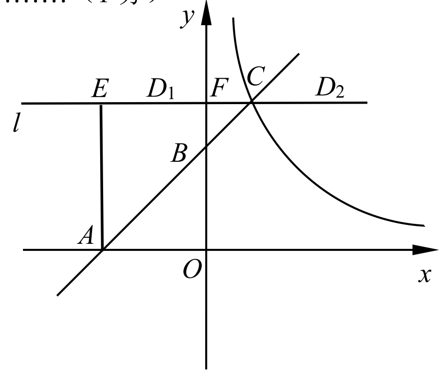


图 7

22．（本题满分 10 分）

解：过点 C 作 $CG\perp AB$, 垂足为点 G, ………………（1 分）

在 $Rt\triangle ACG$ 中，$\sin\angle ACG=\frac{AG}{AC}$，………………（1 分）

∵AC=6 米，∴ $AG=AC\cdot\sin\angle ACG\approx 6\times 0.3=1.8$．…………（1 分）

∵AB＝5 米，∴BG=3.2 米，……………………………………………（1 分）

∵$CG\parallel BF$，$AB\perp BF$，$CH\perp BF$，

∴CH=BG=3.2 米，……………………………………………………（1 分）

过点 C 作 $CH\perp BF$，垂足为点 H, ……………………………………………………（1 分）

在 $Rt\triangle CDH$ 中，$DH=\frac{CH}{\tan\angle CDH}$，……………（1 分）

$\therefore DH\approx\frac{3.2}{0.75}\approx 4.27,$ …………………………………（1 分）

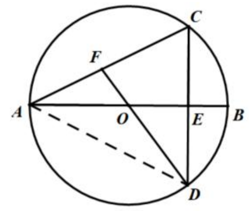
同理 $EH\approx 0.43$，…………………………………………………………（1 分）

$\therefore DE=DH-EH=4.27-0.43\approx 3.8$ 米……………………………（1 分）

答：该区域深度 DE 的长为 3.8 米.

23．（本题满分 12 分，第(1)小题满分 6 分，第(2)小题满分 6 分）

（1）证明：联结 AD，………………………（1 分）



∵直径 AB 垂直于弦 CD,

$\therefore CE=DE=\frac{1}{2}CD$，………………………（1 分）

∵$AB\perp CD$，

∴$AC=AD$，

∵$AB\perp CD$，

∴$\angle FAO=\angle DAO$， …………………………(1 分)

∵$OA=OD$，

∴$\angle DAO=\angle ODA$，

∴$\angle FAO=\angle ODA$，……………………………………………………………（1 分）

∵ $\angle AFO=\angle AFD$，

∴$\triangle AFO\backsim\triangle AFD$，……………………………………………………………（1 分）

$\therefore \frac{AF}{OF}=\frac{DF}{AF}$，

∴$AF^2=OF\cdot DF$. ……………………………………………………………………（1 分）

（2）∵ $CE=DE=\frac{1}{2}CD$，$CD=8$，

∴$CE=DE=4$，…………………………………………………………………………（1 分）

在 $Rt\triangle DEO$ 中，$OE^2+DE^2=OD^2$，

由 $BE=2$，设 $OD=OB=r$，则 $OE=r-2$，$(r-2)^2+4^2=r^2$，$r=5$，……………（1 分）

∴$OE=3$，$AE=8$，

在 $Rt\triangle ADE$ 中，$AD=\sqrt{AE^2+DE^2}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$， ……………（1 分）

∵$\triangle AFO\backsim\triangle AFD$，

$\therefore \frac{AF}{OF}=\frac{DF}{AF}=\frac{AO}{AD}$，……………………………………………………………（1 分）

设 $AF=y$，$OF=x$，

$\therefore \dfrac{y}{x}=\dfrac{x+5}{y}=\dfrac{5}{4\sqrt{5}}$，……………………………………………………………（1 分）

解得 $x=\dfrac{25}{11}$，

$\therefore OF=\dfrac{25}{11}$…………………………………………………………………（1 分）

24．（本题满分 12 分，第(1)小题满分 4 分, 第(2)小题满分 4 分，第(3)小题满分 4 分）

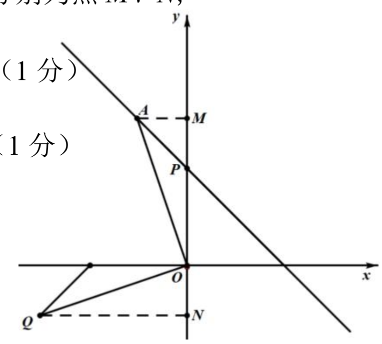
解：（1）由 $y=ax^2-2x+4=a(x-\dfrac{1}{a})^2+4-\dfrac{1}{a}$，可得 A（$\dfrac{1}{a},4-\dfrac{1}{a}$），………（1 分）

由题意设直线 PA 的表达式为 $y=kx+4(k\neq 0)$，……………………………………（1 分）

A（$\dfrac{1}{a},4-\dfrac{1}{a}$）代入得，$\dfrac{k}{a}+4=4-\dfrac{1}{a}$，$k=-1$，……………………………………（1 分）

所以，直线 PA 的表达式为 $y=-x+4$. ……………………………………………………（1 分）

（2）由抛物线开口向下且过点 P（0，4），△POA 绕点 O 逆时针旋转 90°，点 A 的对应点 Q 如图所示，**过点** A、Q **分别作** $AM\perp y$ 轴，$QN\perp y$ 轴，垂足分别为点 M、N,



于是 $\Delta AOM\cong\Delta QON$，则由 A（$\dfrac{1}{a},4-\dfrac{1}{a}$）得 Q（$\dfrac{1}{a}-4,\dfrac{1}{a}$），…（1 分）

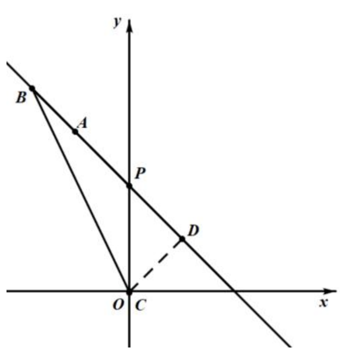
代入 $y=ax^2-2x+4$ 得 $8a^2+2a-1=0$，…………………………（1 分）

$a=-\dfrac{1}{2}$，或 $a=\dfrac{1}{4}$（舍去），……………………………（1 分）

所以，a 的值为 $-\dfrac{1}{2}$. ………………………………………（1 分）

（3）由（2）得 $y=-\dfrac{1}{2}x^2-2x+4=-\dfrac{1}{2}(x+2)^2+6$，$A(-2,6)$，…（1 分）

设平移后的抛物线表达式为 $y=-\dfrac{1}{2}(x-m)^2+4-m$，



则 $B(m,4-m)$，$C(0,-\dfrac{1}{2}m^2-m+4)$，……………（1 分）

点 B 在点 A 的上方, 点 C 在点 P 的下方，如图所示,

于是，$AB=\sqrt{(m+2)^2+(m+2)^2}=\sqrt{2}\left|m+2\right|$，

$$PC=4-(-\frac{1}{2}m^2-m+4)=\frac{1}{2}m^2+m,$$

由 $PC=\sqrt{2}AB$，可得 $\frac{1}{2}m^2+m=-2(m+2)$，

解得 $m=-4$ 或 $m=-2$（舍去）……………………（1 分）

于是 $B(-4,8)$，$C(0,0)$

过点 C **作** $CD\perp PA$，垂足为点 D，

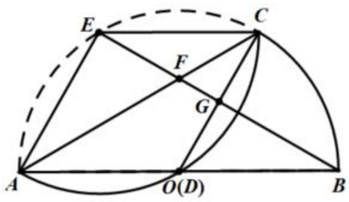
在 $Rt\triangle CDP$ **中**，$\angle DPC=45°$，$PC=4$，**可得** $CD=DP=2\sqrt{2}$，

$BP=\sqrt{(0+4)^2+(8-4)^2}=4\sqrt{2}$ **,于是** $BD=DP+BP=6\sqrt{2}$**,**

所以，**在** $Rt\triangle CDB$ **中**，$\tan\angle PBC=\frac{CD}{BD}=\frac{2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}=\frac{1}{3}$.……………（1 分）

25.（本题满分 14 分，第（1）小题①满分 4 分，第（1）小题②满分 4 分，第（2）小题满分 6 分）

解：（1）①尺规作图略………（1 分）



证明：∵E 是点 D 关于直线 AC 的对称点，

∴$AE=AD$，$CE=CD$，…………………………………（1 分）

∵$AD=CD$，

∴$AE=AD=CE=CD$，……………………………………………（1 分）

∴四边形 $ADCE$ 是菱形…………………………………………（1 分）

②∵四边形 $ADCE$ 是菱形，

∴$CE\,/\!/\,AD$，……………………………………………………………………（1 分）

∴ $\frac{CF}{AF}=\frac{CE}{AB}=\frac{1}{2}$，

同理 $\frac{FG}{EF}=\frac{CF}{AF}$，$\frac{EG}{BE}=\frac{AD}{AB}=\frac{1}{2}$，……………………………………………（1 分）

∴ $FG=\frac{1}{3}EG$，$EG=\frac{1}{2}BE$，…………………………………………………（1 分）

∴ $FG=\frac{1}{6}BE$，∴ $\frac{FG}{BE}=\frac{1}{6}$.………………………………………………………（1 分）

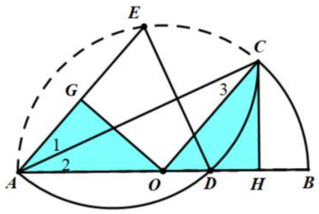
（2）

Ⅰ.当点 D 在点 O 右侧，

作点 D 关于直线 AC 的对称点 E，联结 DE、AE,

过点 O **作** $OG\perp AE$，垂足为点 G，**过点** C **作** $CH\perp AB$，垂足为点 H，…（1 分）

$\therefore \angle AGO=\angle OHC=90^{\circ}$，



$\because AE=AD$，$DE\perp AC$, $\therefore \angle 1=\angle 2$，

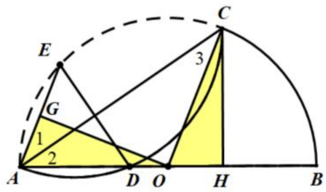
$\because AO=CO$，$\therefore \angle 3=\angle 2$，

$\therefore \angle COH=\angle 2+\angle 3=2\angle 2$，

$\because \angle OAG=\angle 1+\angle 2=2\angle 2$

$\therefore \angle COH=\angle OAG$，

$\because AO=CO$，$\therefore \Delta OAG\cong COH$，$\therefore AG=OH$，…（1 分）



$\because AB=10$，$OD=1$，$\therefore AD=AE=6$，

$\because OG\perp AE$, $\therefore AG=\dfrac{1}{2}AE=3$，……………………（1 分）

$\therefore OH=3$，$AH=8$，

在 $Rt\triangle COH$ 中，$CH=\sqrt{CO^{2}-OH^{2}}=\sqrt{5^{2}-3^{2}}=4$,……………………（1 分）

在 $Rt\triangle ACH$ 中，$AC=\sqrt{AH^{2}+CH^{2}}=\sqrt{8^{2}+4^{2}}=4\sqrt{5}$.…………………（1 分）

Ⅱ. 当点 D 在点 O 左侧，同理可得 $AC=\sqrt{70}$.…………………………………（1 分）

综上所述：折痕 AC 的长为 $4\sqrt{5}$ 或者 $\sqrt{70}$.

崇明区 2023 学年第二学期教学质量调研测试卷

九年级数学参考答案

一、选择题

1．A； **2**．B； **3**．C； **4**．C； **5**．B； **6**．D；

二、填空题

7. $-\sqrt{2}$； **8**．$x(x-8)$； **9**．-1； **10**．$x=1$； **11**．$k>\dfrac{4}{3}$； **12**．$\dfrac{3}{7}$；

13．$\sqrt{3}$； **14**. 2800； **15.** $\dfrac{5}{2}\vec{a}+\vec{b}$； **16**. $\dfrac{1}{9}$； **17**. $\dfrac{2}{9}$； **18**. $y=\dfrac{3}{2}x^2+\dfrac{1}{4}x-\dfrac{7}{4}$.

三、解答题

19．解：原式$=3\sqrt{2}-3+2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}$

$=3\sqrt{2}+1$

20．解：由②得：$(x-3y)(x+2y)=0$

所以$x-3y=0$或$x+2y=0$

原方程组可化为：$\begin{cases}x-2y=4\\x-3y=0\end{cases}$或$\begin{cases}x-2y=4\\x+2y=0\end{cases}$

所以原方程组的解为：$\begin{cases}x_1=12\\y_1=4\end{cases}$，$\begin{cases}x_2=2\\y_2=-1\end{cases}$

21．解：（1）∵正比例函数$y=\dfrac{3}{4}x$的图像与反比例函数$y=\dfrac{k}{x}$ $(k\neq 0, x>0)$的图像相交于点$A(a,3)$

∴把$A(a,3)$代入$y=\dfrac{3}{4}x$，得：$3=\dfrac{3}{4}a$，解得：$a=4$，

把$A(4,3)$代入$y=\dfrac{k}{x}$，得：$3=\dfrac{k}{4}$，解得：$k=12$，

∴反比例函数的解析式为$y=\dfrac{12}{x}$.

（2）过点A作$AH\perp x$轴，垂足为点H，则$H(4,0)$，$OH=4$，$AH=3$，

∵ $BD\perp x$ 轴

∴ $AH/\!/BD$,

∴ $\dfrac{OH}{OD}=\dfrac{OA}{OB}=\dfrac{AH}{BD}$,

∵ $OA=2AB$，∴ $\dfrac{OA}{OB}=\dfrac{2}{3}$

∴ $\dfrac{4}{OD}=\dfrac{2}{3}=\dfrac{3}{BD}$，解得：$OD=6$，$BD=\dfrac{9}{2}$,

∴ $B(6,\dfrac{9}{2})$,

设$C(6,y_c)$，把$C(6,y_c)$代入$y=\dfrac{12}{x}$，得$C(6,2)$,

∵ $AB=\sqrt{(4-6)^2+(3-\dfrac{9}{2})^2}=\dfrac{5}{2}$，$BC=\dfrac{9}{2}-2=\dfrac{5}{2}$,

∴ $AB=BC$，即$\triangle ABC$是等腰三角形.

22．解：（1）答：当挖掘机在A处时，能挖到距A水平正前方6米远的土石.

过点B作$BD\perp AC$，垂足为点D，则$\angle ADB=\angle BDC=90°$,

由题意得：$AB=4.8$米，$\angle DAB=25°$，$\angle ABC=110°$,

∴ $\angle ABD=65°$，$\angle CBD=45°$,

在Rt$\triangle ABD$中，$BD=AB\cdot\sin\angle DAB\approx4.8\times0.4=1.92$米,

$AD=AB\cdot\cos\angle DAB\approx4.8\times0.9=4.32$米,

在Rt$\triangle CBD$中，$CD=BD\cdot\tan\angle CBD=BD=1.92$米,

∵ $AC=CD+AD=1.92+4.32=6.24$米＞6米,

∴当挖掘机在A处时，能挖到距A水平正前方6米远的土石.

（2）设工程队原计划每天挖x米.

根据题意可列方程：$\dfrac{1200}{x}-\dfrac{1200}{x+20}=3$,

解得：$x_1=80$，$x_2=-100$

经检验$x_2=-100$不符合题意，舍去，∴ $x=80$.

答：工程队原计划每天挖80米.

23．证明：（1）过点O作$OM\perp AD$，$ON\perp AB$，垂足为分别为点M、N.

∵ AC平分$\angle DAB$,

∴ $\angle BAC=\angle DAC$，$OM=ON$,

∵ OM、ON是弦心距， ∴ $AD=AB$，

∵ $AB/\!/CD$， ∴ $\angle DCA=\angle BAC$，

∴ $\angle DAC=\angle DCA$，∴ $AD=CD$，

∴ $AB=CD$，

∵ $AB/\!/CD$，∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∵ $AD=AB$，∴四边形 $ABCD$ 是菱形.

（2）∵ $AB^2=AC\cdot EC$，$AB=CD$，

∴ $\dfrac{EC}{CD}=\dfrac{CD}{AC}$，

∵ $\angle DCE=\angle ACD$，

∴ $\triangle DCE\backsim\triangle ACD$，

∴ $\angle EDC=\angle DAC$，

∵ $AB/\!/CD$，∴ $\angle EDC=\angle F$，

∵ $\angle DAC=\angle BAC$，∴ $\angle BAC=\angle F$，

∴ $AE=EF$.

24．解：（1）∵直线 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+3$ 与 y 轴交于点 B，∴ $B(0,3)$，

∵抛物线 $C_1: y=\dfrac{1}{3}x^2+bx+c$ 经过 $B(0,3)$、$C(1,0)$

∴ $\begin{cases}0=\dfrac{1}{3}+b+c\\ c=3\end{cases}$， 解得 $\begin{cases}b=-\dfrac{10}{3}\\ c=3\end{cases}$

∴抛物线的表达式为 $y=\dfrac{1}{3}x^2-\dfrac{10}{3}x+3$，

∵ $y=\dfrac{1}{3}x^2-\dfrac{10}{3}x+3=\dfrac{1}{3}(x-\dfrac{5}{3})^2-\dfrac{16}{3}$， ∴ $D(5,-\dfrac{16}{3})$.

（2）∵把 $y=0$ 代入 $y=\dfrac{1}{3}x^2-\dfrac{10}{3}x+3$，解得：$x_1=1$，$x_2=9$，

∴ $E(9,0)$，则 $OE=9$，

过点 D 作 $DH\perp x$ 轴，垂足为点 H，

∴ $H(5,0)$，则 $EH=4$，$DH=\dfrac{16}{3}$，

$\therefore \angle DHE = 90°$，$\therefore \angle DEH + \angle HDE = 90°$，

$\because \angle PED = 90°$，即 $\angle DEH + \angle PEO = 90°$，

$\therefore \angle HDE = \angle PEO$，

$\because$ 在 $\text{Rt}\Delta DEH$ 中，$\tan \angle HDE = \dfrac{EH}{DH} = \dfrac{4}{\frac{16}{3}} = \dfrac{3}{4}$，

$\therefore$ $\tan \angle PEO = \tan \angle HDE = \dfrac{3}{4}$，即在 $\text{Rt}\Delta PEO$ 中，$\dfrac{PO}{OE} = \dfrac{3}{4}$，

解得：$PO = \dfrac{27}{4}$，$\therefore P(0, \dfrac{27}{4})$（负值舍）．

（3）$\because$ 直线 $y = \dfrac{\sqrt{3}}{3}x + 3$ 与 x 轴交于点 A，$\therefore A(-3\sqrt{3}, 0)$，即 $OA = 3\sqrt{3}$,，

$\because OB = 3$，$\therefore \tan \angle BAO = \dfrac{OB}{OA} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$，$\therefore \angle BAO = 30°$，

$\therefore$ 由翻折得：$AM = AQ$，$\angle MAQ = 2\angle BAO = 60°$，$\therefore \triangle AMQ$ 是等边三角形

设平移后的抛物线 C_2 的表达式为 $y = \dfrac{1}{3}(x - \text{m})^2$，则 $M(\text{m}, 0)$

$\because$ 翻折后点 M 的对应点 Q 在抛物线 C_2 上，$\therefore$ 点 M 在点 A 的右侧，

$\therefore AM = m - (-3\sqrt{3}) = m + 3\sqrt{3}$，

过点 Q 作 $QN \perp x$ 轴，垂足为点 N，则点 N 为 AM 的中点，$\therefore N(\dfrac{\text{m} - 3\sqrt{3}}{2}, 0)$，

$\therefore \text{Rt}\Delta QAN$ 中，$QN = AQ \bullet \sin \angle QAN = \dfrac{\sqrt{3}}{2} AM = \dfrac{\sqrt{3}}{2}(\text{m} + 3\sqrt{3}) = \dfrac{\sqrt{3}\text{m} + 9}{2}$

$\therefore Q(\dfrac{\text{m} - 3\sqrt{3}}{2}, \dfrac{\sqrt{3}\text{m} + 9}{2})$，

代入 C_2：$y = \dfrac{1}{3}(x - \text{m})^2$，得：$\dfrac{\sqrt{3}\text{m} + 9}{2} = \dfrac{1}{3}(\dfrac{\text{m} - 3\sqrt{3}}{2} - \text{m})^2$，

解得：$\text{m} = 3\sqrt{3}$，（$\text{m} = -3\sqrt{3}$ 舍），

$\therefore$ 平移后的抛物线 C_2 的表达式为 $y = \dfrac{1}{3}(x - 3\sqrt{3})^2$．

25．解：（1）在 $Rt\triangle ABC$ 中，$AC = 6, \sin B = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{3}{5}$，$\therefore AC = 10$，$BC = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$．

①$\because DE /\!/ AC$，$\therefore \dfrac{DE}{AC}=\dfrac{BD}{AD}=\dfrac{BE}{BC}$，即$\dfrac{DE}{6}=\dfrac{8}{10}=\dfrac{BE}{8}$，

解得：$DE=\dfrac{24}{5}$，$BE=\dfrac{32}{5}$，则$EC=\dfrac{8}{5}$，

$\because$点Q是DE中点，$\therefore QE=\dfrac{1}{2}DE=\dfrac{12}{5}$，

$\because QE /\!/ AC$，$\therefore \dfrac{QE}{AC}=\dfrac{PE}{PC}$，即$\dfrac{\frac{12}{5}}{6}=\dfrac{PC-\frac{8}{5}}{PC}$，

解得：$PC=\dfrac{8}{3}$.

②当$\triangle ADQ$与$\triangle ABP$相似时，$\angle BAP$是公共角，$\angle ADQ>\angle B$，

$\therefore$只有一种情况，即$\angle AQD=\angle B$，

$\because DE /\!/ AC$，$\therefore \angle AQD=\angle PAC$，$\therefore \angle B=\angle PAC$

$\therefore \tan\angle PAC=\dfrac{PC}{AC}=\tan B=\dfrac{AC}{BC}$，即$\dfrac{PC}{6}=\dfrac{6}{8}$，

解得：$PC=\dfrac{9}{2}$，

设$AD=x$，由①可知：$\dfrac{DE}{AC}=\dfrac{BD}{AD}=\dfrac{BE}{BC}$，即$\dfrac{DE}{6}=\dfrac{10-x}{10}=\dfrac{BE}{8}$，

则$DE=\dfrac{3}{5}(10-x)$，$BE=\dfrac{4}{5}(10-x)$，

$\therefore QE=\dfrac{1}{2}DE=\dfrac{3}{10}(10-x)$，$EC=8-BE=\dfrac{4}{5}x$，

$\because QE /\!/ AC$，$\therefore \dfrac{QE}{AC}=\dfrac{PE}{PC}$，即$\dfrac{\frac{3}{10}(10-x)}{6}=\dfrac{\frac{9}{2}-\frac{4}{5}x}{\frac{9}{2}}$，

解得：$x=\dfrac{90}{23}$，即$AD=\dfrac{90}{23}$.

（2）当$\triangle ADQ$是以AD为腰的等腰三角形时，

1’ 点D在边AB上，

$\because \angle ADQ>90^\circ$，$\therefore$只有一种情况：$AD=DQ$

$\therefore AD=DQ=\dfrac{1}{2}DE$，

$\because DE /\!/ AC$，$\therefore \dfrac{DE}{AC}=\dfrac{BD}{AD}$，$\therefore \dfrac{2AD}{6}=\dfrac{10-AD}{10}$，

解得：$AD=\dfrac{30}{13}$，此时$EC=\dfrac{24}{13}$，

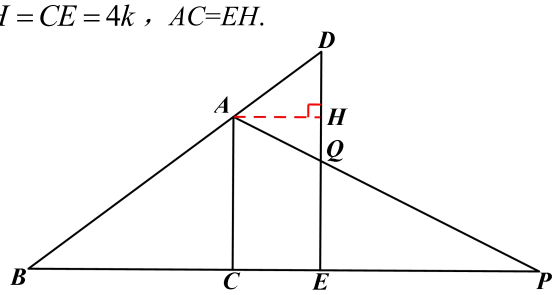
$\because AD+EC=\dfrac{30}{13}+\dfrac{24}{13}=\dfrac{54}{13}<6$，即 $AC>r_A+r_c$，$\therefore \odot A$与$\odot C$ 外离.

2’ 点 D 在边 BA 延长线上，

由 $DE // AC$ 得：$\angle ADQ=\angle BAC$，$\sin\angle ADQ=\dfrac{4}{5}$，设 $AD=5k$，

过点 A 作 $AH\perp DE$，则四边形 $ACEH$ 为矩形，$AH=CE=4k$，$AC=EH$.

① $AD=DQ=5k$，



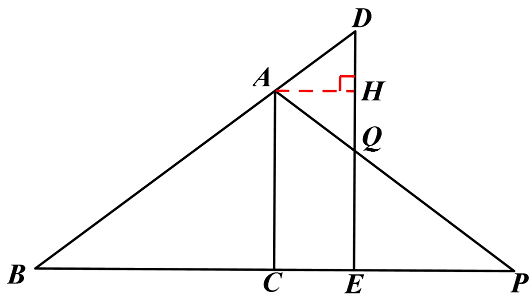
$\therefore DH=3k$，$\therefore DE=2DQ=10k$，$EH=7k$

$\because AC=EH$，$\therefore 7k=6$，解得：$k=\dfrac{6}{7}$，

$\therefore AD=\dfrac{30}{7}$，$CE=AH=\dfrac{24}{7}$，

$\because AD-CE=\dfrac{6}{7}$，$AD+CE=\dfrac{54}{7}$，$\therefore r_A-r_c<AC<r_A+r_c$，$\therefore \odot A$与$\odot C$ 相交.

② $AD=AQ=5k$，



$\because AH\perp DQ$，$\therefore DH=QH=3k$，

$\therefore DE=2DQ=12k$，$\therefore EH=9k$

由 $AC=EH$，可得 $9k=6$，解得：$k=\dfrac{2}{3}$，

$\therefore AD=\dfrac{10}{3}$，$CE=AH=\dfrac{8}{3}$，

$\because AD+CE=6=AC$，即 $AC=r_A+r_c$，　$\therefore \odot A$与$\odot C$ 外切.

奉贤区 2023 学年第二学期教学质量调研测试卷

九年级数学参考答案

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. D　　2. C　　3. A　　4. B　　5. C　　6. D

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. $\dfrac{3}{x}$　　8. 3　　9. $(2m+1)(2m-1)$　　10. $x \ne \dfrac{1}{2}$

11. $x \le -1$　　12. 3.2×10^{8}　　13. $\dfrac{3}{4}$　　14. 线段 AB 的垂直平分线

15. $-2\vec{a}+3\vec{b}$　　16. $2\sqrt{7}$　　17. $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$　　18. $0<OG<\sqrt{3}$

三、解答题（**本大题共 7 题，其中 19-22 题每题 10 分，23、24 题每题 12 分，25 题 14 分，满分 78 分**）

19. 解：原式$=2+(2+\sqrt{3})-4+(2-\sqrt{3})$……8 分

$=2$……2 分

20. 法一：

解：由②得，$(x+2y)(x-2y)=-3$ ③……2 分

将①代入③得，$x-2y=-3$……2 分

得新方程组：$\begin{cases} x+2y=1 \\ x-2y=-3 \end{cases}$……1 分

解得 $\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$……4 分

所以，原方程组的解为 $\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$……1 分

法二：

解：由①得，$x=1-2y$ ③……2 分

将③代入②得，$(1-2y)^2-4y^2=-3$……2 分

化简得：$-4y=-4$……1 分

解得 $y=1$

将 $y=1$ 代入③得，$x=-1$ ....4 分

所以，原方程组的解为 $\begin{cases}x=-1\\y=1\end{cases}$ ....1 分

21.（1）解：将 A（2，m）代入 $y=2x-3$，解得 $m=1$，A（2，1）........................2 分

将 A（2，1）代入 $y=\frac{k}{x}$，解得 $k=2$ ....1 分

∴反比例函数解析式为 $y=\frac{2}{x}$ ....1 分

（2）设 M（a，$\frac{2}{a}$），则 N（a，0）..1 分

∴ $MN=\frac{2}{a}$，$x_M-x_A=a-2$ ....2 分

∴ $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{a}\cdot(a-2)=\frac{1}{4}$ ....1 分

解得 $a=\frac{8}{3}$

所以，点 M 的坐标为（$\frac{8}{3}$，$\frac{3}{4}$）..2 分

22.（1）略..4 分

（2）联结 OA，延长 DC

∵点 D 是弧 AB 的中点，点 C 是弦 AB 的中点

∴圆心 O 在 DC 延长线上，且 $OD\perp AB$..2 分

$AC=\frac{1}{2}AB=100$

设半径 OA=x，则 OC=$x-10$

在 Rt△OAC 中，$(x-10)^2+100^2=x^2$ ....2 分

解得 $x=505$ ....1 分

∴ $OE=OD-DE=505-22=483$ 米..1 分

答：圆弧形水道外侧的半径为 483 米.

23.（1）证明：∵AB∥CD

∴∠ADC+∠A=180° ....1 分

又∵∠ADC=∠B

∴∠B+∠A=180°

∴AD∥BC..1 分

∴四边形 $ABCD$ 为平行四边形..1 分

∴$\angle A=\angle C$，$AD=BC$，$AB=DC$……1 分

由$\angle ADE=\angle CDF$，得$\triangle ADE\backsim\triangle CDF$……1 分

∴$\dfrac{AE}{CF}=\dfrac{AD}{CD}$

∴$CF\cdot CB=AE\cdot AB$……1 分

（2）∵$EF\parallel AC$

∴$\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{CF}{BC}$……2 分

又∵$\dfrac{CB}{AE}=\dfrac{AB}{CF}$

∴$\dfrac{AE}{AB}\cdot\dfrac{CB}{AE}=\dfrac{CF}{CB}\cdot\dfrac{AB}{CF}$……2 分

得$AB=BC$……1 分

又∵四边形$ABCD$是平行四边形

∴四边形$ABCD$是菱形……1 分

24.（1）解：抛物线开口向下……1 分

抛物线对称轴为直线$x=-\dfrac{-2a}{2a}=1$……1 分

∴P（1，$-a+c$）

将A（−1，0）代入$y=ax^2-2ax+c$，得$c=-3a$……1 分

∴P（1，$-4a$）……1 分

（2）由题意可知，点C（0，$-3a$）平移至C'（0，1）

∴$PP'=CC'=-3a-1$……1 分

∴P'（1，$-a+1$）……1 分

∴$\tan\angle CPP'=\dfrac{1}{-3a-(-a+1)}=\dfrac{1}{2}$……1 分

解得$a=-\dfrac{3}{2}$……1 分

（3）由抛物线对称轴为直线$x=1$，A（−1，0），可知B（3，0）

由C（0，$-3a$），P（1，$-4a$），解得直线CP：$y=-ax-3a$

∴点E（-3，0）……1 分

又∵$\angle EDC=\angle BPE$，∴$\triangle EDC\backsim\triangle EPB$……1 分

∴ $\dfrac{DE}{EP}=\dfrac{EC}{BE}$，∴$\dfrac{4}{\sqrt{16+16a^2}}=\dfrac{\sqrt{9+9a^2}}{6}$……1 分

解得$a=-1$（正根舍去）

∴抛物线解析式为$y=-x^2+2x-3$……1 分

25.（1）解：联结 OB，过点 O 作 $OH\perp BC$，垂足为 H

∵点 B 是 $\overset{\frown}{MN}$ 中点

∴ $\angle MOB=\angle NOB=\frac{1}{2}\times 180°=90°$ ....1 分

由 $OA=OM-AM=1$，OB=3，得 $AB=\sqrt{10}$

又∵矩形 $ABCD$，$OH\perp BC$

∴$AB\,/\!/\,OH$，$BH=\frac{1}{2}BC$ ....1 分

∴ $\angle ABO=\angle BOH$

在 Rt△AOB 与 Rt△BOH 中，

sin$\angle ABO$=sin$\angle BOH$，$\frac{OA}{AB}=\frac{BH}{BO}$ ....1 分

解得 $BH=\frac{3\sqrt{10}}{10}$

∴ $AB=\frac{3\sqrt{10}}{5}$ ....1 分

（2）联结 OC

设$\angle CON$=α

则$\angle CNO=\frac{180°-\alpha}{2}$，$\angle COH=\frac{90°-\alpha}{2}$

∴在 Rt△OCH 中，$\angle OCH=90°-\frac{90°-\alpha}{2}=45°+\frac{\alpha}{2}$

∴ $\angle OCE=90°-\angle OCH=90°-(45°+\frac{\alpha}{2})=45°-\frac{\alpha}{2}$

∴ $\angle ECN=\angle OCH-\angle OCE=\frac{180°-\alpha}{2}-(45°-\frac{\alpha}{2})=45°$ ....2 分

$\angle CEH=\angle COE+\angle OCE=\alpha+45°-\frac{\alpha}{2}=45°+\frac{\alpha}{2}$

当 $CE=CH$ 时，$45°+\frac{\alpha}{2}=\frac{180°-\alpha}{2}$，解得$\alpha$=45°，∴$\angle BAN$=67.5° ....2 分

当 $CN=EN$ 时，$45°+\frac{\alpha}{2}=45°$，不存在..1 分

（3）由 $AB\,/\!/\,OH\,/\!/\,CE$，可得 $\frac{CH}{BH}=\frac{OE}{AO}=1$，∴$AO=OE$..1 分

∴△AOP≌△EOD，∴$PA=DE$，$PD=AE$...1 分

设 $AO=OE=x$，$AP=ED=y$，则 $AB=3y$

易证△AOB∽△EDA，

∴ $\frac{OA}{ED}=\frac{AB}{AE}$，$\frac{x}{y}=\frac{3y}{2x}$ ....1 分

即 $2x^2=3y^2$

∴$BC=AD=\sqrt{AE^2-DE^2}=\sqrt{5}y$ ……………………………………………………………………1 分

∴$\frac{BC}{AB}=\frac{\sqrt{5}y}{3y}=\frac{\sqrt{5}}{3}$ ……………………………………………………………………………1 分

虹口区 2023 学年度学生学习能力诊断练习
初三数学评分参考建议

2024.4

说明：

1．解答只列出试题的一种或几种解法．如果解法与所列解法不同，可参照解答中评分标准相应评分；

2．第一、二大题若无特别说明，每题评分只有满分或零分；

3．第三大题中各题右端所注分数，表示正确做对这一步应得分数；

4．评阅试卷，要坚持每题评阅到底，不能因解答中出现错误而中断对本题的评阅．如果解答在某一步出现错误，影响后继部分而未改变本题的内容和难度，视影响的程度决定后继部分的给分，但原则上不超过后继部分应得分数的一半；

5．评分时，给分或扣分均以 1 分为基本单位．

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1．C　　2．D　　3．A　　4．D　　5．B　　6．B

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7．−2　　8．$(a+3b)(a-3b)$　　9．$x\leqslant 2$　　10．$x>-1$

11．$y=(x-5)^2-3$　　12．6　　13．780　　14．$y=30-0.3t$

15．$4\sqrt{3}$　　16．$-\frac{3}{4}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b}$　　17．$\frac{37}{14}$　　18．$8\sqrt{2}-8$

三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

19．解：原式$=\frac{(m-1)^2}{m(m+3)}\div\frac{m-1}{m+3}$

$=\frac{(m-1)^2}{m(m+3)}\cdot\frac{m+3}{m-1}$

$=\frac{m-1}{m}$

把 $x=\sqrt{2}$ 代入，原式$==\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}=\frac{2-\sqrt{2}}{2}$

20．解：由②得，　$x-2y=0$ 或 $x+y=0$

将它们与方程①分别组成方程组，得：

$\begin{cases}2x-y=6,\\x-2y=0.\end{cases}$　$\begin{cases}2x-y=6,\\x+y=0.\end{cases}$

分别解这两个方程组，得原方程组的解为$\begin{cases}x_1=4,\\y_1=2;\end{cases}$　$\begin{cases}x_2=2,\\y_2=-2.\end{cases}$.

∴原方程组的解为$\begin{cases}x_1=4,\\y_1=2;\end{cases}$　$\begin{cases}x_2=2,\\y_2=-2.\end{cases}$.

（代入消元法参照给分）

21．解：设反比例函数解析式为 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$

把点 B 代入 $y=\frac{k}{x}$，得 $-4=\frac{k}{2}$，解得 $k=-8$

∴反比例函数解析式为 $y=-\dfrac{8}{x}$

把点 A 代入 $y=-\dfrac{8}{x}$，得 $2=-\dfrac{8}{m}$，解得 $m=-4$

∴点 A（−4，2）

设一次函数解析式为 $y=k'x+b(k'\neq 0)$，

把点 A、B 代入，得 $\begin{cases}2=-4k'+b,\\-4=2k'+b.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k'=-1,\\b=-2.\end{cases}$

∴一次函数解析式为 $y=-x-2$

（2）把点 $D(-1,n)$ 代入 $y=-\dfrac{8}{x}$ 中，可得 $n=8$

∴$D(-1,8)$

把 x=−1 代入 $y=-x-2$ 中，得 $y=-1$　　∴点 $E(-1,-1)$

∴ $S_{\triangle CDE}=\dfrac{1}{2}\times 9\times 1=\dfrac{9}{2}$

22．解：（1）根据题意，在 Rt△ABH 中，$AH=\sqrt{AB^2-BH^2}=60$

$i=\dfrac{BH}{AH}=\dfrac{25}{60}=5:12=1:\dfrac{12}{5}$

答：斜坡 AB 的坡比为 $1:\dfrac{12}{5}$．

（2）过点 P 作 $PQ\perp BD$，垂足为点 Q，过点 F 作 $FJ\perp PQ$，垂足为点 J，FJ 与 EC 相交于点 I

由题意可得，$\angle BPQ=\angle QBM$

即 $\tan\angle BPQ=\dfrac{5}{12}$

在 Rt△BPQ 中，$PQ=BP\cos\angle BPQ=6$

$BQ=BP\sin\angle BPQ=2.5$

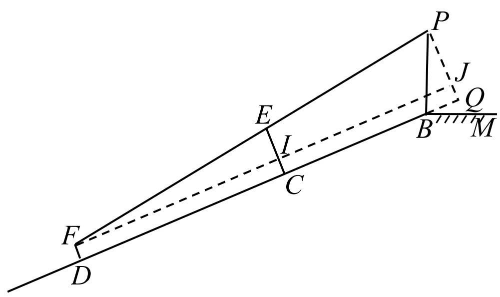
可得四边形 $DFIC$、$DFJQ$ 是矩形

∴$DF=IC=JQ=1$

∴EI=2.5，　PJ=5

$IJ=CQ$=10+2.5=12.5

可得 $EC\parallel PQ$



∴ $\dfrac{EI}{PJ}=\dfrac{FI}{FJ}$

设 $CD=x$，则 $FI=x$

∴ $\dfrac{2.5}{5}=\dfrac{x}{x+12.5}$

得 x=12.5

答：小张距大巴车尾 EC 的距离 CD 为 12.5 米．

23．证明：（1）∵$AE\parallel BC$，$DE\parallel BA$　　∴四边形 $AEDB$ 是平行四边形

∴$AE=BD$

∵$BD=CB$　　∴$AE=CB$

∵$AE\parallel BC$　　∴四边形 $AEBC$ 是平行四边形

∵$\angle C$=90°　　∴四边形 $AEBC$ 是矩形

∴$BE\perp CD$

（2）∵$\angle FBA=\angle ADB$　　又∵$\angle DAB=\angle BAF$

∴$\triangle ABD\backsim\triangle AFB$　　∴$\dfrac{AB}{AF}=\dfrac{AD}{AB}$

∵四边形 $AEDB$ 是平行四边形　　∴ $AF=\dfrac{1}{2}AD$

∴ $\dfrac{AB}{\frac{1}{2}AD}=\dfrac{AD}{AB}$　　∴ $AD=\sqrt{2}AB$

∵$AE\parallel BC$　　∴ $\dfrac{AE}{CD}=\dfrac{AG}{GD}$

∵$AE=CB=BD$　∴ $\dfrac{AE}{CD}=\dfrac{1}{2}$　　∴ $AG=\dfrac{1}{2}GD$　　∴ $AG=\dfrac{1}{3}AD$

∵ $AD=\sqrt{2}AB$　　∴ $AG=\dfrac{\sqrt{2}}{3}AB$

24．解：（1）把点 E 代入 C_1，得 $m=1$

C_1：$y=4x^2-x+1$

C_2：$y=x^2+4x-1$

（2）C_2：$y=mx^2+4mx+(4m-5)=m(x+2)^2-5$

∴点 P（−2，−5）

把 $x=-2$ 代入 $y=3x+8$　得 $y=2$

∴点 Q（−2，2）

由题意可得点 E（0，m），点 F（0，$4m$-5）

∵点 E 在点 F 的上方　∴ $EF=-3m+5$

∵四边形 $PQEF$ 为平行四边形　　∴$EF=PQ$

∴ $7=-3m+5$　解得 $m=-\dfrac{2}{3}$

∴点 E $(0,-\dfrac{2}{3})$

（3）由题可得，点 M 与点 F 关于对称轴直线 x=-2 对称

∴$\angle MPN=\angle FPN$

∵直线 $x=-2\parallel y$ 轴　∴$\angle NPF=\angle PFE$

∴$\angle MPN=\angle PFE$

∵$\triangle PMN\backsim\triangle PEF$　　∴ $\dfrac{PN}{PM}=\dfrac{PF}{EF}$ 或 $\dfrac{PN}{PM}=\dfrac{EF}{PF}$

①当 $\dfrac{PN}{PM}=\dfrac{PF}{EF}$ 时，　∴ $\dfrac{2\frac{1}{2}}{\sqrt{4+16m^2}}=\dfrac{\sqrt{4+16m^2}}{-3m+5}$　　解得 $m=-1$ 或 $\dfrac{17}{32}$

②当 $\dfrac{PN}{PM}=\dfrac{EF}{PF}$ 时，　∴ $\dfrac{2\frac{1}{2}}{\sqrt{4+16m^2}}=\dfrac{-3m+5}{\sqrt{4+16m^2}}$　　解得 $m=\dfrac{5}{6}$

综上所述，$m=-1$ 或 $\dfrac{17}{32}$ 或 $\dfrac{5}{6}$

25．解：（1）在梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$ ，$AB=CD$

∴$\angle ABC=\angle DCB$，$\angle A=\angle ADC$

∵$\angle EPF=\angle ABC$　∴$\angle EPF=\angle DCB$

∵$\angle EPF=\angle DEC+\angle EDP$，$\angle DCB=\angle DCE+\angle ECB$

又∵$AD\parallel BC$　　∴$\angle DEC=\angle ECB$

∴$\angle EDP=\angle DCE$　　∴$\triangle ADF\backsim\triangle DCE$

$\therefore \dfrac{AF}{DE}=\dfrac{DF}{CE}$

（2）①过点 A 作 $AH\perp BC$，垂足为点 H，过点 O 作 $OM\perp EC$，垂足为点 M

在 Rt△ABH 中，$AH=AB\sin\angle ABC=4$，$BH=AB\cos\angle ABC=3$

可得 $CD=AH=4$，$AD=CH=7$

在 Rt△EDC 中，$\tan\angle DEC=\dfrac{CD}{DE}=\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$，可得 $\cos\angle DEC=\dfrac{3}{13}\sqrt{13}$

在 Rt△OEM 中，$EM=OE\cos\angle DEC=\dfrac{9}{13}\sqrt{13}$

∵$OM\perp EC$　　$\therefore EG=2EM=\dfrac{18}{13}\sqrt{13}$

联结 OC，可得 $OC=5=AB$

可得△ADF∽△OCE　　$\therefore \dfrac{AF}{OE}=\dfrac{AD}{CO}$

$\therefore \dfrac{AF}{3}=\dfrac{7}{5}$　　$\therefore AF=\dfrac{21}{5}$

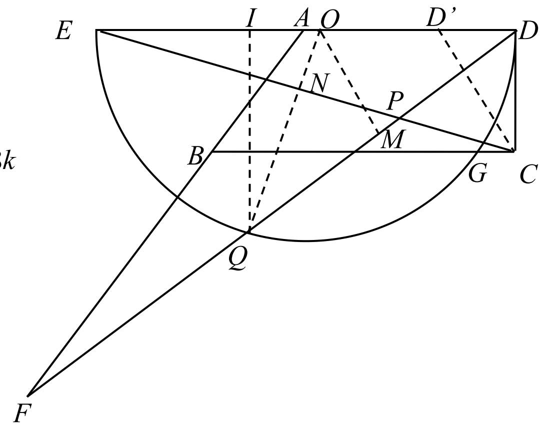
②联结 OQ 交 EC 于 N

∵点 Q 为弧 EG 的中点　　∴$OQ\perp EC$

在 Rt△PQN 中，$\tan\angle EPF=\dfrac{4}{3}$　　$\therefore\tan\angle NQP=\dfrac{3}{4}$

∵$OD=OQ$　∴$\angle ODQ=\angle OQP$

∴$\tan\angle ODQ=\tan\angle NQP=\dfrac{3}{4}$



过点 O 作 $OM\perp DQ$，垂足为点 M

设 $OD=5k$，则 $OM=3k$，$DM=4k$，$DQ=8k$

可得 $QI=8k\cdot\dfrac{3}{5}=\dfrac{24}{5}k$，$DI=\dfrac{32}{5}k$

∴$OI=\dfrac{32}{5}k-5k=\dfrac{7}{5}k$，

在 Rt△OIQ 中，$\cot\angle IOQ=\dfrac{OI}{QI}=\dfrac{7}{24}$

∴$\tan\angle DEC=\cot\angle IOQ=\dfrac{7}{24}$

在 Rt△DEC 中，$DE=\dfrac{DC}{\tan\angle DEC}=\dfrac{96}{7}$

在 AD 上取点 D'，使得 $CD'=AB$

可得△ADF∽△$D'CE$　　$\therefore \dfrac{AF}{D'E}=\dfrac{AD}{CD'}$

$\therefore \dfrac{AF}{\frac{96}{7}-3}=\dfrac{7}{5}$　　∴ $AF=15$

黄浦区2024年九年级学业水平考试模拟考

数学参考答案

一、选择题：（本大题共6题，每题4分，满分24分）

1. A 2. B 3. D 4. B 5. D 6. B

二、填空题：（本大题共12题，每题4分，满分48分）

7. ±10 8. a^6 9. 2 10. 有两个不相等的实根

11. 1 12. $\dfrac{1}{17}$ 13. 448 14. $2(x-4)(14-x)=48$

15. $\dfrac{1}{3}\vec{a}+\dfrac{2}{3}\vec{b}$ 16. $\dfrac{1}{2}a-b$ 17. $2-\sqrt{3}$ 18. 7∶8

三、解答题：（本大题共7题，满分78分）

19. 解：原式$=\left|1-\sqrt{3}\right|-\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)+1$

$=\sqrt{3}-1-\sqrt{3}+\sqrt{2}+1$

$=\sqrt{2}$.

20. 解：由①，得 $x\le\dfrac{5}{2}$.

由②，得 $x>-10$，

所以不等式组的解集为 $-10<x\le\dfrac{5}{2}$.

21. 解：（1）由$\angle B=\angle B$，$\angle BCD=\angle A$，得$\triangle BCD\backsim\triangle BAC$，

则 $\dfrac{BC}{BD}=\dfrac{BA}{BC}$，所以 $BC=\sqrt{BD\cdot BA}=6$.

（2）由$\triangle ACD\backsim\triangle CBD$，

得$\angle ADC=\angle CDB$，

又$\angle ADC+\angle CDB=180°$，$\angle CDB=90°$，

由（1）得$\angle ACB=\angle CDB=90°$.

22. 解：（1）375－80×4=55.

4×75+55=355（元），

答：共支付355元.

（2）$y=x-20$.

（3）不是，有必要“团”.

当一笔消费为76元时，“团”1张只需支付75元，若不“团”就需要支付76元，“团”1张有必要.

23. 证：（1）由平行四边形 $ABCD$ 及 M 为边 AD 中点，可得 $DQ=\dfrac{1}{3}BD$，

同理 $BP=\dfrac{1}{3}BD$，

所以 $PQ=\frac{1}{3}BD$.

（2）当四边形 *ANCM* 是正方形时，由 *M*、*N* 为边 *AD*、*BC* 中点，

可得△*ABN* 是等腰直角三角形，

则∠*ABC*=45°，$AB=\sqrt{2}BN$，

所以平行四边形 *ABCD* 中，∠*ABC*=∠*ADC* =45°，∠*DAB*=∠*DCB* =135°，

$AB=\frac{\sqrt{2}}{2}BC$.

24.解：（1）①（0, 0），② $y=ax^2$，③（1，−1），④ -1，⑤ $y=-x^2$.

（2）$y=-x^2+4x-4$ 等.

（3）设抛物线 *L* 上点 $\left(t,t^2-2t\right)$.

则抛物线 *W* 的表达式可设为 $y=a\left(x-t\right)^2+t^2-2t$.

易知抛物线 *L* 在 *x* 轴上交点为（0,0）和（2,0），

由题意知抛物线 *W* 在 *x* 轴上交点为（$t+1$,0）和（$t-1$,0），又抛物线 *W* 经过抛物线 *L* 的顶点（1，−1），

得 $\begin{cases}-1=a\left(1-t\right)^2+t^2-2t\\0=a\left(t+1-t\right)^2+t^2-2t\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a=-1\\t=1\pm\sqrt{2}\end{cases}$，

所以抛物线 *W* 的表达式为 $y=-\left(x-1\pm\sqrt{2}\right)^2+1$.

25.解：（1）∵*AB*=*AC*，

∴弧 *AB*=弧 *AC*.

又∵*M*、*N* 为弧 *AB*、*AC* 的中点，

∴弧 *AM*=$\frac{1}{2}$弧 *AB*=$\frac{1}{2}$弧 *AC*=弧 *AN*.

∴*OA*⊥*MN*.

（2）联结 *OB*、*OM*.

由△*ABC* 为等边三角形，得∠*AOB*=120°.

又∵*M* 为弧 *AB* 的中点，

所以∠*AOM*=60°. 又∴*OA*⊥*MN*.

于是在△*MOT* 中，∠*OTM*=90°，∠*OMT*=30°，

所以 $\frac{OT}{OM}=\frac{1}{2}$，于是 $\frac{AT}{OT}$=1.

（3）令 *OA* 与 *BC* 的交点为 *H*，过 *O* 作 *OS*⊥*AB*，垂足为 *S*.

设圆 *O* 的半径为 *r*.

由（1）可得弧 *MN*=弧 *AB*，于是 *OS*=*OT*=15，则 $AS=\sqrt{r^2-225}$.

易知△*AOS*∽△*ABH*，

得 $\frac{AS}{AO}=\frac{AH}{AB}$，即 $\frac{\sqrt{r^2-225}}{r}=\frac{r+7}{2\sqrt{r^2-225}}$，

解得 $r_1=25,r_2=-18$（舍）.

于是 $BC=2BH=2\sqrt{AB^2-AH^2}=48$，$AH$=32.

由 MN∥BC，得 $\dfrac{PQ}{BC}=\dfrac{AT}{AH}$，所以 $PQ=48\times\dfrac{10}{32}=15$.

嘉定区 2023 学年第二次质量调研测试

数学试卷参考答案

一、1. C；2. B；3. B；4.A；5.D；6.C.

二、7. ± 2；8. a^2-a-2；9. 5.2×10^9；10. 5；11. $y^2-2y+1=0$；

12. 6；13. 24.5；14. $\frac{2}{3}$；15. $\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{4}\vec{b}$；16. $25°$；17. $5-2\sqrt{2}$；

18. $\sqrt{2}$ 或 $2\sqrt{2}$.

三、**19**. 解：$\sqrt{12}-\frac{2}{\sqrt{2}-1}+\left|2-\sqrt{3}\right|+8^{\frac{1}{2}}$

$=2\sqrt{3}-2(\sqrt{2}+1)+2-\sqrt{3}+2\sqrt{2}$

$=2\sqrt{3}-2\sqrt{2}-2+2-\sqrt{3}+2\sqrt{2}$ ………………………………8 分

$=\sqrt{3}$ ………………………………2 分

20. $\begin{cases} x+2y=8, & ① \\ x^2-xy-12y^2=0. & ② \end{cases}$

解：由（2）得：$(x-4y)(x+3y)=0$ ……………………2 分

则：$x-4y=0$ 或 $x+3y=0$ ……………………2 分

所以原方程组可化为两个二元一次方程组：

$\begin{cases} x+2y=8, \\ x-4y=0; \end{cases}$　　$\begin{cases} x+2y=8, \\ x+3y=0; \end{cases}$ ……………………2 分

分别解这两个方程组，得原方程组的解是

$\begin{cases} x_1=\frac{16}{3}, \\ y_1=\frac{4}{3}; \end{cases}$　　$\begin{cases} x_2=24, \\ y_2=-8; \end{cases}$ ……………………4 分

21.解：（1）根据题意得：$AB=60$　由$\angle PAC=55°$，得$\angle CAB=35°$

由$\angle QBC=35°$，得$\angle CBA=55°$又$\angle CAB+\angle CBA+\angle C=180°$……1 分

$\therefore \angle ACB=90°$……1 分

在$Rt\triangle ACB$中，$\cos\angle CAB=\dfrac{AC}{AB}$，……1 分

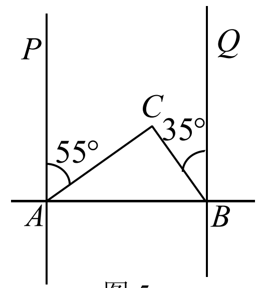


图 5

又$\cos 35°\approx 0.8192$

$\therefore AC=AB\cos\angle CAB=60\times\cos 35°\approx 60\times 0.8192$

$=49.152$……1 分

$\therefore AC\approx 49.2$千米……1 分

答：码头A与C船的距离为49.2千米.

（2）根据题意得：$AB=60$　由$\angle PAC=30°$，得$\angle CAB=60°$

由$\angle QBC=15°$，得$\angle CBA=75°$又$\angle CAB+\angle CBA+\angle C=180°$

$\therefore \angle ACB=45°$　　　　……1 分

过点B作$BG\perp AC$，垂足为G

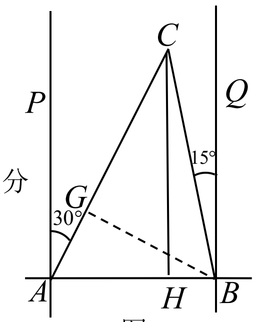


图 6

在$Rt\triangle AGB$中，$\sin\angle GAB=\dfrac{GB}{AB}$，$\cos\angle GAB=\dfrac{AG}{AB}$

$\therefore GB=60\times\sin 60°=30\sqrt{3}$，$AG=60\times\cos 60°=30$　……1 分

在$Rt\triangle CGB$中，$\cot\angle GAB=\dfrac{GC}{GB}$

$\therefore GC=GB\cot\angle GCB=30\sqrt{3}$……1 分

$\therefore AC=30+30\sqrt{3}$　……1 分

在$Rt\triangle AHC$中，$\sin\angle CAH=\dfrac{CH}{AC}$

$\therefore CH=AC\sin\angle CAH=15\sqrt{3}+45$（千米）　……1 分

答：船C到海岸线AB的距离CH为$(15\sqrt{3}+45)$千米.

22. 解（1）根据题意设利润数y与月份数x一次函数关系式为$y=kx+b$

得：$\begin{cases}k+b=96\\3k+b=100\end{cases}$　解此方程组得：$\begin{cases}k=2\\b=94\end{cases}$　……2 分

$\therefore$利润数y与月份数x一次函数关系式为$y=2x+94$　……1 分

当$x=2$时，$y=98$（万元）……1 分

答：2 月份的利润为98万元

（2）设这个企业利润数的月平均增长率为x．……1 分

根据题意，得方程$100(1+x)^2=121$　　……3 分

解得　$x_1=0.1$，$x_2=-2.1$（不合题意，舍去）……1 分

所以$x=10\%$.

答：这个企业利润数的月平均增长率为10%.……1 分

23.证明（1）　$\because AD /\!/ BC$，$AB = DC$

$\therefore$梯形 $ABCD$ 是等腰梯形……1 分

$\therefore \angle ABC = \angle DCB$……1 分

$\because PB = PC$

$\therefore \angle PBC = \angle PCB$……1 分

$\therefore \angle ABP = \angle DCP$……1 分

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle DCP$……1 分

$\therefore AP = PD$

即$\triangle APD$ 是等腰三角形……1 分

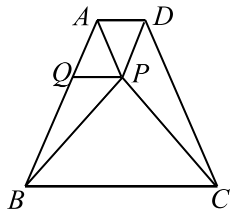


图 7

（2）由（1）得 $PA = PD$

$\therefore \angle PAD = \angle PDA$……1 分

$\because AP /\!/ CD$

$\therefore \angle PAD + \angle CAD = 180^\circ$……1 分

$\because$四边形 $ABCD$ 是等腰梯形

$\therefore \angle BAD = \angle CDA$

$\therefore \angle PDA + \angle BAD = 180^\circ$……1 分

$\therefore PD /\!/ AQ$……1 分

$\because AQ = AP$ 又 $AP = PD$

$\therefore PD = AQ$……1 分

$\therefore$四边形 $AQPD$ 是平行四边形. ……1 分

24. 解：（1）$\because$抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 经过点 $A(1,0)$、$B(-2,3)$ 两点

$\therefore \begin{cases} a+b+3=0 \\ 4a-2b+3=3 \end{cases}$，………1 分　　解得$\begin{cases} a=-1 \\ b=-2 \end{cases}$　　……2 分

$\therefore$此抛物线的表达式是 $y = -x^2 - 2x + 3$　　………1 分

（2）答：对称轴直线 l 与圆 A 的位置是相离……1 分

根据（1）得，抛物线 $y = -x^2 - 2x + 3$ 的对称轴 l 是直线 $x = -1$，……1 分

抛物线 $y = -x^2 - 2x + 3$ 与 y 轴的交点 C 点坐标为 $(0,3)$，

所以 $CB = 2$，所以圆 C 的半径是 2

设圆 A 的半径为 r，又圆 A 与圆 C 外切，所以 $r + 2 = AC$

又 $AC = \sqrt{10}$，所以 $r = \sqrt{10} - 2$……1 分

对称轴 l 与 x 轴垂直，设垂足为 M，那么 AM 的长就是圆 A 到对称轴 l 的距离

又对称轴 l 是直线 $x = -1$，所以点 M 的坐标为（-1,0），所以 $AM = 2$

因为 $2 > \sqrt{10} - 2$，即 $AM > r$，……1 分

所以对称轴直线 l 与圆 A 的位置是相离.

（3）过点 C 作 $CH \perp AB$，垂足为 H，过点 B 作 $BG \perp x$ 轴，垂足为 G

易得 $BG = AG = 3$　$AB = 3\sqrt{2}$，$\angle GBA = \angle GAB = 45^\circ$，

又 C 点坐标为 $(0,3)$，　B 点坐标为 $(-2,3)$，所以 $BC \perp y$ 轴，……1 分

所以 $\angle CBH = \angle BCH = 45^\circ$，$CB = 2$，由勾股定理得　$BH = CH = \sqrt{2}$

所以 $AH = 2\sqrt{2}$，在 $Rt\triangle AHC$ 中，$\tan\angle BAC = \dfrac{CH}{AH} = \dfrac{1}{2}$……1 分

在 $Rt\triangle BCD$ 中，$\tan\angle BDC = \dfrac{BC}{CD}$，因为 $\angle BDC = \angle BAC$

所以 $\tan\angle BDC = \dfrac{CB}{CD} = \dfrac{1}{2}$，$CB = 2$，所以 $CD = 4$……1 分

所以点 D 的坐标为 $(0,7)$ ·········1 分

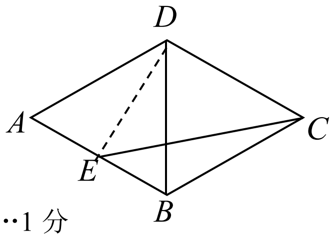


图 9

25.（1）解：联结 DE

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形 $\therefore DC // AB$，$DA = AB$

$\because \angle DAB = 60°$ $\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形······1 分

$\because$ 点 E 是边 AB 的中点

$\therefore AE = EB = \dfrac{1}{2}AB$，$DE \perp AB$ $\therefore \angle AED = 90°$······1 分

又 $DC // AB$ $\therefore \angle AED = \angle CDE = 90°$······1 分

设 $AE = x$，易知 $AD = CD = 2x$，$DE = \sqrt{3}x$

在 $Rt\triangle CDE$ 中，$\tan\angle ECD = \dfrac{DE}{CD} = \dfrac{\sqrt{3}x}{2x} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$······1 分

$\therefore \angle ECD$ 的正切值是 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

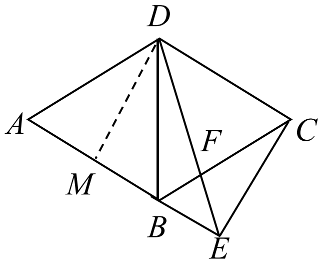


图 10

（2）解：过点 D 作 $DM \perp AB$，垂足为 M

由（1）可知：$DM \perp AB$，$AM = MB = \dfrac{1}{2}AB$

$\because AD = 6 \therefore CD = AB = 6 \therefore AM = BM = 3$

由勾股定理得：$DM = 3\sqrt{3}$······1 分

$\therefore S_{\Delta DEC} = \dfrac{1}{2}CD \times DM = 9\sqrt{3}$ $\because \triangle EFC$ 的面积等于 $3\sqrt{3}$

$\therefore S_{\Delta DEC} : S_{\Delta EFC} = 3$······1 分

$\because \triangle DEC$ 与 $\triangle EFC$ 是同高的，设这个高为 h

$\therefore S_{\Delta DEC} : S_{\Delta EFC} = (\dfrac{1}{2}DE \times h) : \dfrac{1}{2}EF \times h) = DE : EF = 3$ $\therefore DF = 2EF$······1 分

$\because AE // CD \therefore \dfrac{BE}{CD} = \dfrac{EF}{DF} = \dfrac{1}{2}$ $\therefore BE = 3 \therefore ME = 6$······1 分

在 $Rt\triangle DME$ 中，$DE^2 = DM^2 + ME^2 \therefore DM = 3\sqrt{7}$ $\therefore EF = \sqrt{7}$······1 分

（3）E 过作 $DN \perp CG$ 点，垂足为 N

由（1）得：$\triangle ABD$ 是等边三角形 $\therefore \angle ADB = \angle ABD = 60° \because AD // CB$

$\therefore \angle ABG = \angle A = 60°$，$\angle DBC = \angle ADB = 60°$

$\therefore \angle EBG = \angle HBC = 60°$······1 分

$\because \angle GEB = \angle BDE + \angle ABD > 60°, \angle HCB < \angle DCB = 60°$

$\therefore \angle GEB \neq \angle HCB$

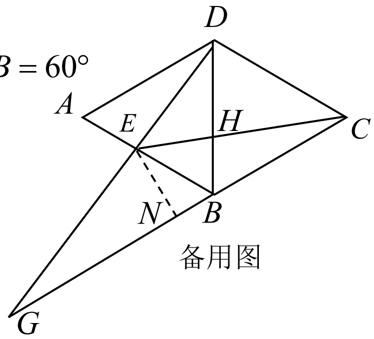
$\because \triangle BCH$ 与以点 E、G、B 组成的三角形相似

$\therefore$ 点 C 只能与点 G 对应 ······1 分

$\therefore \angle G = \angle ECG \therefore EG = EC \therefore GN = CN$

设 $AE = x$，则 $BE = 6 - x$

在 $Rt\triangle BEN$ 中，$\cos\angle EBN = \dfrac{BN}{BE} \therefore BN = \dfrac{6-x}{2}$



备用图

$\because BC = AD = 6 \therefore BG = 12 - x$······1 分

$\because AD // CB$ $\therefore$ $\dfrac{AD}{BG} = \dfrac{AE}{BE}$ $\therefore \dfrac{6}{12-x} = \dfrac{x}{6-x}$······1 分

解得：$x_1 = 9 - 3\sqrt{5}$，$x_1 = 9 + 3\sqrt{5}$（舍去）

$AE = 9 - 3\sqrt{5}$······1 分

金山区 2023 学年第二学期模拟检测初三数学试卷

参考答案与评分意见

一、选择题（本大题 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1.B；　2.D；　3.A；　4.A；　5.C；　6.D.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7．a^5；　8．$\sqrt{2}+1$；　9．−3；　10．$x<-2$；　11．$y=-\dfrac{2}{x}$；　12．$\dfrac{2}{5}$；　13．90；

14．12；　15．$\dfrac{2}{3}\vec{b}-\dfrac{2}{3}\vec{a}$；　16．378；　17．$2\sqrt{3}$；　18．$\dfrac{10}{7}\le BP\le 5$．

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19．解：原式$=2-2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}-9-\left(2-\sqrt{3}\right)$，--------（8 分）

$=-9$．--------（2 分）

20．解：$\dfrac{x+4}{x^2-x}\cdot x(x-1)-\dfrac{x}{x-1}\cdot x(x-1)=x(x-1)$--------（2 分）

$x+4-x^2=x^2-x$

$x^2-x-2=0$--------（3 分）

解得：$x_1=-1$，$x_2=2$，．--------（2 分）

经检验：$x_1=-1$，$x_2=2$ 都是原方程的根．--------（2 分）

原方程的根是 $x_1=-1$，$x_2=2$．--------（1 分）

21.解：（1）当销售量为 20 千克时，销售额和成本相等；--------（3 分）

（2）每千克草莓的销售价格是 20 元；--------（3 分）

（3）设 $y_1=k_1x$，$y_2=k_2x+b_2$．

由题意，得 $20k_1=400$，$\begin{cases} b_2=200 \\ 20k_2+b_2=400 \end{cases}$，

解得：$k_1=20$，$\begin{cases} b_2=200 \\ k_2=10 \end{cases}$，

∴ l_1 的解析式是 $y_1=20x$，l_2 的解析式是 $y_2=10x+200$，--------（2 分）

∵销售利润为 2000 元，∴ $20x-(10x+200)=2000$，解得 $x=220$，

∴如果销售利润为 2000 元，那么销售量为 220 千克．--------（2 分）

22. 解：（1）教学楼（AB）的高度为 ___30___ 米；----------（4分）

（2）方案1.设 $SH=x$ 米，过点 A 作 $AE\perp SH$，垂足为点 E，

∴∠ABH=∠EHB=∠AEH=90°，∴四边形 $EHBA$ 是矩形，∴$EA=HB$，$EH=AB$=30，--（1分）

在 Rt△AES 中，∠AES=90°，$AE=SE\cdot\cot\angle SAE=10.667\left(x-30\right)$，----------（1分）

在 Rt△BHS 中，∠BHS=90°，$BH=SH\cdot\cot\angle SBH=10.161x$，----------（1分）

$\therefore 10.667\left(x-30\right)=10.161x$，----------（1分）

解得：$x\approx 632$，----------（1分）

∴上海中心大厦（SH）的高度为632米. ----------（1分）

方案2.设 $SH=x$ 米，

在 Rt△SHC 中，∠SHC=90°，$CH=SH\cdot\cot\angle SCH=10.159x$，----------（1分）

在 Rt△SHD 中，∠SHD=90°，$DH=SH\cdot\cot\angle SDH=10.254x$，----------（1分）

$\therefore 10.254x-10.159x=60$，----------（2分）

解得：$x\approx 632$，----------（1分）

∴上海中心大厦（SH）的高度为632米. ----------（1分）

23.证明：（1）∵∠ACD=∠ADC，∴$AC=AD$，----------（1分）

∵∠BAE=∠CAD，∴∠BAC=∠EAD，----------（1分）

∵∠ACD=∠ADE，

∴△ABC≌△AED，----------（2分）

∴$AB=AE$. ----------（2分）

（2）∵$AD=AF$，∴∠ADF=∠AFD，∴∠DAF=180°−2∠ADF，----------（1分）

∵∠ACD=∠ADC，∴∠CAD=180°−2∠ADC，

∵∠ADC=∠ADE，∴∠CAD=∠DAF，

∵∠BAE=∠CAD，∴∠DAF=∠BAE，----------（1分）

∵△ABC≌△AED，∴$AB=AE$，

∴△ABD≌△AEF，∴$BD=EF$，----------（1分）

∵∠BDF=180°−2∠ADF，∴∠BDF=∠BAD，∵∠B=∠B，∴△BDF∽△BAD，-------（1分）

$\therefore \dfrac{BD}{BA}=\dfrac{BF}{BD}$，$\therefore BD^2=BF\cdot AB$，$\therefore EF^2=BF\cdot AB$. ----------（2分）

24.解：（1）由题意得：$\begin{cases}9+3b+c=0\\ c=-3\end{cases}$，

$\therefore b=-2,c=-3$，抛物线的解析式为 $y=x^2-2x-3$，----------（2分）

$y=x^2-2x-3=\left(x-1\right)^2-4$，顶点 P 的坐标是（1，−4）. ----------（2分）

（2）①设直线 AB 的解析式是 $y=mx+n$，$\therefore\begin{cases}3m+n=0\\ n=-3\end{cases}$，$\therefore m=1,n=-3$，

∴直线 AB 的解析式是 $y=x-3$，----------（2分）

设 Q 点的坐标是（t，$t-3$），其中 $t>0$，此时抛物线的解析式是 $y=(x-t)^2+t-3$，

∵点 B 平移后得到的点 C 在 x 轴上，∴抛物线向上平移了 3 个单位，

∴ $t-3=-1$，即 $t=2$，--（1 分）

∴此时抛物线的解析式是 $y=(x-2)^2+2-3$，即 $y=x^2-4x+3$．--------------------------（1 分）

②抛物线 $y=(x-t)^2+t-3$，与 y 轴的交点是 D（0，t^2+t-3），

如果∠BDQ=90°，即 $DQ\perp y$ 轴不合题意，---（1 分）

如果∠BQD=90°，

∵∠AOB=90°，$AO=BO$，∴∠OAB=∠OBA=45°，∴∠QBD=∠BDQ=45°，∴$QB=QD$，

作 $QE\perp y$ 轴，则 $BE=DE$，∴$QE=\frac{1}{2}BD$，---（1 分）

∵$QE=t$，$BD=t^2+t$，∴ $t=\frac{1}{2}(t^2+t)$，

解得 $t_1=0$（不合题意，舍去）或 $t_2=1$，∴ $t=1$，---（1 分）

此时抛物线的解析式是 $y=(x-1)^2+1-3$，即 $y=x^2-2x-1$．-----------------------------（1 分）

25.（1）证明：∵$AB=AE$，∴∠ABE=∠AEB，--（1 分）

∵等腰梯形 $ABCD$ 中，AD∥BC，$AB=DC$，∴∠ABC=∠BCD，---------------------------（1 分）

∴∠AEB=∠BCD，∴ AE∥DC，---（1 分）

∴四边形 $AECD$ 为平行四边形. ---（1 分）

（2）∵$AE\perp BF$，∴$BG=GF$，---（1 分）

∵AE∥DC，∴ $\frac{BG}{BF}=\frac{BE}{EC}=\frac{EG}{CF}=\frac{1}{2}$，---（1 分）

设 $GE=a$，则 $CF=2a$，

∵AE∥DC，∴ $\frac{AH}{CH}=\frac{AG}{CF}$，∵$AH=CH$，∴$AG=CF=2a$，∴$AB=AE=3a$，----------------（1 分）

在 Rt△ABG 中，∠AGB=90°，∴ $BG=\sqrt{5}a$；在 Rt△BGE 中，∠BEG=90°，∴ $BE=\sqrt{6}a$，

∴ $BC=2\sqrt{6}a$，--（1 分）

∴ $\frac{AB}{BC}=\frac{3a}{2\sqrt{6}a}=\frac{\sqrt{6}}{4}$．--（1 分）

（3）∵AE∥DC，∴ $\frac{AH}{CH}=\frac{AG}{CF}=\frac{GH}{HF}$，∵$AH=CH$，∴$GH=HF$，$AG=CF$，

∵$BG=GH$，∴$BG=GH=HF$，∵AE∥DC，∴ $\frac{EG}{CF}=\frac{BG}{BF}=\frac{BE}{BC}=\frac{1}{3}$，∴ $\frac{EG}{AG}=\frac{1}{3}$，------（1 分）

作 $AI\perp BC$，垂足为点 I，联结 AF，

∵$AB=AE$，∴$BI=IE$，

设 $AB=x$，$BI=a$，则 $AG=\dfrac{3}{4}x$，$IC=5a$，

∵$AB=AF$，∴$\angle ABG=\angle AFH$，∴$\triangle ABG\cong\triangle AFH$，∴$AG=AH=\dfrac{3}{4}x$，∴ $AC=\dfrac{3}{2}x$，--（1分）

在 Rt$\triangle ABI$ 中，$\angle AIB=90°$，∴ $AI^2=AB^2-BI^2=x^2-a^2$，

在 Rt$\triangle ACI$ 中，$\angle AIC=90°$，∴ $AI^2=AC^2-CI^2=\dfrac{9}{4}x^2-25a^2$，

∴ $x^2-a^2=\dfrac{9}{4}x^2-25a^2$，---（1 分）

∴ $\dfrac{a}{x}=\dfrac{\sqrt{30}}{24}$，在 Rt$\triangle ABI$ 中，$\angle AIB=90°$，∴ $\cos\angle ABC=\dfrac{a}{x}=\dfrac{\sqrt{30}}{24}$. -------------------（2 分）

静安区质量调研九年级数学试卷参考答案及评分标准 2024. 4

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1．B；　2．A；　3．C；　4．C；　5．D；　6．A．

二．填空题：（本大题共 12 题，满分 48 分）

7．$\sqrt{2}-1$；　8．$x\neq -1$；　9．$x=2$；

10．60；　11．$a\leq 1$且$a\neq 0$；　12．一、三；

13．$\frac{1}{4}$；　14．12″5；　15．$2\vec{b}-2\vec{a}$；

16．$(-\frac{1}{2},0)$；　17．$r>5$；　18．$\frac{16}{17}\sqrt{17}$或$\frac{64}{17}\sqrt{17}$．

三、（本大题共 7 题，第 19~22 题每题 10 分，第 23、24 题每题 12 分，第 25 题 14 分，满分 78 分）

19．$\frac{x^2-4}{x^2-4x+4}\div\frac{x+2}{x+1}-\frac{x}{x-2}$

解：原式=$\frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)^2}\cdot\frac{x+1}{x+2}-\frac{x}{x-2}$ ……………………（5 分）

$=\frac{x+1}{x-2}-\frac{x}{x-2}$ ……………………（2 分）

$=\frac{1}{x-2}$ ……………………（1 分）

将$x=\sqrt{2}$代入得，原式=$-\frac{2+\sqrt{2}}{2}$． ……………………（2 分）

20．$\begin{cases}3-x\geq 0\\ \frac{4}{3}x+\frac{3}{2}>-\frac{x}{6}\end{cases}$

解：由①得：$x\leq 3$ ……………………（2 分）

由②得：$8x+9>-x$，$x>-1$ ……………………（4 分）

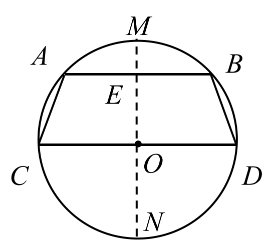
∴不等式组的解集为$-1<x\leq 3$ ……………………（2 分）

∴整数解为 0,1,2,3． ……………………（2 分）

21．已知：如图，*CD* 是⊙*O* 的直径，*AC*、*AB*、*BD* 是⊙*O* 的弦，*AB*∥*CD*．

（1）求证：*AC*=*BD*；

（2）如果弦 *AB* 长为 8，弧 *AB* 的拱高为 2，求 *CD* 的长．



第 21 题图

解：（1）作直径 *MN*⊥*CD* 交 *AB* 于点 *E*，交⊙*O* 于点 *M*、*N*，

∵*AB*∥*CD*，∴∠*MEB*=∠*MOD* =90°，即 *MN*⊥*AB*， ……………（2 分）

$\therefore \overset{\frown}{MA}=\overset{\frown}{MB}, \overset{\frown}{MC}=\overset{\frown}{MD},$ ……………………………（2 分）

$\therefore \overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$, ∴*AC*=*BD*. ……………………………（1 分）

（2）联结 *AO*，*ME*=2，*AB* 长为 8，设圆的半径为 *r*，*OE*=*r*-2……………………………………（1 分）

Rt△*AOE* 中，∵直径 *MN*⊥*AB* 于点 *E*，∴*AE*=4

∵ $OA^2=AE^2+OE^2$,即 $r^2=4^2+(r-2)^2$，解得 $r=5$，…………（3 分）

∴*CD*=2*r*=10. …………………………………（1 分）

22. 解：（1）设直线 *AC* 表达式为 $y=kx+b(k\neq 0)$，将 *A*（1，10.0）、*C*（3，12.4）代入得

$\begin{cases}k+b=10\\3k+b=12.4\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k=1.2\\b=8.8\end{cases}$ ……………………………………………………（4 分）

∴直线 *AC* 表达式为 $y_{AC}=1.2x+8.8$. ………………………………（1 分）

（2）$S_{AC}{}^2=0.0125$；………………………………………………………（2 分）

选用直线 *AC*：$y_{AC}=1.2x+8.8$；…………………………………………………（2 分）

∴根据此函数模型，预估该区第五年的 GDP 约为 14.8 百亿元…………………（1 分）

23. 证明：（1）∵矩形 *ABCD*, ∴∠*ADC* =90°，

∴∠*ADE*+∠*CDF* =90°，

∵*AE*⊥*EF*，*CF*⊥*EF*, 在 Rt△*ADE* 中，∠*ADE*+∠*EAD* =90°，

∴∠*CDF* =∠*EAD*，……………………（2 分）

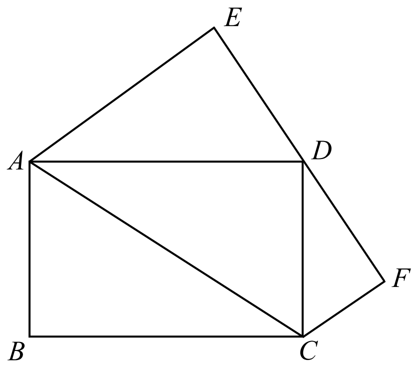
又∵∠*E*=∠*F* =90°，∴Rt△*ADE*∽Rt△*DCF*，…………（1 分）

得 $\frac{AD}{DC}=\frac{AE}{DF}$,……………………（1 分）

∵ *DE*=*DF*，

∴ $\frac{AD}{DC}=\frac{AE}{DE}$,即 $\frac{AD}{AE}=\frac{DC}{DE}$,∴Rt△*ADC*∽Rt△*AED*，………（2 分）

∴ $\frac{AD}{AE}=\frac{AC}{AD}$,即 $AD^2=AE\cdot AC$. ……………………（1 分）



第 23 题图

（2）联结 *BD*，交 *AC* 于点 *O*，

∵矩形 *ABCD*, ∴*AC*=*BD*，$AO=\frac{1}{2}AC, DO=\frac{1}{2}BD$，

∴*AO*=*OD*，∴∠*OAD* =∠*ODA*，……………………（1 分）

又∵Rt△*ADC*∽Rt△*AED*，∴∠*OAD* =∠*EAD*，……………………（1 分）

∴∠*ODA* =∠*EAD*，∴*AE*∥*OD*，

∴∠*BDE* =∠*E* =90°，即 *BD*⊥*EF*，……………………（2 分）

∵ *DE*=*DF*，∴*BD* 垂直平分 *EF*，∴*BE*=*BF*. ……………………（1 分）

24. 解：（1）∵抛物线经过 A（0，3），∴设为 $y=ax^2+bx+3$，…………………（1 分）

∵关于直线 $x=\frac{5}{2}$ 对称，∴$-\frac{b}{2a}=\frac{5}{2}$，$b=-5a$，∴设为 $y=ax^2-5ax+3$，……………（1 分）

将 B（3，0）代入得 $9a-15a+3=0$，解得 $a=\frac{1}{2}$，$b=-\frac{5}{2}$，

∴抛物线表达式为 $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x+3$. …………………（2 分）

（2）∵横坐标为 4 的点 C 在此抛物线上，代入解析式由计算得 C（4，1），……………（1 分）

又∵A（0，3），B（3，0）

∴ $AB^2=9+9=18$，$BC^2=1+1=2$，$AC^2=16+4=20$，

∴ $AB^2+BC^2=AC^2$，∴∠CBA=90°，…………………（1 分）

∴Rt△ABC 中，$\tan\angle BAC=\frac{BC}{BA}=\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}=\frac{1}{3}$. …………………（2 分）

（3）∵AC 边确定，点 P 在对称轴右方的抛物线上，且

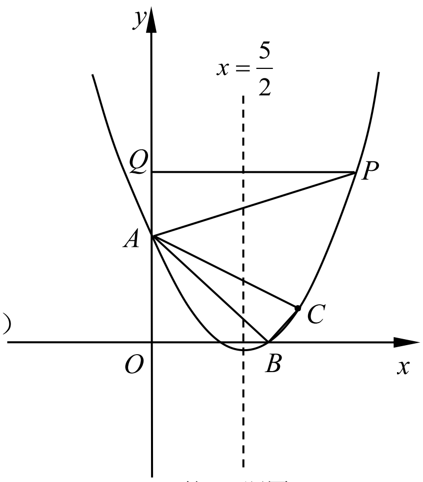
∠PAC=45°，由于抛物线顶点与 AC 夹角小于 45°，

∴点 P 一定在点 C 上方，作 PQ⊥y 轴于 Q，

∵∠BAO=∠PAC =45°，

即∠BAO+∠PAC =90°，∴∠PAQ+∠BAC =90°，

∵∠APQ+∠PAQ =90°，∴∠APQ=∠BAC, ……………（2 分）



第 24 题图

∴在 Rt△PQA、Rt△ACB 中，tan∠APQ= tan∠BAC,，

$\frac{AQ}{PQ}=\frac{BC}{AB}=\frac{1}{3}$，∴ 3$AQ$=$PQ$,

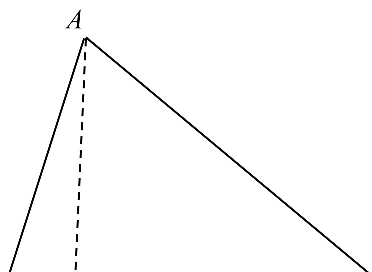
设 P（x, $\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x+3$），$PQ$=$x$，

AQ=OQ－OA=$\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x$，

代入 3AQ=PQ，得 $3(\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x)=x$，

解得 $x=\frac{17}{3}$，代入 $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x+3=\frac{1}{2}(\frac{17}{3})^2-\frac{5}{2}\times\frac{17}{3}+3=\frac{44}{9}$，

∴P（$\frac{17}{3},\frac{44}{9}$）. ……………（2 分）



25. 解：（1）过点 A 作 $AH\perp BC$ 于 H，$AB=6$，$BC=9$，$\cos\angle ABC=\frac{1}{3}$，

在 Rt△ABH 中，$\frac{BH}{AB}=\frac{BH}{6}=\frac{1}{3}$，∴$BH=2$，……………（1 分）

$AH=\sqrt{AB^2-BH^2}=4\sqrt{2}$，$HC=7$，……………（2 分）

在 Rt△AHC 中，$AC=\sqrt{AH^2+HC^2}=9$，……………（1 分）

∴Rt△AHC 中，$\sin C=\frac{AH}{AC}=\frac{4\sqrt{2}}{9}$．……………（1 分）

（2）∵⊙P 与⊙Q 外切，⊙P 的半径为 x，⊙Q 的半径为 y，

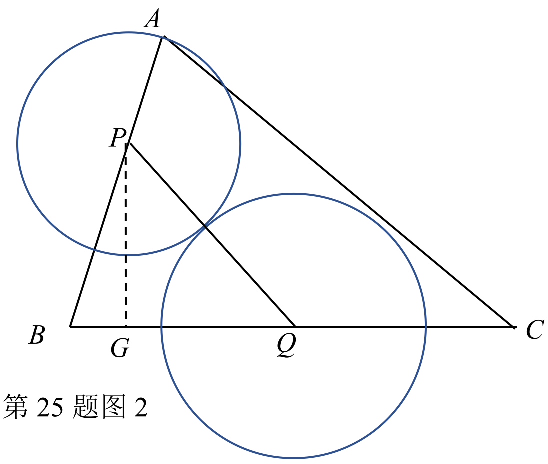
∴$PQ=x+y$，由已知 $BP=6-x$，$BQ=\frac{9}{2}$，…………（1 分）

过点 P 作 $PG\perp BC$ 于 G，

∵Rt△BPG 中 $\cos B=\frac{1}{3}$，∴ $BG=\frac{1}{3}(6-x)$，

$PG=2\sqrt{2}BG=\frac{2\sqrt{2}}{3}(6-x)$，　$GQ=\frac{9}{2}-\frac{1}{3}(6-x)=\frac{5}{2}+\frac{1}{3}x$，

…………（2 分）



第 25 题图 2

∴在 Rt△PGQ 中，$PQ=\sqrt{PG^2+GQ^2}$

$PQ=x+y=\sqrt{\frac{8}{9}(6-x)^2+(\frac{5}{2}+\frac{1}{3}x)^2}=\sqrt{x^2-9x+\frac{153}{4}}$，…………（1 分）

∴ $y=\sqrt{x^2-9x+\frac{153}{4}}-x$，　定义域为　$1\le x<\frac{17}{4}$　．…………（2 分）

（3）∵△BPQ 是等腰三角形

（i）当 $BP=BQ$ 时，　$6-x=\frac{9}{2}$，　$AP=x=\frac{3}{2}$；

（ii）当 $BQ=PQ$ 时，$\angle BPQ=\angle B=\angle A$，∴$PQ//AC$，

点 Q 是边 BC 的中点，∴P 为 AB 中点，∴ $AP=3$；

（iii）当 $BP=PQ$ 时，$PG\perp BC$，此时 $BQ=2BG$，

$\frac{2}{3}(6-x)=\frac{9}{2}$，$x=-\frac{3}{4}$，不合题意，舍去

∴如果△BPQ是等腰三角形，AP的长为$\frac{3}{2}$或3．……………（3分）

闵行区 2023 学年第二学期初中数学学科质量调研
参考答案及评分标准

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1．B；　**2**．C；　**3**．C；　**4**．D；　**5**．D；　**6**．A．

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7．2；　**8**．三；　**9**．$2<x<3$；　**10**．$16\vec{a}+12\vec{b}$；　**11**．$x=-1$；　**12**．$m>1$；

13．$\begin{cases}5x+2y=19,\\2x+5y=16.\end{cases}$；　**14**．90；　**15**．2；**16**．$\dfrac{2}{3}$；　**17**．$\dfrac{\sqrt{2}}{3}$；　**18**．$\dfrac{25}{7}$．

三、解答题（本大题共 8 题，满分 78 分）

19．解：原式$=2\sqrt{2}-1+2+2-\sqrt{2}$

$=\sqrt{2}+3$

20．解：（1）原式$=\dfrac{1}{a-1}+\dfrac{a(a+1)}{(a-1)^2}\div\dfrac{a+1}{a-1}$

$=\dfrac{1}{a-1}+\dfrac{a(a+1)}{(a-1)^2}\cdot\dfrac{a-1}{a+1}$

$=\dfrac{1}{a-1}+\dfrac{a}{a-1}$

$=\dfrac{a+1}{a-1}$．

把 $a=\sqrt{2}$ 代入 $\dfrac{a+1}{a-1}$ 得，

原式$=\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$

$=3+2\sqrt{2}$．

21．证明：（1）∵$GD\parallel AC$，∴$\angle DGF+\angle GFE=180°$．

∵$\angle DGF=\angle DEF$，∴$\angle DEF+\angle GFE=180°$，

∴$GF\parallel DE$，∴四边形 $EFGD$ 是平行四边形

（2）∵$GF\parallel DE$，∴$\angle GFE=\angle DEC$．

∵$\angle B=\angle GFE$，∴$\angle B=\angle DEC$．

∵$\angle C=\angle C$，∴$\triangle DCE\backsim\triangle ACB$，

∴$\dfrac{DE}{AB}=\dfrac{CD}{AC}$．

∵四边形 $EFGD$ 是平行四边形，∴$GF=DE$．

∴$\dfrac{GF}{AB}=\dfrac{CD}{AC}$．

22．解：（1）设 $y_1=k_1x+b_1\left(k_1\neq0\right)$，

把 $x=8$，$y_1=10$；$x=11$，$y_1=16$ 分别代入得：

$\begin{cases}8k_1+b_1=10,\\11k_1+b_1=16.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k_1=2,\\b_1=-6.\end{cases}$

∴ y_1 与 x 的函数关系式为 $y_1=2x-6$．

设 $y_2=k_2x+b_2\left(k_2\neq0\right)$，

把 $x=8$，$y_2=25$；$x=11$，$y_2=22$ 分别代入得：

$\begin{cases}8k_2+b_2=25,\\11k_2+b_2=22.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k_2=-1,\\b_2=33.\end{cases}$

∴ y_2 与 x 的函数关系式为 $y_2=-x+33$．

（2）$v_{总}=y_1+y_2=x+27$，

情况 1：当 $y_1\geqslant\frac{2}{3}v_{总}$ 时，即 $2x-6\geqslant\frac{2}{3}(x+27)$，

解得 $x\geqslant 18$．

情况 2：当 $y_2\geqslant\frac{2}{3}v_{总}$ 时，即 $-x+33\geqslant\frac{2}{3}(x+27)$，

解得 $x\leqslant 9$．

故 8 时到 9 时，可变车道行车方向必须自东向西，

18 时到 20 时，可变车道行车方向必须自西向东，

可变车道行车方向在 9 时到 18 时之间由自东向西变为自西向东均可以．

23.　（1）$\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=\angle E=\angle F$，　$AB=BC=CD=DE=EF=FA$．

（2）证明：联结 OB，作 $OH\perp AB$，垂足为点 H．

由题意知：$OP=2$，$OM=\frac{1}{2}OP$，$AF\perp PQ$，$MN=MA$，$AN=AB=BC=CD=DE$．

∴ $\angle MOA=90°$，Rt△AMO 中，$AM=\sqrt{OM^2+AO^2}$．

∵ $OM=\frac{1}{2}OP=\frac{1}{2}\times 2=1$，$OA=OP=2$，∴ $AM=\sqrt{5}$．

∴ $MN=MA=\sqrt{5}$，$ON=MN-MO=\sqrt{5}-1$．

∵ $AF\perp PQ$，∴ $\angle NOA=90°$，

Rt△ANO 中，$AN=\sqrt{OA^2+NO^2}=\sqrt{2^2+(\sqrt{5}-1)^2}=\sqrt{10-2\sqrt{5}}$．

∴ $AN=AB=\sqrt{10-2\sqrt{5}}$．

∵ $OA=OB$，$OH\perp AB$，∴ $AH=\frac{1}{2}AB=\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{2}$，$\angle AOB=2\angle AOH$．

∴Rt△AHO 中，$\angle AHO=90°$，$\sin\angle AOH=\frac{AH}{AO}=\frac{\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{2}}{2}=\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$．

∵ $\sin 36°=\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$，∴ $\angle AOH=36°$，$\angle AOB=2\angle AOH=72°$．

∵ $AB=BC=CD=DE$，∴ $\angle AOB=\angle BOC=\angle COD=\angle DOE=72°$．

∵ $\angle AOB+\angle BOC+\angle COD+\angle DOE+\angle EOA=360°$，

∴ $\angle AOE=72°$．∴ $\angle AOB=\angle BOC=\angle COD=\angle DOE=\angle EOA=72°$，

∴ $AB=BC=CD=DE=EA$．

∵ $\angle AOB=72°$，$OA=OB$，∴ $\angle OAB=\angle OBA$．

∵ $\angle AOB+\angle OAB+\angle OBA=180°$．

∴ $\angle OAB=\angle OBA=54°$．同理可得：$\angle OBC=\angle OCB=54°$，

∴ $\angle ABC=108°$，

同理可得：$\angle BCD=108°$，$\angle CDE=108°$，$\angle DEA=108°$，$\angle EAB=108°$，

∴ $\angle ABC=\angle BCD=\angle CDE=\angle DEA=\angle EAB$．

∵ $AB=BC=CD=DE=EA$，

∴ 五边形 $ABCDE$ 是正五边形．

24.解：（1）∵抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 经过点 $A(-1，0)$，$C(0，-2)$，

∴ $\begin{cases}\frac{1}{2}-b+c=0,\\ c=-2.\end{cases}$，解得 $\begin{cases}b=-\frac{3}{2},\\ c=-2.\end{cases}$

∴抛物线的表达式为 $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x-2$.

（2）$D(\frac{3}{2}，0)$ ，$Q(-\frac{5}{2}，-2)$.

（3）∵抛物线的表达式为 $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x-2$ ，∴对称轴为 $x=\frac{3}{2}$ ，$B(4，0)$.

分两种情况讨论：

设抛物线的对称轴 $x=\frac{3}{2}$ 与直线 BC 交点为 F，与直线 AC 交点为 G.

（i）当点 E 在直线 $x=\frac{3}{2}$ 上且位于点 D 与点 F 之间（点 E 不与点 D、F 重合）时，四边形 $ACBE$ 为凹四边形.

∵$B(4，0)$，$C(0，-2)$，∴直线 BC 的表达式为：$y=\frac{1}{2}x-2$，

∴点 F 的坐标为$(\frac{3}{2}，-\frac{5}{4})$.

∴ $-\frac{5}{4}<t<0$.

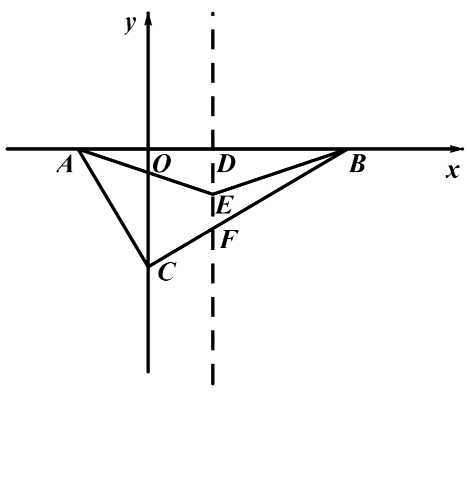
（ii）当点 E 在直线 $x=\frac{3}{2}$ 上且位于点 G 下方时，四边形 $ACBE$ 为凹四边形.

∵$A(-1，0)$，$C(0，-2)$，∴直线 AC 的表达式为：$y=-2x-2$，

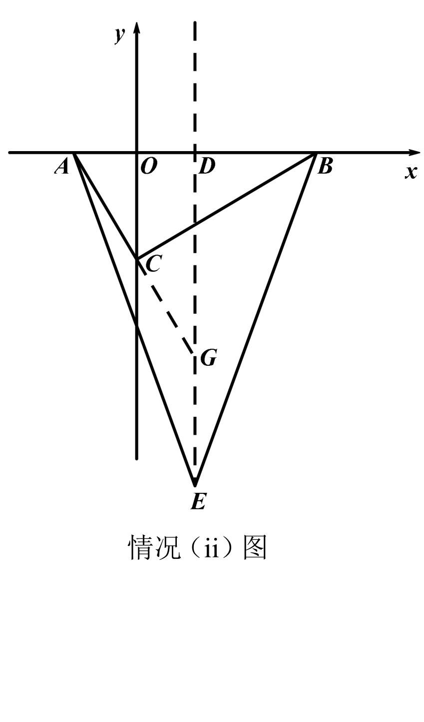
∴点 G 的坐标为$(\frac{3}{2}，-5)$.

∴ $t<-5$.

综上所述，$-\frac{5}{4}<t<0$ 或 $t<-5$.



情况（i）图



情况（ii）图

25. 解：（1）①联结 OA，OC.

∵$AB=BC$，∴$\angle AOB=\angle BOC$.

∵$OA=OB=OC$，∴$\angle BAO=\angle ABO$，$\angle OBC=\angle OCB$.

∵ $\angle AOB+\angle OAB+\angle OBA=180°$，$\angle COB+\angle OCB+\angle OBC=180°$.

∴$\angle ABO=\angle CBO$.

∵ $AB\perp BC$，∴$\angle ABC=90°$. ∴$\angle ABO=45°$.

②设 OC 与 EF 交于点 P.

∵$\angle OBC=\angle ABO=45°$，∴$\angle BOC=90°$. ∵$EF\parallel OB$，∴$\angle OPE=90°$.

∵点 M 是弦 BC 的中点，$EF\parallel OB$，∴$OP=\frac{1}{2}OC$. ∴$OP=\frac{1}{2}OE$.

∵Rt△OPE 中，$\angle OPE=90°$，∴$\angle OEF=30°$.

（2）过点 M 作 $MG\perp OB$ 于点 G，过点 O 作 $OH\perp EF$ 于点 H.

在 Rt△OEH 中，$\angle OHE=90°$，$\tan\angle OEF=\frac{OH}{HE}=x$.

设 $HE=a$，则 $OH=ax$，$OE=\sqrt{HE^2+OH^2}=\sqrt{a^2+(ax)^2}=a\sqrt{x^2+1}$.

∵点 M 是弦 BC 的中点，OM 经过圆心，∴$OM\perp BC$.

在 Rt△OMB 中，$\angle OMB=90°$，$MG\perp OB$ 于点 G.

∴$\angle BOM+\angle OBM=\angle OBM+\angle GMB=90°$，∴$\angle BOM=\angle GMB$，$\angle OGM=\angle BGM$，

∴△OGM∽△MGB，∴$\frac{OG}{GM}=\frac{GM}{GB}$，$GM^2=OG\bullet GB$.

∵$EF\parallel OB$，$MG\perp OB$，$OH\perp EF$，∴设 $GM=OH=ax$，

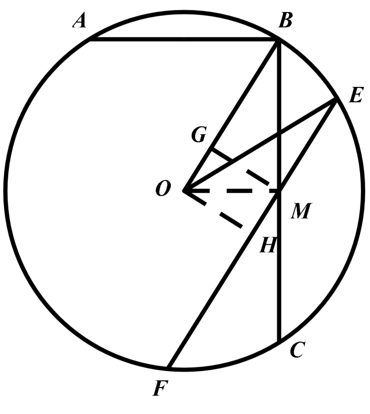
设 $OG=t$，则 $GB=OB-OG=a\sqrt{x^2+1}-t$.

∴$(ax)^2=t\left(a\sqrt{x^2+1}-t\right)$，$t^2-a\sqrt{x^2+1}t+a^2x^2=0$.

解得，$t=\frac{a\sqrt{x^2+1}\pm a\sqrt{1-3x^2}}{2}$.

∴ $y=\frac{AB}{BC}=\frac{OM}{BM}=\frac{OG}{GM}=\frac{\sqrt{x^2+1}\pm\sqrt{1-3x^2}}{2x}$.（∵$AB$≤$BC$，∴舍去较大值）

∴ $y=\frac{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{1-3x^2}}{2x}\quad\left(0<x\leqslant\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.



浦东新区2023学年度第二学期初三年级模拟考试
数学试卷参考答案及评分说明

一、选择题：（本大题共6题，每题4分，满分24分）

1．C；　**2**．D；　**3**．B；　**4**．C；　**5**．B；　**6**．B．

二、填空题：（本大题共12题，每题4分，满分48分）

7．$(a+1)(a-1)$；　**8**．1；　**9**．2；　**10**．$m>9$；　**11**．$\frac{1}{4}$；　**12**．$k<1$；　**13**．72；

14．3；　**15**．$h\cdot\cot\alpha$（$\frac{h}{\tan\alpha}$）；　**16**．$\vec{a}+2\vec{b}$；　**17**．$\frac{9}{4}$；　**18**．$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$．

三、解答题：（本大题共7题，满分78分）

19．解：原式$=\sqrt{3}-\sqrt{2}+2-\sqrt{3}+2+3$……………………（各2分）

$=7-\sqrt{2}$．……………………（2分）

20．解：由①得 $4x-2x+2<4$．……………………（1分）

$2x<2$．……………………（1分）

∴ $x<1$．……………………（1分）

由②得 $3x-3\le 4x$．……………………（2分）

∴ $x\ge -3$．……………………（1分）

∴原不等式组的解集是$-3\le x<1$．……………………（2分）

图略．……………………（2分）

21．解：（1）∵*CD*是边*AB*上的高，∴∠*CDA*=∠*CDB* =90°．……………………（1分）

在Rt△*CDA*中，$\tan\angle BAC=\frac{CD}{AD}=\frac{3}{4}$，设*CD*=3*k*，*AD*=4*k*，则*AC*=5*k*．…（1分）

∵*AB*=*AC*，∴*AB*=*AC*=5*k*，*BD*= *k*．……………………（1分）

在Rt△*CDB*中，$CD^2+BD^2=BC^2$，*CD*=3*k*，*BD*= *k*，*BC*=$\sqrt{10}$，解得*k*=1．（1分）

∴*AD*=4*k*=4．……………………（1分）

（2）取*AD*的中点*H*，联结*EH*．……………………（1分）

∴*AH*=*DH*=$\frac{1}{2}$*AD*．∵*AD*=4，*BD*=1，*BH*=*BD*+*DH*，∴*BH*=3．……………（1分）

∵点*E*是边*AC*的中点，点*H*是*AD*的中点，∴*EH*是△*ADC*的中位线．

∴*EH*=$\frac{1}{2}$*CD*，*EH*∥*CD*．……………………（1分）

∵*CD*=3，∴*EH*=$\frac{3}{2}$．

∵*EH*∥*CD*，∴∠*EHB*=∠*CDB*= 90°．……………………（1分）

在Rt△*EHB*中，∠*EHB*=90°，*EH*=$\frac{3}{2}$，*BH*=3，∴$\cot\angle ABE=\frac{BH}{DH}=2$．（1分）

22．解：（1）45；图1略；合格：37.5%；良好：22.5%．……………………（各1分）

（2）②、④……………………（2分）

（3）∵200×35%=70，∴*m* =70．

根据题意可得：$x(70-x)=40\times 15$．……………………（1分）

整理得：$x^2-70x+600=0$．解得：x_1=10或x_2=60．……………………（1分）

答：*x*的值取10比较合理；60分以下的学生有10名，每1名学生辅导1名学生．（2分）

23．证明：（1）∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴$AD=AB=DC=BC$，$AD\parallel BC$，$CD\parallel AB$．……………………………（1 分）

∵$EG\parallel BC$，$AD\parallel BC$，∴$AD\parallel EG\parallel BC$．……………………………（1 分）

∵$EG\parallel BC$，∴ $\dfrac{EG}{CB}=\dfrac{DE}{DC}$．∴$EG=DE$．……………………………（1 分）

∵$AD\parallel EG$，∴ $\dfrac{AD}{EG}=\dfrac{DF}{FG}$．∵$CD\parallel AB$，∴ $\dfrac{AB}{DE}=\dfrac{BF}{DF}$．…………（1 分）

∴ $\dfrac{DF}{FG}=\dfrac{BF}{DF}$．……………………………………………（1 分）

∴ $DF^2=FG\cdot BF$．……………………………………………（1 分）

（2）联结 AC 交 BD 于点 O．……………………………（1 分）

∴$BD=2DO$，$AC\perp BD$．……………………………（1 分）

∵ $BD\cdot DF=2AD\cdot DE$，$AD=DC$，

∴ $DO\cdot DF=DC\cdot DE$．∴ $\dfrac{DO}{DE}=\dfrac{DC}{DF}$．……………………（1 分）

∵ $\angle FDE=\angle CDO$，∴ $\triangle FDE\backsim\triangle CDO$．……………………（1 分）

∴$\angle FED=\angle COD$．……………………………………………（1 分）

∵$AC\perp BD$，∴$\angle COD=90°$．∴$\angle FED=90°$．

∴$AE\perp DC$．……………………………………………（1 分）

24．解：（1）直线 $y=-x+2$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 A、点 B，

∴点 A、点 B 的坐标分别为（2，0）、（0，2）．……………………（2 分）

抛物线 C_1：$y=-x^2+bx+c$ 经过点 A、B 两点，

∴ $\begin{cases}-4+2b+c=0,\\ c=2.\end{cases}$ ……………………………………（1 分）

∴ $b=1$，$c=2$．……………………………………（1 分）

（2）由（1）得抛物线的对称轴是直线 $x=\dfrac{1}{2}$，顶点 C 坐标为（$\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{9}{4}$）．（1 分）

设对称轴与直线 AB、x 轴分别相交于点 H、点 G．

∵点 A、点 B 的坐标分别为（2，0）、（0，2），∴$OA=OB=2$．

在 $\mathrm{Rt}\triangle AOB$ 中，$\angle AOB=90°$，$OA=OB=2$，∴$\angle OAB=\angle OBA=45°$．（1 分）

∴$\angle GAD+\angle DAH=45°$．

∵对称轴 $x=\dfrac{1}{2}$ 平行 y 轴，∴$\angle AHG=\angle ABO=45°$．∴$\angle CAH+\angle GCA=45°$．

∵射线 AB 平分$\angle CAD$，∴$\angle CAH=\angle DAH$．∴$\angle GAD=\angle GCA$．………（1 分）

在 $\mathrm{Rt}\triangle GDA$ 与 $\mathrm{Rt}\triangle GAC$ 中，$\tan\angle GAD=\tan\angle GCA$．

∴ $\dfrac{AG}{CG}=\dfrac{DG}{AG}$，∴$DG=1$．

∵点 D 在抛物线 C_1 的对称轴上，∴点 D 的坐标为（$\dfrac{1}{2}$，1）．…………（1 分）

（3）∵新抛物线 C_2 的顶点 E 在射线 BA 上，

∴设顶点 E 的坐标是（t，$2-t$），新抛物线 C_2 的表达式为 $y=-(x-t)^2+2-t$．

∴新抛物线 C_2 与 y 轴交点 F 的坐标为（0，$-t^2-t+2$）．

∴ $EF^2=t^4+t^2$，$BF^2=t^4+2t^3+t^2$，$BE^2=2t^2$．

$\triangle BEF$ 是等腰三角形，有三种情况：$EF=BF$、$EF=BE$、$BF=BE$．

①$EF=BF$，$t^4+t^2=t^4+2t^3+t^2$，解得 $t=0$（舍）．

② $EF=BE$，$t^4+t^2=2t^2$，解得 $t=0$，$t=\pm1$．

$t=0$，$t=-1$ 不符合题意，舍去，得 $t=1$．

∴点 E 的坐标为（1，1），新抛物线 C_2 的表达式为 $y=-(x-1)^2+1$．

③ $BF=BE$，$t^4+2t^3+t^2=2t^2$，解得 $t=0$，$t=-1\pm\sqrt{2}$．

$t=0$，$t=-1$ 不符合题意，舍去，得 $t=\sqrt{2}-1$．

∴点 E 的坐标为（$\sqrt{2}-1$，$3-\sqrt{2}$），

新抛物线 C_2 的表达式为 $y=-(x+1-\sqrt{2})^2+3-\sqrt{2}$．

综上所述，所求抛物线 C_2 的表达式为 $y=-(x-1)^2+1$ 或 $y=-(x+1-\sqrt{2})^2+3-\sqrt{2}$．

25．解：（1）过点 O_1 作 $O_1M\perp AD$、$O_1N\perp BE$，垂足分别为点 M、N，则 O_1M、O_1N 分别表示 AD 和 BE 的弦心距．

∵O_1O_2 是连心线，AB 是公共弦，∴O_1O_2 垂直平分 AB．…………………（1 分）

∴$AC=BC$．…………………………………………………………………（1 分）

∴CO_1 平分∠DCE．……………………………………………………（1 分）

∵$O_1M\perp AD$、$O_1N\perp BE$，∴$O_1M=O_1N$．

∴$AD=BE$．…………………………………………………………………（1 分）

∵$AC=BC$，$AD=BE$，∴$\dfrac{AC}{AD}=\dfrac{BC}{BE}$．∴$AB$∥$DE$．………………………（1 分）

（2）联结 O_1A、O_2A．

∵$O_1A=O_1D$，∴∠O_1DA＝∠O_1AD．∵$O_2A=O_2C$，∴∠O_2CA＝∠O_2AC．（1 分）

∵AB∥DE，∴∠DO_1C＝∠AHC＝90°．∴∠O_1DA+∠O_2CA＝90°．…（1 分）

∴∠O_1AD+∠O_2AC＝90°．

∵∠O_1AD＋∠O_1AO_2＋∠O_2AC＝180°，∴∠O_1AO_2＝90°．…………（1 分）

在 Rt△O_1AO_2 中，$O_1A=4$，$O_1O_2=5$，∴$O_2A=3$．…………………………（1 分）

即⊙O_2 的半径为 3．

（3）过点 O_1 作 $O_1M\perp AD$、$O_2P\perp AC$，垂足分别为点 M、P．记 AB 与连心线 O_1O_2 交点为点 H．

∴∠O_1MC＝∠O_2NC＝90°，∴O_1M∥O_2N．∴$\dfrac{CN}{CM}=\dfrac{CO_2}{CO_1}$．

∵O_2P 过圆心，$O_2P\perp AC$，∴$CP=AP$．设 $CP=AP=a$，则 $AC=2a$．

∵O_1M 过圆心，$O_1M\perp AD$，∴$AM=DM$．设 $AM=DM=b$，则 $AD=2b$．…（1 分）

∵$O_1O_2=5$，⊙O_2 的半径为 2，∴$CO_2=AO_2=2$，$CO_1=7$．

∴$\dfrac{a}{2a+b}=\dfrac{2}{7}$．∴$\dfrac{a}{b}=\dfrac{2}{3}$．∴$\dfrac{AC}{DC}=\dfrac{2}{5}$．…………………………………（1 分）

∵BD∥AO_2，∴$\dfrac{CO_2}{CF}=\dfrac{AC}{DC}=\dfrac{2}{5}$．

∵$CO_2=2$，∴$CF=5$．∴$O_2F=3$．…………………………………………（1 分）

∵BD∥AO_2，∴$\dfrac{O_2H}{FH}=\dfrac{AH}{BH}$．

又∵$AH=BH$，∴$O_2H=FH=\dfrac{3}{2}$．∴$CH=CO_2+O_2H=\dfrac{7}{2}$．………………（1 分）

∵AB∥DE，∴$\dfrac{CH}{CG}=\dfrac{AC}{DC}=\dfrac{2}{5}$．∴$CG=\dfrac{35}{4}$．∴$O_1G=CG-CO_1=\dfrac{7}{4}$．……（1 分）

普陀区九年级第二学期数学自适应练习（2024.4）

参考答案及评分说明

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1．(D)；　2．(C)；　3．(B)；　4．(A)；　5．(C)；　6．(D).

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7．$9a^6$；　8．$x=3$；　9．$-2<x<\dfrac{1}{2}$；

10．$k<1$；　11．150；　12．$\dfrac{3}{4}$；

13．$-\dfrac{3}{2}$；　14．$(2,3)$；　15．27；

16．$\dfrac{4}{3}\vec{a}+\dfrac{2}{3}\vec{b}$；　17．$\dfrac{8}{5}$、$\dfrac{8}{3}$（或$\dfrac{32}{5}$、$\dfrac{32}{3}$）；　18．$4-\dfrac{\sqrt{6}}{4}$.

三、解答题（本大题共 7 题，其中第 19---22 题每题 10 分，第 23、24 题每题 12 分，第 25 题 14 分，满分 78 分）

19．解：原式$=-4+2\sqrt{2}+16-(2+\sqrt{2})$

$=10+\sqrt{2}$.

20．解：$\dfrac{6x}{(x+3)(x-3)}+\dfrac{x}{x+3}=2$.

去分母，得$6x+x(x-3)=2(x+3)(x-3)$.

化简，得$x^2-3x-18=0$.

解得 $x_1=-3$，$x_2=6$.

经检验：$x_2=6$是原方程的根，$x_1=-3$是增根，舍去.

所以，原方程的解为$x=6$.

21．解：（1）∵ $AB=AD$，∴ $\angle B=\angle ADB$.

∵ $\angle ADB=\angle DAC+\angle C$，∴ $\angle B=\angle DAC+\angle C$.

∵ $\angle B=2\angle C$，∴ $\angle DAC=\angle C$.

∴ $CD=AD=13$.

∵ $BC=23$，∴ $BD=10$.

（2）过点A作$AH\perp BC$，垂足为H.

∵ $AB=AD$， $AH\perp BC$，∴ $BH=DH=5$． ∴ $CH=18$．

在 Rt△ ABH 中，由勾股定理可得 $AH=12$．

在 Rt△ AHC 中， $\tan C=\dfrac{AH}{HC}=\dfrac{12}{18}=\dfrac{2}{3}$．

22．解：设乙外卖平台外卖员小王的月送单天数是 x 天．

由信息一和信息二可列方程 $(50+61\times 6)x-320=8832$．

解得 $x=22$．

所以，乙外卖平台外卖员小王的月送单天数是22天．

即这两个外卖平台每个月的月送单天数都是22天．

由信息四可得 甲外卖平台外卖员小张的日均送单数：

$$\bar{x}_{小张日均送单数}=\frac{54\times 2+58\times 2+60\times 6+62\times 3+65\times 2}{2+2+6+3+2}=60 .$$

小张的月均违规送单数：

$$\bar{x}_{小张月均违规送单数}=\frac{9\times 2+10+11+12\times 3+13\times 2+14\times 2+15}{2+1+1+3+2+2+1}=12 .$$

由信息三可知 小张在甲外卖平台月均工资收入是 $22\times(70+60\times 5.5)-12\times 10=8680$ 元.

由信息一可知 小张若在乙外卖平台月均工资收入是 $22\times(50+60\times 6)-12\times 32=8636$ 元.

由 $8636<8680$，可决策小张不需要跳槽.

23．证明：（1）∵ $AB// CD$，∴ $\dfrac{FE}{EC}=\dfrac{AE}{ED}$．

∵ $\dfrac{FA}{AB}=\dfrac{AE}{ED}$， ∴ $\dfrac{FE}{EC}=\dfrac{FA}{AB}$． ∴ $AD// BC$．

又∵ $AB// CD$，∴四边形 $ABCD$ 为平行四边形.

（2）∵ $FC^2=FD\cdot FG$，∴ $\dfrac{FD}{FC}=\dfrac{FC}{FG}$．

∵ $\angle DFC=\angle CFG$，∴△ DFC ∽ △ CFG．

∴ $\angle FCD=\angle G$．

∵ $AB// CD$，∴ $\angle BFC=\angle FCD$， $\angle B=\angle DCG$． ∴ $\angle BFC=\angle G$．

∴△ BFC ∽ △ CGD．

∴ $\dfrac{BC}{CD}=\dfrac{BF}{CG}$． ∴ $BC\cdot CG=BF\cdot CD$．

∵四边形 $ABCD$ 为平行四边形，∴ $AD=BC$．

∴ $AD\cdot CG=BF\cdot CD$．

24．解：（1）由抛物线的顶点 $P(4,3)$，可得抛物线的表达式为 $y=a(x-4)^2+3$．

过点 P 作 $PH \perp AB$，垂足为 H．由抛物线的对称性可得 $PA = PB$．

$\because \angle APB = 90°$，$\therefore AH = BH = PH = 3$．可得点 A 的坐标为 $(1,0)$．

把 $A(1,0)$ 代入 $y = a(x-4)^2 + 3$，得 $a = -\dfrac{1}{3}$．

所以，抛物线的表达式是 $y = -\dfrac{1}{3}(x-4)^2 + 3$．

（2）由抛物线的顶点 $P(m,n)$，同理可得点 $A(m-n,0)$．

把 $A(m-n,0)$ 代入 $y = a(x-m)^2 + n$，

得 $0 = a(m-n-m)^2 + n$，

化简得 $n(an+1) = 0$．

$\because$ 点 P 在第一象限，$\therefore n \neq 0$．$\therefore an+1 = 0$．

（3）由点 P 在直线 $y = \dfrac{1}{2}x$ 上，可设点 $P(2n,n)$，得 $A(n,0)$，$B(3n,0)$．

可得直线 AP 的表达式为 $y = x - n$，$BP = AP = \sqrt{2}n$，$AB = 2n$．

$\because$ 直线 MN 的表达式为 $y = x + \dfrac{n}{2}$，$\therefore AP \parallel MN$．

记直线 MN 与 x 轴的交点为 G，可得点 G 的坐标为 $\left(-\dfrac{n}{2},0\right)$．$\therefore AG = \dfrac{3}{2}n$．

延长 BP 交 MN 于点 Q，联结 PM．得 $\angle PQM = 90°$，$MP = BP = \sqrt{2}n$，$MN = 2MQ$．

由 $AP \parallel MN$，可得 $\dfrac{BP}{PQ} = \dfrac{AB}{AG}$，

得 $\dfrac{\sqrt{2}n}{PQ} = \dfrac{2n}{\frac{3}{2}n}$，解得 $PQ = \dfrac{3\sqrt{2}}{4}n$．

在 Rt△ PMQ 中，由勾股定理得 $MQ = \dfrac{\sqrt{14}}{4}n$．可得 $MN = \dfrac{\sqrt{14}}{2}n$．

$\because an+1 = 0$，$\therefore a = -\dfrac{1}{n}$．

$\therefore MN = -\dfrac{\sqrt{14}}{2a}$．

25．解：（1）$\because CD = CF$，$\therefore \angle CDF = \angle CFD$．

由已知 $\angle BCD$ 是旋转角，得 $\angle BCD = \angle DCF$．

∵ $AD\parallel BC$，点 F 在 AD 的延长线上，∴ $DF\parallel BC$．

得 $\angle BCD=\angle CDF$．

∴ $\angle DFC=\angle CDF=\angle DCF$．∴△ CDF 为等边三角形．$\angle BCD=60^\circ$．

（2）①分别联结 AC、EC、BD，过点 D 作 $DP\perp BC$，垂足为点 P．

易证四边形 $ABPD$ 为矩形．得 $BP=AD=x$，$PC=6-x$．

在 Rt△ DPC 中，由勾股定理得 $DP=\sqrt{12x-x^2}$．∴ $AB=\sqrt{12x-x^2}$．

在 Rt△ ADB 中，由勾股定理得 $BD=\sqrt{12x}$．

在 Rt△ ABC 中，由勾股定理得 $AC=\sqrt{12x-x^2+36}$．

由梯形 $ABCD$ 绕点 C 按顺时针方向旋转得梯形 $EDCF$，可得 $\angle ACE=\angle BCD$，$AC=EC$．

∴ $\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{CD}{CE}$.∴△ BCD ∽△ ACE．

∴ $\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{BD}{AE}$.∴ $\dfrac{6}{\sqrt{12x-x^2+36}}=\dfrac{\sqrt{12x}}{y}$.∴ $y=\dfrac{\sqrt{36x^2-3x^3+108x}}{3}$．

②以线段 BD、AE 为边的正多边形是双同正多边形．

由 $\angle BCF$ 是一个正多边形的中心角，且 $\angle BCF=2\angle BCD$，可得 $\angle BCD$ 也是一个正多边形的中心角.

∵ $CB=CD$，∴点 C 在线段 BD 的中垂线上.同理可得点 C 在线段 AE 的中垂线上.

由两条不同的中垂线相交于点 C，可知点 C 同时为以线段 BD、AE 为边的正多边形的中心.

由 $\angle ACE=\angle BCD$，可得边数也相同.

所以，以线段 BD、AE 为边的正多边形有相同的中心 C，且边数也相同，

即 它们是双同正多边形.

由两个正多边形的面积比是 $4:5$，可得△ BCD 与△ ACE 的面积比是 $4:5$．

相似比是 $2:\sqrt{5}$．即 $\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$，$\dfrac{6}{\sqrt{12x-x^2+36}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$，解得 $x=6\pm3\sqrt{3}$．

∵ $AD<BC$，∴ $x=6-3\sqrt{3}$．可得 $\angle BCD=30^\circ$．所以双同正多边形的边数为 12．

青浦区 2023 学年第二学期九年级学业质量调研数学试卷

评分参考

一、选择题：

1．C；　2．D；　3．A；　4．B；　5．C；　6．D．

二、填空题：

7．$xy(y-x)$；　8．$x=13$；　9．$x\neq -1$；　10．$c\geq -\frac{1}{4}$；

11．$y=(x-3)^2+1$；　12．$\frac{1}{3}$；　13．430；　14．$m\cdot\tan\alpha+m\cdot\tan\beta$；

15．$\vec{a}+6\vec{b}$；　16．30；　17．$\frac{1}{4}$．；　18．$\sqrt{5}-2\leq r<2$或$\sqrt{5}<r\leq\sqrt{5}+2$．

三、解答题：

19．解：原式＝$4-1+2\sqrt{5}-\sqrt{5}-3$．……（8 分）

＝$\sqrt{5}$．……（2 分）

20．解：由②得 $x+y=0$ 或 $x-3y=0$．……（2 分）

原方程组可化为$\begin{cases}2x+y=21,\\x+y=0.\end{cases}$或$\begin{cases}2x+y=21,\\x-3y=0.\end{cases}$……（4 分）

解得原方程组的解是$\begin{cases}x_1=21,\\y_1=-21.\end{cases}$，$\begin{cases}x_2=9,\\y_2=3.\end{cases}$……（4 分）

21．解：（1）联结 AC．

∵O为圆心，$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BD}$，

∴$AB\perp CD$，$CE=DE$.……（2分）

∴$AC=AD$.……（1分）

又∵$AD=CD$，∴$AC=AD=CD$.

∴$\triangle ACD$是等边三角形.……（1分）

∴$\angle ADC=60°$.……（1分）

（2）联结OD.

∵$\angle ADC=60°$，∴$\angle A=30°$.……（1分）

∵$OD=AO$，∴$\angle A=\angle ADO=30°$.……（1分）

∴$\angle EDO=30°$.……（1分）

在Rt$\triangle OED$中，∵$DE=\cot 30°\cdot OE$，$OE=1$，∴$DE=\sqrt{3}$.……（1分）

∴$AD=CD=2DE=2\sqrt{3}$.……（1分）

22．解：（1）$y=1500x+1200(7-x)$.……（2分）

$=300x+8400$.……（1分）

（2）∵$300x+8400\le 10200$，∴$x\le 6$.……（1分）

∵$45x+(7-x)33\ge 275$，∴$x\ge 3\frac{2}{3}$.……（1分）

∵x为整数，∴x可取4，5，6.……（1分）

∴一共有3种租车方案.……（1分）

（3）∵一次函数$y=300x+8400$，$k=300>0$，∴y的值随着x的值增大而增大.

∵x可取4，5，6，∴当$x=4$时，y的值最小.……（1分）

把$x=4$代入$y=300x+8400$，得$y=9600$.……（1分）

∴选择租用甲种型号的客车4辆，乙种型号的客车3辆最省钱；……（1分）

此时租车的总费用为9600元.

23．解：（1）∵$AD\parallel BC$，

∴$\angle DAB+\angle CBA=180°$，$\angle DAE=\angle ACB$.……（2分）

又∵ $\angle DAB=\angle BCD$，

∴ $\angle BCD+\angle CBA=180°$.

∴ $AB\parallel CD$. ……………………………………………………………………（1分）

∴四边形 $ABCD$ 为平行四边形. ……………………………………………………（1分）

∵ $\angle DEC=\angle DAB$，$\angle DEC=\angle ADE+\angle DAE$，$\angle DAB=\angle BAC+\angle DAE$.

∴ $\angle ADE=\angle BAC$.

∵ $EA=ED$，∴ $\angle ADE=\angle DAE$.

∴ $\angle DAE=\angle BAC=\angle ACB$.

∴ $BA=BC$. ………………………………………………………………………（1分）

∴四边形 $ABCD$ 是菱形. ……………………………………………………………（1分）

（2）∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴ $DC=AD=BC=AB$. ………………………………………………………（1分）

∵ $AD\parallel BC$，∴ $\dfrac{AD}{GB}=\dfrac{AF}{FB}$. ……………………………………………………（1分）

∵ $GB=BC$，∴ $GB=AD$. ∴ $AF=FB$.

∴ $AF=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{1}{2}AD$. …………………………………………………（1分）

∵ $AB\parallel DC$，∴ $\angle AFE=\angle GDC$.

∵ $\angle DEC=\angle AEF$，$\angle DEC=\angle DCB$.

∴ $\angle AEF=\angle DCB$.

∴ $\triangle AEF\backsim\triangle GCD$. ………………………………………………………（1分）

∴ $\dfrac{EF}{CD}=\dfrac{AF}{GD}$. ……………………………………………………………（1分）

∴ $AF\cdot CD=EF\cdot GD$.

∴ $\dfrac{1}{2}AD\cdot AD=EF\cdot GD$.

∴ $AD^2=2EF\cdot GD$. ………………………………………………………（1分）

24．解：（1）∵抛物线 $y=ax^2+bx-3$ 经过点 A（−3，0）和 B（1，0），

∴ $\begin{cases}9a-3b-3=0,\\ a+b-3=0.\end{cases}$ ……………………（2分）解得：$\begin{cases}a=1,\\ b=2.\end{cases}$

∴抛物线的解析式为 $y=x^2+2x-3$. ……………………………………………（1分）

当 $x=0$ 时，$y=-3$. ∴点 C 的坐标为（0，-3）. …………………………………（1分）

（2）过点 C 作 $CH\perp DG$，垂足为点 H.

设点 D 为（m，0）（$m<0$）.

∴G（m，m^2+2m-3）. ……………………………………………………………（1 分）

∴H（m，-3）.

∴$AD=3+m$，$DG=-m^2-2m+3$．∴$HC=-m$，$HG=-m^2-2m$．

∵$\angle DGA=\angle DGC$，∴$\tan\angle DGA=\tan\angle DGC$.

∴$\frac{AD}{DG}=\frac{HC}{HG}$．∴$\frac{m+3}{-m^2-2m+3}=\frac{-m}{-m^2-2m}$． ……………………………………（1 分）

解得 $m=-\frac{1}{2}$ 或 $m=-3$（舍去）.

∴点 D 的坐标（$-\frac{1}{2}$，0）.

∴点 G 的坐标（$-\frac{1}{2}$，$-3\frac{3}{4}$）. ……………………………………………………（1 分）

∴ $S_{\Delta AGC}=S_{梯形DOCG}+S_{\Delta ADG}-S_{\Delta AOC}=\frac{15}{8}$． ……………………………………………（1 分）

（3）设 BP 与 DC 相交于点 Q．过点 B、Q 作 $BM\perp DQ$、$QN\perp DO$，垂足分别为点 M、N.

∵点 D 的坐标（-1，0），点 C 的坐标为（0，-3），

∴$\tan\angle ODC=\frac{OC}{OD}=3$．∴ $DM=\frac{1}{5}\sqrt{10}$， $BM=\frac{3}{5}\sqrt{10}$．

∵$\angle DCB+\angle PBC=45°$，∴$\angle DQB=45°$.

∴$BM=QM=\frac{3}{5}\sqrt{10}$．∴$QD=\frac{4}{5}\sqrt{10}$． ……………………………………………………（1 分）

∴$DN=\frac{4}{5}$，$QN=\frac{12}{5}$.

∴点 Q 的坐标（$-\frac{1}{5}$，$-\frac{12}{5}$）. ……………………………………………………（1 分）

可得直线 BQ 的解析式为：$y=2x-2$． ……………………………………………………（1 分）

设点 P 的坐标为（n，$2n-2$）.

将（n，$2n-2$）代入 $y=x^2+2x-3$，

得 $n=-1$ 或 $n=1$（舍去）∴点 P 的坐标（-1，-4）. ……………………………（1 分）

25．解：（1）

①∵$AB=AC$，$\angle ABC=\alpha$，

∴$\angle ACB=\angle ABC=\alpha$. ……（1 分）

∵$CB=CD$，∴$\angle CDB=\angle DBC$.

∵$CE=CD$，∴$\angle CED=\angle CDE$.

∵$\angle CED+\angle CDE+\angle CDB+\angle DBC+\angle ACB=360°$，

∴$2(\angle CDE+\angle CDB)+\alpha=360°$. ……（1 分）

∴$\angle CDE+\angle CDB=180°-\dfrac{1}{2}\alpha$. ……（1 分）

∴$\angle BDF=180°-(180°-\dfrac{1}{2}\alpha)=\dfrac{1}{2}\alpha$. ……（1 分）

②∵$\angle DBC=\alpha$，$\angle BDF=\dfrac{1}{2}\alpha$，∴$\angle F=\angle CDB-\angle BDF=\dfrac{1}{2}\alpha$..

∴$\angle F=\angle BDF$. ∴ $BF=BD=1$. ……（1 分）

过点 C 作 $CH\perp DB$，垂足为点 H.

∵$CB=CD$，∴ $BH=\dfrac{1}{2}BD=\dfrac{1}{2}$. ……（1 分）

∵$\angle ACB=\angle ABC=\angle BDC$， ∴ $\triangle CBD\backsim\triangle ABC$. ……（1 分）

∴$\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{BD}{BC}$. ∴ $CB=\sqrt{2}$. ……（1 分）

∴$\cos\angle ABC=\dfrac{BH}{BC}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$. ……（1 分）

（2）设 AB 与 MN 交于点 K. 设$\angle ABC=\alpha$，$BC=x$.

∵$AB=AC$，$CB=CD$，∴$\angle ACB=\angle ABC=\angle BDC$.

∴$\triangle CBD\backsim\triangle ABC$. ∴ $\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{BD}{BC}$. ∴ $BD=\dfrac{1}{2}x^2$. ……（1 分）

∵$\angle ACB=\angle ABC=\angle BDC=\alpha$，

∴$\angle DCB=180°-2\alpha$.

∴$\angle ACD=\angle DCB-\angle ACB=180°-3\alpha$，

∵$CE=CD$，∴$\angle CDE=\angle CED=\dfrac{180-(180-3\alpha)}{2}=\dfrac{3}{2}\alpha$.

∴$\angle BDF=\angle CDE-\angle CDB=\dfrac{1}{2}\alpha$．

∴$\angle F=\angle CDB-\angle BDF=\dfrac{1}{2}\alpha$．∴$BF=BD=\dfrac{1}{2}x^2$．……………………………（1 分）

取 BF 的中点 G，联结 NG，∴NG 为△BDF 中位线．

∴$NG=\dfrac{1}{2}BD=\dfrac{1}{4}x^2$．

∴$BG=\dfrac{1}{2}BD=\dfrac{1}{4}x^2$．……………………………………………………………………（1 分）

∴$MN\parallel CE$，$AB=2$，M 为 BC 中点，

∴$\dfrac{BM}{BC}=\dfrac{BK}{AB}=\dfrac{1}{2}$．∴$BK=1$，$BM=\dfrac{1}{2}x$．

∵$NG\parallel BK$，∴$\dfrac{BM}{MG}=\dfrac{BK}{NG}$．　∴$\dfrac{\frac{x}{2}}{\frac{x}{2}+\frac{x^2}{4}}=\dfrac{1}{\frac{x^2}{4}}$．……………………………（1 分）

∴$x=1+\sqrt{5}$ 或 $x=1-\sqrt{5}$（舍去）.

∴ CB 的长 $1+\sqrt{5}$．………………………………………………………………………（1 分）

2024 年松江区模拟考试试卷九年级数学参考答案

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1．A　2. C　3. D　4. A　5. D　6. C

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. $\sqrt{2}$；　8. $a(a-1)$；　9. $1\leqslant x<2$；　10. $-\dfrac{1}{4}$；　11. 增大；　12. 13.2；　13. $\dfrac{1}{3}$；

14. $y=x^2-x$（答案不唯一）；　15. $\dfrac{1}{3}\vec{a}+\dfrac{2}{3}\vec{b}$；　16. 240；　17. 12.5；　18. 5 或 $\dfrac{13}{2}$.

三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

19．计算：$\left(1\dfrac{7}{9}\right)^{\frac{1}{2}}+\left|2-\sqrt{3}\right|+\dfrac{4}{\sqrt{3}-1}-\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)^{-1}$.

原式$=\dfrac{4}{3}+\left(2-\sqrt{3}\right)+\left(2\sqrt{3}+2\right)-\sqrt{3}$

$=\dfrac{4}{3}+2-\sqrt{3}+2\sqrt{3}+2-\sqrt{3}$

$=5\dfrac{1}{3}$

20．解方程组：$\begin{cases}x^2-3xy+2y^2=0, & ①\\ x^2+y^2=5. & ②\end{cases}$

解：由方程①得 $(x-y)(x-2y)=0$，得到 $x-y=0$ 或 $x-2y=0$.

将它们与方程②分别组成方程组，得

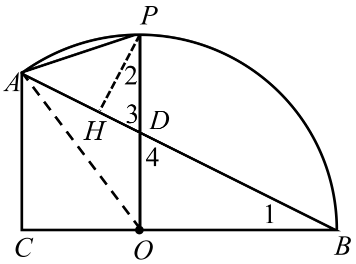
（Ⅰ）$\begin{cases}x-y=0,\\ x^2+y^2=5.\end{cases}$　或（Ⅱ）$\begin{cases}x-2y=0,\\ x^2+y^2=5.\end{cases}$

解方程组（Ⅰ），得 $\begin{cases}x_1=\dfrac{\sqrt{10}}{2},\\ y_1=\dfrac{\sqrt{10}}{2};\end{cases}$　$\begin{cases}x_2=-\dfrac{\sqrt{10}}{2},\\ y_2=-\dfrac{\sqrt{10}}{2}.\end{cases}$

解方程组（Ⅱ），得 $\begin{cases}x_3=2,\\ y_3=1;\end{cases}$　$\begin{cases}x_4=-2,\\ y_4=-1.\end{cases}$

所以原方程组的解是 $\begin{cases}x_1=\dfrac{\sqrt{10}}{2},\\ y_1=\dfrac{\sqrt{10}}{2};\end{cases}$　$\begin{cases}x_2=-\dfrac{\sqrt{10}}{2},\\ y_2=-\dfrac{\sqrt{10}}{2};\end{cases}$　$\begin{cases}x_3=2,\\ y_3=1;\end{cases}$　$\begin{cases}x_4=-2,\\ y_4=-1.\end{cases}$.

21.（1）联结 AO，设 $AO=BO=r$



（图 5）

∵ $BC=8$，∴ $CO=8-r$

∵ $\angle C=90°$，$AC=4$

∴ $4^2+(8-r)^2=r^2$

$r=5$

∴⊙O 的半径长是 5.

（2）过点 P 作 $PH\perp AB$，垂足为 H.

∵ $\tan\angle 1=\dfrac{OD}{OB}=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{1}{2}.$　　∴ $OD=\dfrac{5}{2}, PD=\dfrac{3}{2}, BD=\dfrac{5}{2}\sqrt{5}.$

又∵　$\angle 1+\angle 4=\angle 2+\angle 4=90°$　　$\angle 3=\angle 4$　　∴ $\angle 1=\angle 2$

∴ $\sin\angle 2=\dfrac{DH}{PD}=\sin\angle 1=\dfrac{OD}{BD}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}.$

∴ $HD=\dfrac{\sqrt{5}}{2}, PH=\sqrt{5}, AH=\sqrt{5}$

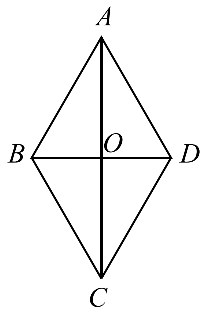
∴ $\tan\angle PAB=\dfrac{PH}{AH}=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=1.$

22.（1）①$AD\perp BC$，AD 平分 BC；

②四边形 $ABDC$ 是轴对称图形，直线 AD 所在的直线是它的对称轴；

③$\angle BAC=60°$，$\angle ABD=\angle ACD=75°$，$\angle BDC=150°$.

（2）画图



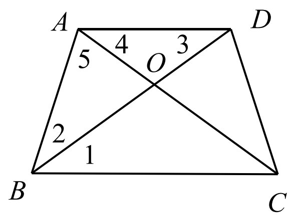
∵在菱形 $ABCD$ 中，且 $AB=BC=CD=DA=BD$

∴ $\angle BAD=60°$，$\angle BAC=30°$，$AC\perp BD$

∴ $\cos\angle BAC=\cos 30°=\dfrac{AO}{AB}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

∴ $\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{2AO}{AB}=\sqrt{3}.$

（3）画图



∵ $AB=AD=CD$　$BD=AC=BC$

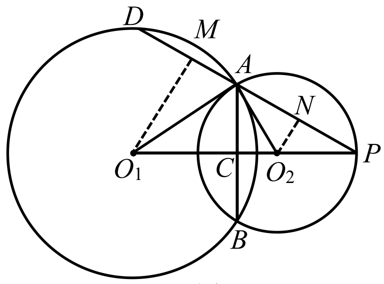
∴ $\angle 2=\angle 3=\angle 1=\angle 4$

$\angle 5=2\angle 1$

∵ $AD\parallel BC$　　∴ $\angle DAB+\angle ABC=180°$　　$5\angle 1=180°$

∴ $\angle ABC=\angle BCD=72°$　$\angle BAD=\angle ADC=108°$.

23. （1）分别过 O_1，O_2 作 $O_1M\perp AD$，$O_2N\perp AP$，垂足分别为 M、N.



（图 7）

∵$O_1O_2\perp AB$，$AD=AB$

∴$O_1M=O_1C$,

∴$\angle O_1AD=\angle O_1AB$

同理∴$\angle O_2AP=\angle O_2AB$

∴$\angle O_1AO_2=\frac{1}{2}\angle DAB+\frac{1}{2}\angle PAB=\frac{1}{2}(\angle DAB+\angle PAB)=\frac{1}{2}\times180^\circ=90^\circ$

∴$O_1A\perp O_2A$

（2）分别过 O_1，O_2 作 $O_1M\perp AD$，$O_2N\perp AP$，垂足分别为 M、N.

∴ $DM=AM=\frac{1}{2}AD, AN=PN=\frac{1}{2}AP$

∵$O_1M\parallel O_2N$，　∴$\frac{PO_2}{PO_1}=\frac{PN}{PM}$

∵ $PO_1=3PO_2$，　∴$PM=3PN$

∵$AP=2PN$. ∴$AM=AN=PN$,

∴$AD=AP$

24. (1) ∵抛物线过点 $A(2, 0)$ ∴$-4+2b+c=0$, $c=4-2b$

∵ $-\frac{b}{2a}=-\frac{b}{2\times(-1)}=\frac{b}{2}$，$\frac{4ac-b^2}{4a}=\frac{b^2-8b+16}{4}$　∴C（$\frac{b}{2},\frac{b^2-8b+16}{4}$）

∵ B（0，2） ∴直线 AB：$y=-x+2$

顶点 C 在线段 AB 上，∴$\frac{b^2-8b+16}{4}=-\frac{b}{2}+2$　得 $b=4$(舍去) 或 $b=2$

∴　$c=4-2\times2=0$

∴　$b=2, c=0$.

（2）① $y=-x^2+2x=-(x-1)^2+1$

∴对称轴为直线 $x=1$，顶点 C 为（1, 1）

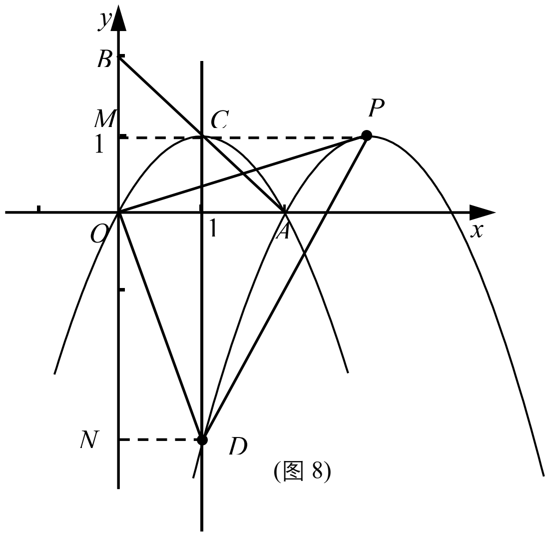
当 $m=2$ 时，

$y==-(x-3)^2+1$

顶点 P（3, 1）

当 $x=1$ 时，$y=-3$

∴D（1, -3）



(图 8)

过点 P，D，作 y 轴垂线 垂足分别为 M，N

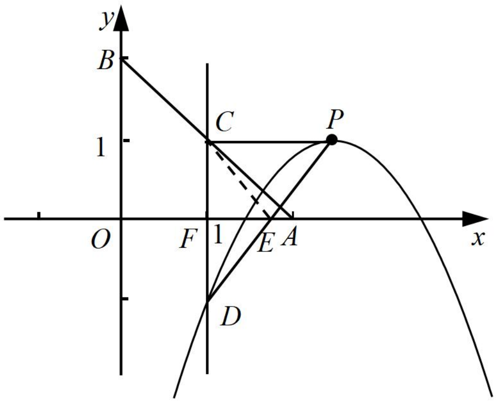
$S_{\triangle ODP}=S_{梯PMND}-S_{\triangle OMP}-S_{\triangle ODN}=\frac{1}{2}\times(1+3)\times4-\frac{1}{2}\times3\times1\times2=5$

②∵ $EC=EP$ ∴ $EP=ED$

∵ $AF/\!/CP$ ∴ $CF=FD=1$ ∴D（1，-1）

设平移后的解析式为 $y=-(x-1-m)^2+1$

∴ $-1=-(-m)^2+1$ ∴ $m=\sqrt{2}$（$m>0$）



(图 8)

25．（1）∵$PE\perp AC$，F 为 AP 的中点

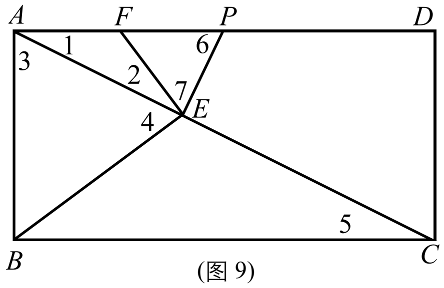
∴$AE=EF$

∴∠1=∠2

∵在矩形 $ABCD$ 中，∴∠BAD=90°

∴∠3=∠4，

∴AB=BE



(图 9)

（2）PF 的长度不变

∵$AD/\!/BC$ ∴∠1=∠5 ∴ $\tan\angle1=\frac{PE}{AE}=\tan\angle5=\frac{AB}{BC}=\frac{1}{2}$

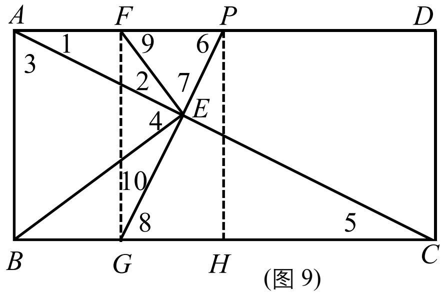
∵∠1+∠3=∠1+∠6=90° ∴∠3=∠6 又∠4=∠7 ∴△EPF∽△EAB

∴ $\frac{PF}{AB}=\frac{PE}{AE}=\frac{1}{2}$ AB=1，∴ $PF=\frac{1}{2}$.

（3）联结 FG，过点 P 作 $PH\perp BC$，垂足为 H

∵ $\cot\angle8=\frac{GH}{PH}=\tan\angle5=\frac{1}{2}$，$PH=AB$=1

∴ $GH=PF=\frac{1}{2}$



(图 9)

∴四边形 $PFGH$ 是矩形 ∴∠1+∠6=∠10+∠6=90° ∴∠1=∠10

当∠AFE=∠FEG 时（均为钝角），△EFG∽△EFA

∴∠9=∠7， ∴ $PE=PF=\frac{1}{2}$

∴ $AP=\frac{\sqrt{5}}{2}$

2023 学年第二学期徐汇区初三年级数学学科
学习能力诊断卷参考答案和评分标准

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1．B； 2．C； 3．D； 4．A； 5．D； 6．B．

二．填空题：（本大题共 12 题，满分 48 分）

7． $x=1$； 8． $x>2$； 9． $\begin{cases}x=2,\\y=1\end{cases}$或$\begin{cases}x=-2,\\y=-1\end{cases}$； 10．有两个不相等的；

11． $x\ge1$； 12． $\pm\sqrt{2}$； 13． $\dfrac{1}{2}$； 14． 50； 15． 400；

16． $\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{b}$； 17． $\dfrac{10\sqrt{17}}{17}$； 18． $8-2\sqrt{2}$．

三、（本大题共 7 题，第 19、20、21、22 题每题 10 分，第 23、24 题每题 12 分，第 25 题 14 分，满分 78 分）

19. 解：原式$=2\sqrt{2}-(\sqrt{2}-1)+1-\sqrt{2}$

$=\sqrt{2}-\sqrt{2}+1+1$

$=2$．

20．解：去分母，得$(x+2)^2-16=x-2$；

化简，得$x^2+3x-10=0$；

解得 $x_1=-5$，$x_2=2$；

经检验，$x=2$是原方程的增根；
所以，原方程的根是$x=-5$．

21．解：（1）联结AO_1，设O_1O_2与AB的交点为C．

$\because\odot O_1$和$\odot O_2$相交于点A、B，$\therefore AC=\dfrac{1}{2}AB=24$，$O_1O_2\perp AB$；

在$Rt\Delta ACO_2$中，$\angle ACO_2=90°$，$\therefore CO_2=\sqrt{AO_2{}^2-AC^2}=\sqrt{30^2-24^2}=18$；

$\therefore CO_1=O_1O_2-CO_2=50-18=32$；在$Rt\Delta ACO_1$中，$\angle ACO_1=90°$，

$\therefore AO_1=\sqrt{CO_1{}^2+AC^2}=\sqrt{32^2+24^2}=40$；

即$\odot O_1$的半径长为40．

（2）以O_1O_2为直径的$\odot P$经过点B．

$\because \dfrac{AO_2}{O_1O_2}=\dfrac{30}{50}=\dfrac{3}{5}$，$\dfrac{CO_2}{AO_2}=\dfrac{18}{30}=\dfrac{3}{5}$；

$\therefore \dfrac{AO_2}{O_1O_2}=\dfrac{CO_2}{AO_2}$，又$\angle AO_2C=\angle O_1O_2A$；

$\therefore \Delta AO_1O_2 \backsim \Delta ACO_2$；$\therefore \angle O_1AO_2=\angle ACO_2=90^\circ$；

取O_1O_2的中点P，联结AP、BP．$\therefore AP=PO_1$；

又O_1O_2垂直平分AB，$BP=AP=PO_1$；

$\therefore$以O_1O_2为直径的$\odot P$经过点B．

22．解：（1）他们不能在截止进场的时刻前到达比赛场地．

$\because$单程送达比赛场地的时间是：$15\div 60=0.25(小时)=15(分钟)$；

$\therefore$送完另4名学生的时间是：$15\times 3=45(分钟)>42(分钟)$：

$\therefore$他们不能在截止进场的时刻前到达比赛场地．

（2）方案不唯一．如：

先将4名学生用车送达比赛场地，另外4名学生同时步行前往比赛场地，汽车到比赛场地后返回到与另外4名学生的相遇处再载他们到比赛场地．（用这种方案送这8名学生到达比赛场地共需时间约为40.4分钟）．

理由如下：

先将4名学生用车送达比赛场地的时间是：$15\div 60=0.25(小时)=15(分钟)$

此时另外4名学生步行路程是：$5\times 0{,}25=1{,}25$（千米）；

设汽车与另外4名学生相遇所用时间为t小时．

则$5t+60t=15-1.25$；解得$t=\dfrac{11}{52}$（小时）$=\dfrac{165}{13}$（分钟）；

从相遇处返回比赛场地所需的时间也是$\dfrac{165}{13}$（分钟）；

所以，送这8名学生到达比赛场地共需时间为：

$15+\dfrac{165}{13}\times 2\approx 40.4$（分钟）；　又$40.4<42$；

所以，用这种方案送这8名学生能在截止进场的时刻前到达比赛场地．

23．证明：（1）联结BD．

$\because$四边形$ABCD$是菱形，$\therefore AB=AD=BC=CD$；

又$AE=AF$，$CG=CH$，$\therefore \dfrac{AE}{AB}=\dfrac{AF}{AD}$，$\dfrac{CG}{CB}=\dfrac{CH}{CD}$；

$\therefore EF // BD$，$GH // BD$；
$\therefore EF // GH$.

（2）$\because EF // BD$，$\therefore \dfrac{EF}{BD} = \dfrac{AE}{AB}$；

$\because GH // BD$，$\therefore \dfrac{GH}{BD} = \dfrac{CG}{BC}$；又 $CG \neq AE$，$\therefore EF \neq GH$；

又 $EF // GH$，$\therefore$四边形 $EGHF$ 是梯形；
$\because AB - AE = AD - AF$，即 $BE = DF$；
又 $BC - CG = CD - CH$，即 $BG = DH$；
$\because$四边形 $ABCD$ 是菱形，$\therefore \angle B = \angle D$；
$\therefore \Delta BGE \cong \Delta DHF$；$\therefore EG = FH$；
$\therefore$梯形 $EGHF$ 是等腰梯形.

24．解：（1）由题意，得 $a - 4a + 4 = 0$；解得 $a = \dfrac{4}{3}$；

$\therefore$抛物线的表达式为 $y = \dfrac{4}{3}x^2 - \dfrac{16}{3}x + 4$；

$\because$抛物线的对称轴是直线 $x = 2$，$\therefore$点 $B(3,0)$.

（2）①由题意，得 $C(0,4)$、$M(0,\dfrac{3}{2})$，$\therefore CM = \dfrac{5}{2}$；

$\because$四边形 $GDMN$ 是平行四边形，$\therefore GD // NM$；

又点 N 在 y 轴上，$\therefore NM \perp OD$；$\therefore GD \perp OD$；

在 $Rt\Delta BOC$ 中。$\angle BOC = 90°$，$\therefore BC = \sqrt{BO^2 + CO^2} = 5$；

$\cos\angle OCB = \dfrac{OC}{BC} = \dfrac{4}{5}$，$\sin\angle OCB = \dfrac{OB}{BC} = \dfrac{3}{5}$；

在 $Rt\Delta CGM$ 中，$\angle CGM = 90°$，$\therefore \cos\angle MCG = \dfrac{CG}{CM}$；

$\therefore CG = CM \cdot \cos\angle MCG = \dfrac{5}{2} \times \dfrac{4}{5} = 2$；

过点 G 作 $GH \perp OC$，垂足为 H.

在 $Rt\Delta CGH$ 中，$\angle CHG = 90°$，$GH = CG \cdot \sin\angle HCG = 2 \times \dfrac{3}{5} = \dfrac{6}{5}$；

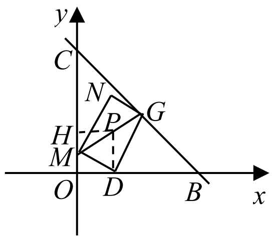
易得四边形$GDOH$是矩形，$\therefore OD = GH = \dfrac{6}{5}$；$\therefore D(\dfrac{6}{5},0)$.

②当$m \geq 0$时，根据m不同取值分三种情况讨论：

1°当$m = 0$时。即点M与点O重合时，符合题意；

2°当$0 < m < 4$时，如图情况符合题意，由$OH = PD = PM$，

即$\dfrac{9}{50}(4-m)+m = \dfrac{3}{10}(4-m)$，解得$m = \dfrac{3}{7}$；



3°当$m \geq 4$时，可得$OH > PM$，所以符合题意的m不存在；

综合1°、2°、3°，符合题意的m的值为0或$\dfrac{3}{7}$.

25．解：（1）①弧AC+弧BD=弧CD；

② $AC + BD > CD$.

在弧CD上取点E联结OE，使得$\angle COE = \angle AOC$；$\therefore AC = CE$；

联结CE、DE可得 $CE + DE > CD$；

$\because \angle COE + \angle DOE = 45°$,. $\angle AOC + \angle BOD = 90° - 45° = 45°$，

$\therefore \angle DOE = \angle BOD$；$\therefore BD = DE$；

$\therefore AC + BD > CD$.

（2）① $AN \cdot BM$ 的值不变，$AN \cdot BM = 72$.

$\because OA = OB$，$\therefore \angle OAB = \angle OBA$；

$\because \angle AOB = 90°$，$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 45°$；

$\because \angle OMB = \angle OAB + \angle AOM = 45° + \angle AOM$，

又$\angle AON = \angle COD + \angle AOM = 45° + \angle AOM$，

$\therefore \angle OMB = \angle AON$；

$\therefore \Delta OBM \backsim \Delta AON$；$\therefore \dfrac{BM}{AO} = \dfrac{BO}{AN}$；

$\therefore AN \cdot BM = AO \cdot BO = 6\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} = 72$.

②过点O在OB下方作$\angle BOM' = \angle AOM$，截取$OM' = OM$，联结BM'、NM'. 又$AO = BO$，$\therefore \Delta OBM' \cong \Delta OAM$；

$\therefore BM' = AM$，$\angle OBM' = \angle OAB = 45°$；$\therefore \angle NBM' = 90$；

又$\angle M'ON = 45° = \angle COD$，$ON = ON$，$\therefore \Delta ONM' \cong \Delta OMN$；

$\therefore M'N = MN$；$\therefore MN^2 = M'N^2 = BM'^2 + BN^2 = AM^2 + BN^2$；

$\because AM+BN=12-5=7$，又 $AM^2+BN^2=5^2$；

解得 $BN=3$ 或 $BN=4$；

当 $BN=3$ 时，可得 $\tan\angle BOD=\dfrac{1}{3}$；

当 $BN=4$ 时，可得 $\tan\angle BOD=\dfrac{1}{2}$.

2023 学年第二学期初三数学质量调研（一）答案 2024.4

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1． C；　**2．** B；　**3．** A；　**4．** D；　**5．** D；　**6．** C．

二、**填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）**

7． $3a$；　**8．** $(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$；　**9．** $x>1$；　**10．** $k\le 9$；　**11．** $\frac{1}{5}$；　**12．** $m>1$；

13． $4.32\left(1+x\right)^2=4.72$；　**14．** $\frac{2}{3}\vec{b}-\frac{2}{3}\vec{a}$；　**15．** 17.5；　**16．** $\frac{\sqrt{15}}{5}$；　**17．** $6\sqrt{2}-6$；　**18．** $\frac{5}{2}\le m\le 10$．

三、**解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）**

19． 解　原式$=\frac{1}{\sqrt{3}-1}+1-3\sqrt{3}+\sqrt{3}-1$，（4 分）

$=\frac{\sqrt{3}+1}{2}-2\sqrt{3}$，（4 分）

$=-\frac{3}{2}\sqrt{3}+\frac{1}{2}$．（2 分）

20． 解　由②得 $x-2y=2$　或$x+2y=-2$．（2 分）

原方程组可化为 $\begin{cases}x+2y=12\\x-2y=2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x+2y=12\\x-2y=-2\end{cases}$，（2 分）

解得 $\begin{cases}x_1=7\\y_1=\frac{5}{2}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x_2=5\\y_2=\frac{7}{2}\end{cases}$，（4 分）

∴原方程组的解是：$\begin{cases}x_1=7\\y_1=\frac{5}{2}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x_2=5\\y_2=\frac{7}{2}\end{cases}$．（2 分）

21．解　（1）∵点 G 是△ABC 的重心，∴AD 是 BC 的中线，且 $AG=\frac{2}{3}AD$．（1 分+1 分）

又 $AB=AC=9$，∴$AD\perp BC$．（1 分）

在 Rt△ADB 中，$AB=9$，$\cos B=\frac{\sqrt{5}}{3}$，∴$BD=3\sqrt{5}$，（1 分）

∴$AD=6$，∴$AG=4$．（1 分）

,（2）过 G 作 $GH\perp AE$，垂足为点 H.

∵$GH\perp AE$，点 G 为圆心，∴$AH=EH$.（1 分）

又在 Rt△AGH 中，$GA=4$，$\cos\angle GAH=\sin\angle ABC=\frac{2}{3}$，∴$AH=\frac{8}{3}$．（2 分）

∴$AE=\frac{16}{3}$，∴$BE=9—\frac{16}{3}=\frac{11}{3}$．（2 分）

22. 解（1）3，320　　（1 分+2 分）

（2）设函数解析式为 $y=kx+b$（k、b为常数，$k\neq 0$）.

分别将(3，320)、(5、120）代入 $y=kx+b$，

得$\begin{cases}320=3k+b\\120=5k+b\end{cases}$，　　（1 分）

$\therefore k=-100$ ，$b=620$，　　（2 分）

∴y 关于 x 的函数关系式是 $y=-100x+620$.　　（1 分）

（3）能，由(3，320)、(5、120)，提速后得速度是 100 千米/小时

∴ $320\div 100=3.2$（小时），3.2+3=6.2 小时=6 小时 12 分，　　（1 分）

∴小华一家到达目的地的时间是 12:12，　　（1 分）

∴所以能在 12：30 之前到达.　　（1 分）

（其他方法酌情给分）

23. 证明（1）∵∠*DBC* 的平分线交 *AD* 延长线于点 *E*，∴∠*DBE*=∠*CBE*.

又 *AD*∥*BC*，∴∠*CBE*=∠*DEB*，　　（1 分）

∴∠*DBE*=∠*DEB* ，∴*DE*=*DB*.　　（1 分+1 分）

∵*BD*=*BC*，　∴*DE*=*BC*.　　（1 分）

∵*DE*∥*BC*，∴四边形 *DBCE* 是平行四边形.　　（1 分）

∵*BD*=*BC*，∴四边形 *DBCE* 是菱形.　　（1 分）

（2）∵*AC*⊥*CE*，∴∠*ACE*=90°，

∴∠*ACD*+∠*DCE*=90°.

∵四边形 *BCED* 是菱形，∴∠*BCD*=∠*ECD*，*CD*⊥*BE*，　　（1 分）

∴∠*CBF*+∠*BCD*=90°，∴∠*ACD*=∠*CBF*，　　（1 分）

∵梯形 *ABCD*，*AB*=*CD*，∴四边形 *ABCD* 是等腰梯形，

∴∠*ABC*=∠*DCB*.　　（1 分）

又∠*ACD*=∠*CBF*，

∴∠*ABC*—∠*CBF*=∠*BCD*—∠*ACF*，即∠*ABG*=∠*ACB*.　　（1 分）

∵∠*BAG*=∠*CAB*，∴△*ABG*∽△*ACB*，　　（1 分）

$\therefore \dfrac{AG}{AB}=\dfrac{AB}{AC}$，$\therefore AB^2=AG\bullet AC$.　　（1 分）

（其他方法酌情给分）

24．解（1）$\frac{5-\sqrt{5}}{2}$.　　（3 分）

（2）①由题意可知点 $P(4,2)$，点 $A(4,0)$.

∵圆 M 是点 P 与直线 OA 的点切圆, 圆心 M 的坐标是（x，y），

∴ $y=\sqrt{(x-4)^2+(y-2)^2}$，　　（2 分）

∴y 关于 x 的函数解析式是 $y=\frac{1}{4}x^2-2x+5$.　　（2 分）

②当点 B 在直线 AP 右侧时，分别过点 B、C 作 x 轴的垂线，垂足分别记作点 E、F.

∵圆 M 是点 P 与直线 OA 的点切圆

∴$PB=BE$, $CP=CF$. ∵$BE\perp x$ 轴，$CP\perp x$ 轴，

∴$CF\parallel BE\parallel AP$，∴ $\frac{CP}{BP}=\frac{CF}{BE}=\frac{AF}{AE}=\frac{1}{4}$.　　（1 分）

设 $FA=a$，则 $EA=4a$. ∴点 C 的横坐标为 4—a，点 B 的横坐标为 $4+4a$.

∴点 C 的纵坐标是 $\frac{1}{4}(4-a)^2-2(4-a)+5=\frac{1}{4}a^2+1$，

点 B 的纵坐标是 $\frac{1}{4}(4+4a)^2-2(4+4a)+5=4a^2+1$.　　（1 分）

∵ $\frac{CF}{BE}=\frac{1}{4}$，∴ $\frac{\frac{1}{4}a^2+1}{4a^2+1}=\frac{1}{4}$，∴$a=1$，　　（1 分）

∴点 B 坐标（8，5）.　　（1 分）

当点 B 在直线 AP 左侧时，由抛物线的对称性知，此时点 B 坐标（0，5）.　　（1 分）

（其他方法酌情给分）

25．解 （1）当 FE 的延长线经过点 A 时，

∵OC 为半径，$OC\perp AF$，∴ $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CF}$，$EF=\frac{1}{2}AF$，∴$\angle COA=\angle COF$.　　（2 分）

∵$CD\perp OA$，$EF\perp OC$，∴$\angle CDO=\angle FEO=90°$.

又 $OC=OF$，.

∴$\triangle CDO\cong\triangle FEO$.　　（1 分）

∴$CD=EF$，∴ $\frac{CD}{AF}=\frac{1}{2}$.　　（1 分）

（2）①$EG=CD$. 延长 FE 交 AB 于点 H.

∵$EF\perp OC$，$FG\perp AB$，∴$\angle FEO=\angle FGO=90°$ ，又$\angle FHG$ 是公共角，

∴ $\triangle HEO\backsim\triangle HGF$，∴ $\frac{EH}{HG}=\frac{OH}{HF}$，即 $\frac{EH}{OH}=\frac{HG}{HF}$.　　（1 分）

又∵$\angle FHG$是公共角，∴$\triangle HFO\backsim\triangle HGE$，∴$\dfrac{EH}{OH}=\dfrac{EG}{OF}$.　　（1分）

∵$\angle COD$是公共角，$\angle CDO=\angle HEO=90^\circ$，∴$\triangle CDO\backsim\triangle OEH$，

∴$\dfrac{EH}{OH}=\dfrac{CD}{OC}$，∴$\dfrac{EG}{OF}=\dfrac{CD}{OC}$，　　（1分）

又$OC=OF$，∴$EG=CD$.　　（1分）

（其他方法酌情给分）

②设EG与OF的交点为K，∵$\sin\angle COD=\dfrac{4}{5}$，∴设$CD=4a$，则$OD=3a$，则$OC=5a$.

由①可知$\angle OFE=\angle OGE$，$\angle EKF=\angle OKG$，∴$\triangle EKF\backsim\triangle OKG$，∴$\dfrac{EK}{OK}=\dfrac{KF}{KG}$，即$\dfrac{EK}{KF}=\dfrac{OK}{KG}$.

又$\angle EKO=\angle FKG$，∴$\triangle EKO\backsim\triangle FKG$.

又∵$\triangle HEO\backsim\triangle HGF$，∴$\angle EFG=\angle EOD$.

当$\triangle EFG$是等腰三角形时：

情况一，当$EG=EF$.

∵$EG=CD$，∴$EF=CD$，又$\angle FEO=\angle CDO$，$OF=OC$，∴$\triangle CDO\cong\triangle EFO$　　（1分）

∴$OE=OD$，∴$\dfrac{OE}{OD}=1$　　（1分）

情况二，当$EG=FG$.

∵$EG=CD$，∴$FG=CD$，又$OF=OC$，$\angle CDO=\angle FGO=90^\circ$，∴$\triangle CDO\cong\triangle FOG$，∴$OD=OG$.

联结CF.∵$\angle CDO=\angle FGO=90^\circ$，∴$CD\parallel FG$，又$FG=CD$，∴四边形$CDGF$是矩形.

∴$\angle FCE=\angle COD$，∵$OD=OG=3a$，$OC=5a$，∴$DG=CF=6a$.

在Rr$\triangle CEF$中，$\sin\angle FCE=\sin\angle COD=\dfrac{4}{5}$，$CF=6a$，∴$CE=\dfrac{18}{5}a$.　　（1分）

∴$OE=\dfrac{7}{5}a$，∴$\dfrac{OE}{OD}=\dfrac{\frac{7}{5}a}{3a}=\dfrac{7}{15}$.　　（1分）

情况三，当$FE=FG$，联结AC。

∵$FE=FG$，OF为公共边，$\angle FEO=\angle FGO$，∴$\triangle FEO\cong\triangle FGO$，∴$OE=OG$，即$OF$是$EG$的中垂线，

∴$\angle FEG=\angle EOF$.∵$OA=OC$，$FE=FG$，$\angle EFG=\angle COA$，∴$\angle A=\angle FEG$，

在Rt$\triangle ACD$中，$CD=4a$，$AD=5a-3a=2a$,∴$\tan A=2$.

∴$\tan\angle EOF=\tan\angle FEG=2$，　　（1分）

在Rt$\triangle EKO$中，$EK=\dfrac{1}{2}EG=2a$，∴$OE=\sqrt{5}a$，∴$\dfrac{OE}{OD}=\dfrac{\sqrt{5}a}{3a}=\dfrac{OE}{OD}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.　　（1分）

（其他方法酌情给分）

长宁区 2023 学年第二学期初三数学参考答案和评分建议

2024.4

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1．C；　2．B；　3．D；　4．A；　5．C；　6．D．

二．填空题：（本大题共 12 题，满分 48 分）

7．$\frac{1}{4}$；　8．4.5×10^4；　9．$x\neq2$；　10．$x=10$；　11．$3y^2-6y+1=0$；　12．-9；

13．$\frac{1}{2}$；14．90；　15．$\frac{1}{2}\vec{b}-\frac{1}{6}\vec{a}$；　16．$\sqrt{2}$；　17．$\frac{\sqrt{3}}{2}$；　18．$r=\frac{16}{5}$或$4<r<2\sqrt{17}$．

三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. 解：原式$=2+3-\sqrt{3}-(2-\sqrt{3})+1$　**8 分**

$=6-\sqrt{3}-2+\sqrt{3}$　**1**

分

$=\ 4$　**1 分**

20. 解：由②得：$(x-2y)(x-3y)=0$　**2 分**

∴原方程组化为：$\begin{cases}x-y=3,\\x-2y=0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x-y=3,\\x-3y=0.\end{cases}$　**2 分**

解得：$\begin{cases}x_1=6,\\y_1=3;\end{cases}$　$\begin{cases}x_2=\frac{9}{2},\\y_2=\frac{3}{2}.\end{cases}$　**4 分**

∴原方程组解为$\begin{cases}x_1=6\\y_1=3\end{cases}$　$\begin{cases}x_2=\frac{9}{2}\\y_2=\frac{3}{2}\end{cases}$.　**2 分**

21. 解：（1）作$OH\perp BC$，垂足为点H，联结OC．

∵平行四边形$ABCD$中，$AO=3,OD=5$　∴$BC=AD=8$　**1 分**

∵在⊙O中，OH过圆心 O，$OH\perp BC$　∴$BH=CH=4$　**1 分**

∵$Rt\Delta OCH$中，$\angle OHC=90^\circ$　∴$OH^2+CH^2=OC^2$　**1 分**

∵$OC=OD=5$　∴$OH=\sqrt{5^2-4^2}=3$　**1 分**

∴平行四边形面积为$BC\cdot OH=8\times3=24$．　**1 分**

（2）作$CG\perp AD$，垂足为点G．

∵平行四边形$ABCD$中，$AD//BC$，　∴$\angle GCH+\angle OGC=180°$

∵$CG\perp AD$　∴$\angle OGC=90°$　∴$\angle GCH=90°$

∵$\angle OHC=90°$ ∴四边形$OGCH$为矩形　**1 分**

∴$OH=CG=3$　$OG=CH=4$　∴$DG=5-4=1$　**2 分**

∵$Rt\Delta DCG$中，$\angle CGD=90^\circ$　∴$CD=\sqrt{CG^2+DG^2}=\sqrt{10}$　**1 分**

$\therefore \sin\angle D=\dfrac{CG}{CD}=\dfrac{3}{\sqrt{10}}=\dfrac{3}{10}\sqrt{10}$ **1分**

22. 解：（1）$y=0.8x$ **3分**

（2）$0.8x=x-80$ **2分**

$x=400$ （符合题意） **1分**

答：x 的值为 400 .

（3）由题可知：

当 $300\le x<600$ 时， $x-80<0.8x$ ， $x<400$ ， $\therefore 300\le x<400$ ； **2分**

当 $600\le x<900$ 时， $x-160<0.8x$ ， $x<800$ ， $\therefore 600\le x<800$ ； **2分**

$\therefore 300\le x<400$ 或 $600\le x<800$

答：x 的取值范围为 $300\le x<400$ 或 $600\le x<800$.

23. 证明：（1）$\because BD\perp AD$， $\therefore \angle ADB=90^\circ$.

$\because BC /\!/ AD$， $\therefore \angle ADB=\angle DBC=90^\circ$. **1分**

$\therefore \angle ABD+\angle A=90^\circ$， $\angle C+\angle CDB=90^\circ$.

$\because \angle C=\angle ABD$， $\therefore \angle A=\angle CDB.$ **1分**

$\because \angle ABD=\angle EBF$，即 $\angle ABE+\angle EBD=\angle EBD+\angle DBF$ $\therefore \angle ABE=\angle DBF$. **1分**

$\therefore \Delta ABE \backsim \Delta DBF, \therefore \dfrac{AB}{BD}=\dfrac{BE}{BF}.$ **2分**

（2）$\because \dfrac{AB}{BD}=\dfrac{BE}{BF}$， $\therefore \dfrac{AB}{BE}=\dfrac{BD}{BF}$.

又 $\because \angle ABD=\angle EBF$， $\therefore \Delta ABD \backsim \Delta EBF$. **1分**

$\therefore \angle A=\angle BEF$. **1分**

$\because GE=GB$， $\therefore \angle BEF=\angle EBD$.

$\therefore \angle A=\angle EBD$. **1分**

$\because \Delta ABE \backsim \Delta DBF$， $\therefore \angle A=\angle BDF$.

$\therefore \angle EBD=\angle BDF$， $\therefore BE /\!/ DC$. **1分**

$\therefore \dfrac{GB}{BD}=\dfrac{GE}{EF}$ $\because GE=GB$ $\therefore BD=EF$ **1分**

$\because BE /\!/ DC$ BF 与 DE 不平行， $\therefore$ 四边形 $BEDF$ 为梯形 . **1分**

$\because BD=EF$ $\therefore$ 四边形 $BEDF$ 为等腰梯形 **1分**

24. 解：（1）对称轴为直线 $x=-\dfrac{2}{2a}=2$ $\therefore a=-\dfrac{1}{2}$ **2分**

$\because$ 抛物线经过点 $C(0,6)$ $\therefore c=6$ **1分**

$\therefore$ 抛物线表达式为：$y=-\dfrac{1}{2}x^2+2x+6$ **1分**

（2）① 分别作 $FH\perp y$ 轴，垂足为点 H；作 $FG\perp x$ 轴，垂足为点 G .

由 $y=-\dfrac{1}{2}x^2+2x+6$，可得 $A(-2,0)$， $B(6,0)$. **1分**

$\because CF=DF$ $FH\perp y$ 轴 $\therefore \angle CFH=\angle DFH$

$\because FH//x$轴 $\therefore \angle DFH = \angle FAG$ $\therefore \angle CFH = \angle FAG$. **1分**

设$F\left(m,-\frac{1}{2}m^2+2m+6\right)$ $\because \tan\angle CFH = \tan\angle FAG$

$\therefore \frac{CH}{FH}=\frac{FG}{AG}$ $\therefore \frac{\frac{1}{2}m^2-2m}{m}=\frac{-\frac{1}{2}m^2+2m+6}{m+2}$ $\therefore m=5$ （符合要求） **1分**

$\therefore CD=2CH=2\left(\frac{1}{2}m^2-2m\right)=m^2-4m=5$ **1分**

②分别作$FM\perp x$轴，垂足为点M；作$EN\perp x$轴，垂足为点N.

$\because B(6,0),C(0,6),$ $\therefore$直线BC的表达式为：$y=-x+6$

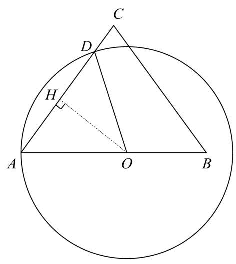
设$F\left(m,-\frac{1}{2}m^2+2m+6\right)$ $E(n,6-n)$

$\because EN//FM$ $\therefore \frac{EN}{FM}=\frac{AN}{AM}$ $\therefore \frac{EN}{AN}=\frac{FM}{AM}$

$\therefore \frac{6-n}{n+2}=\frac{-\frac{1}{2}m^2+2m+6}{m+2}=-\frac{1}{2}(m-6)$ ① **1分**

$\because S_{\triangle ACF}=3S_{\triangle DCE}$ $\therefore AF=3DE$ $\because OD//EN//FM$

$\therefore AM=3ON$ $\therefore m+2=3n$ ② **1 分**



由①②，解得$\begin{cases}m=4\\n=2\end{cases}$或$\begin{cases}m=-4\\n=-\frac{2}{3}\end{cases}$（舍），$\therefore F(4,6)$. **2分**

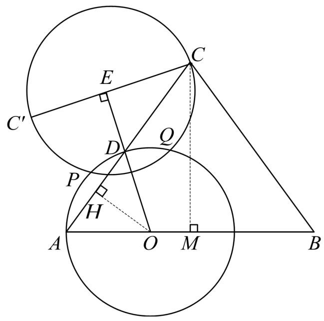
25. 解：（1）过点O作$OH\perp AC$，垂足为点H.

$\because OH$过圆心，$OH\perp AD$，$\therefore AH=DH=\frac{1}{2}AD=2$. **1分**

$\because OH\perp AC$，$\therefore \angle AHO=90^\circ$.$\therefore$在$Rt\triangle AOH$中,$\cos A=\frac{AH}{AO}=\frac{3}{5}$，$\therefore AO=\frac{10}{3}$. **1分**

$\because AB=6$，$\therefore OB=\frac{8}{3}$. **1分**

$\therefore OB<AO$. $\therefore$点B在$\odot O$内. **1分**



（2）过点C作$CM\perp AB$，垂足为点M.

$\because AC=BC$，$CM\perp AB$，$\therefore AM=\frac{1}{2}AB=3.$

$\because$ 在$Rt\triangle ACM$中,$\cos\angle CAM=\frac{AM}{AC}=\frac{3}{5}$，$\therefore AC=5$. **1分**

$\because OA=OD$，$\therefore \angle CAB=\angle ODA$.又$\because \angle ODA=\angle CDE$，$\therefore \angle CAB=\angle CDE$.

$\because \cos\angle CAB=\dfrac{3}{5}$.∴在 Rt△$CDE$ 中，$\angle CED=90^{\circ}$，$\cos\angle CDE=\dfrac{DE}{DC}=\dfrac{3}{5}$.

设 $DE=3k$，$CD=5k$，则∴ $CE=\sqrt{CD^2-DE^2}=4k$.　　∴ $AD=5-5k$　　**1 分**

①两圆的交点记为 P、Q，联结 PE、PO

∵⊙O、⊙E 相交，PQ 是公共弦，∴OE 垂直平分 PQ，即 $OE\perp PQ$.

∵PQ 经过 OE 中点，∴PQ 垂直平分 OE，∴ $PE=PO$，即 $CE=AO$.　　**1 分**

∴ $AH=\dfrac{1}{2}AD=\dfrac{1}{2}(5-5k)$.

在 Rt△AHO 中，$\angle AHO=90^{\circ}$，∴ $\cos\angle HAO=\dfrac{AH}{AO}=\dfrac{3}{5}$　　∴ $AO=\dfrac{5}{6}(5-5k)$.

∴ $4k=\dfrac{5}{6}(5-5k)$，　∴ $k=\dfrac{25}{49}$　　∴ $CD=5k=\dfrac{125}{49}$.　　**1 分**

②由于点 A 在直线 AB 上，所以 AC' 不可能与 OB 平行.

(i) $AC'/\!/BC$.　过点 C' 作 $C'N\perp AD$，垂足为点 N.

∵ $AC=CB$，∴ $\angle CAB=\angle B$.∵ $\angle CAB+\angle B+\angle ACB=180^{\circ}$，∴ $\angle ACB=180^{\circ}-2\angle CAB$.

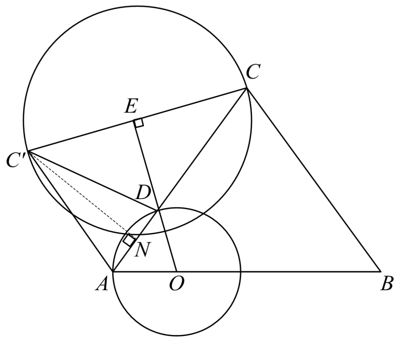
∵ $AC'/\!/BC$，∴ $\angle C'AD=\angle ACB=180^{\circ}-2\angle CAB$.

∵ $DE\perp CC', CE=C'E$，∴ $DC'=DC$.∴ $\angle CDE=\angle C'DE$.

∵ $\angle C'DA+\angle C'DE+\angle CDE=180^{\circ}$，∴ $\angle C'DA=180^{\circ}-2\angle CDE$.

∵ $\angle CAB=\angle CDE$，∴ $\angle C'AD=\angle C'DA$.

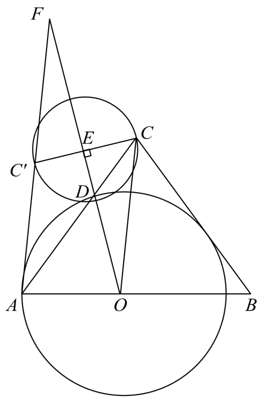
∵ $C'N\perp AD$，∴ $ND=\dfrac{1}{2}AD=\dfrac{1}{2}(5-5k)$，∴ $CN=5k+\dfrac{1}{2}(5-5k)$.



在 Rt△$C'NC$ 中，$\angle C'NC=90^{\circ}$，$\cos\angle C'CN=\dfrac{CN}{CC'}=\dfrac{4}{5}$.

∴ $\dfrac{5k+\frac{1}{2}(5-5k)}{8k}=\dfrac{4}{5}$.∴ $k=\dfrac{25}{39}$.∴ $CE=4k=\dfrac{100}{39}$.　　**3 分**

(ii) $AC'/\!/OC$. 延长 OE 交 AC' 延长线于点 F.



∵ $AC'/\!/OC$，∴ $\dfrac{OE}{EF}=\dfrac{CE}{C'E}=1$.∴ $OE=EF$.

∵ $OD=OA=\dfrac{5}{6}(5-5k)$，$DE=3k$，∴ $OE=3k+\dfrac{5}{6}(5-5k)$.

∴ $EF=3k+\dfrac{5}{6}(5-5k)$.∴ $DF=6k+\dfrac{5}{6}(5-5k)$.

∵ $AC'/\!/OC$，∴ $\dfrac{OD}{DF}=\dfrac{CD}{AD}$，∴ $\dfrac{\frac{5}{6}(5-5k)}{6k+\frac{5}{6}(5-5k)}=\dfrac{5k}{5-5k}$，

$14k^2-75k+25=0$，$k=\frac{5}{14}$或5(舍去)．$\therefore CE=4k=\frac{10}{7}$．　　**3分**

综上所述：$CE=\frac{100}{39}$或$\frac{10}{7}$．