

答案解析

参考答案与试题解析

一. 选择题（共 6 小题）

题号	1	2	3	4	5	6
答案	D	A	A	B	B	C

一. 选择题（共 6 小题）

1. 已知实数 a, b 满足 $a > b$, 则下列选项正确的是 ()

- A. $a - 1 < b - 1$ B. $2a > 3b$ C. $-a > -b$ D. $a+2 > b+2$

【分析】根据不等式的基本性质对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】解: A、不等式两边都减 1, 不等号的方向不变, 故 A 选项不符合题意;

B、不等式两边乘的数不同, 故 B 选项符合题意;

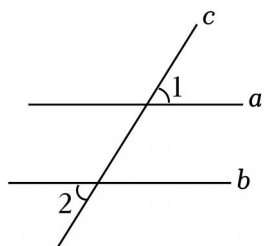
C、不等式的两边都乘 -1, 不等号的方向应改变, 故 C 选项不符合题意;

D、不等式的两边都加 2, 不等号的方向不变, 故 D 选项符合题意.

故选: D.

【点评】本题考查不等式的三条基本性质, 特别是性质 3, 两边同乘以 (或除以) 同一个负数时, 一定要改变不等号的方向! 这条性质是初学者最易出错也经常出错的地方.

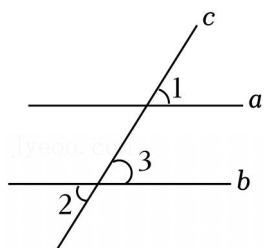
2. 如图, 直线 a, b 被直线 c 所截, $\angle 2 = 36^\circ$, 下列条件中可以判定 $a \parallel b$ 的是 ()



- A. $\angle 1 = 36^\circ$ B. $\angle 1 = 54^\circ$ C. $\angle 1 = 72^\circ$ D. $\angle 1 = 144^\circ$

【分析】先标注 $\angle 3$, 根据同位角相等, 两直线平行判断即可.

【解答】解: 直线 a, b 被直线 c 所截, $\angle 2 = 36^\circ$, 如图,



$$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3 = 36^\circ,$$

$$\therefore a \parallel b.$$

故选：A.

【点评】本题主要考查了平行线的判定，解答本题的关键是熟练掌握平行线的判定方法.

3. 已知三角形的两边长分别是 2 和 5，那么下列选项中可以作为此三角形第三边长的是（ ）

A. 4

B. 2

C. 3

D. 1

【分析】首先根据三角形的三边关系，求得第三边的取值范围，再进一步找到符合条件的数值.

【解答】解：根据三角形的三边关系，得：第三边应大于两边之差，且小于两边之和，

$$\text{即 } 5 - 2 = 3, 5 + 2 = 7.$$

$$\therefore \text{第三边取值范围应该为：} 3 < \text{第三边长度} < 7,$$

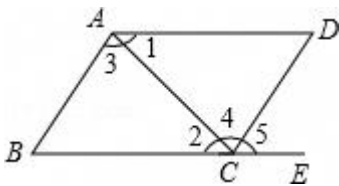
故只有 A 选项符合条件.

故选：A.

【点评】本题考查了三角形三边关系，一定要注意构成三角形的条件：两边之和 $>$ 第三边，两边之差 $<$ 第三边.

4. 如图，下列能判定 $AB \parallel CD$ 的条件的个数是（ ）

$$\textcircled{1} \angle B + \angle BCD = 180^\circ; \textcircled{2} \angle 2 = \angle 3; \textcircled{3} \angle 1 = \angle 4; \textcircled{4} \angle B = \angle 5.$$



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【分析】根据平行线的判定定理分别进行判断即可.

【解答】解：当 $\angle B + \angle BCD = 180^\circ$ ， $AB \parallel CD$ ；当 $\angle 3 = \angle 2$ 时， $AB = BC$ ；当 $\angle 1 = \angle 4$ 时， $AD = DC$ ；当 $\angle B = \angle 5$ 时， $AB \parallel CD$.

故选：B.

【点评】本题考查了平行线的判定：同位角相等，两直线平行；内错角相等，两直线平行；同旁内角互补，两直线平行.

5. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 4-2x < 0 \\ 2x \leq a \end{cases}$ 恰好有 2 个整数解，则 a 满足（ ）

$$\text{A. } 8 < a < 10$$

$$\text{B. } 8 \leq a < 10$$

$$\text{C. } 8 < a \leq 10$$

$$\text{D. } 8 \leq a \leq 10$$

【分析】首先求不等式组的解集，得到 $2 < x \leq \frac{a}{2}$ ，由该不等式组恰好有 2 个整数解可知其整数解是 3 和 4，于

是可得 $\begin{cases} \frac{a}{2} \geq 4 \\ \frac{a}{2} < 5 \end{cases}$ ，解之，即可求出 a 的取值范围.

【解答】解：
$$\begin{cases} 4-2x < 0 \text{ ①} \\ 2x \leq a \text{ ②} \end{cases}$$

解①得： $x > 2$,

解②得： $x \leq \frac{a}{2}$,

$$\therefore 2 < x \leq \frac{a}{2},$$

$\because$ 恰好有 2 个整数解,

$\therefore$ 其整数解是 3 和 4,

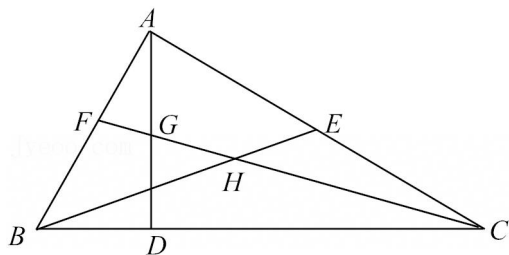
$$\therefore \begin{cases} \frac{a}{2} \geq 4 \text{ ①} \\ \frac{a}{2} < 5 \text{ ②} \end{cases},$$

解不等式组得： $8 \leq a < 10$,

故选：B.

【点评】本题主要考查了求不等式组的解集，由一元一次不等式组的解集求参数等知识点，熟练掌握一元一次不等式组的解法是解题的关键.

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， AD 是高， BE 是中线， CF 是角平分线， CF 交 AD 于点 G ，交 BE 于点 H . 下列结论：① $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle BCE}$ ；② $\angle AFG = \angle AGF$ ；③ $\angle EBC = \angle HCB$ ；④ $\angle FAG = 2\angle ACF$ ，其中错误的是（ ）



- A. ① B. ② C. ③ D. ④

【分析】①根据三角形中线的定义得 $AE = CD$ ，根据等底同高的两个三角形的面积相等即可对结论①进行判断；
②根据 $\angle BAC = \angle ADC = 90^\circ$ 得 $\angle ACF + \angle AFG = 90^\circ$ ， $\angle DCF + \angle CGD = 90^\circ$ ，再根据 $\angle ACF = \angle DCF$ ， $\angle CGD = \angle AGF$ 即可对结论②进行判断；
③假设 $\angle EBC = \angle HCB$ ，连接 DE ，设 $\angle HCE = \angle HCB = \alpha$ ，则 $\angle ACB = 2\alpha$ ， $\angle EBC = \angle HCB = \alpha$ ，根据 DE 是 $\text{Rt}\triangle ACD$ 斜边上的中线得 $DE = CE = AE = \frac{1}{2}AC$ ，则 $\angle EDC = \angle ACB = 2\alpha$ ，进而得 $\angle BED = \alpha = \angle EBC$ ，则 $BD = DE$ ，然而根据已知条件无法判定 $BD = DE$ ，由此可对结论③进行判断；
④根据角平分线的定义 $\angle ACB = 2\angle ACF$ ，则 $\angle CAD = 90^\circ - 2\angle ACF$ ，再根据 $\angle FAG = \angle BAC - \angle CAD$ 即可对结论④进行判断，综上所述即可得出答案.

【解答】解：① $\because BE$ 是 $\triangle ABC$ 的中线，

$$\therefore AE = CD,$$

又 $\because \triangle ABE$ 的边 AE 上的高与 $\triangle BCE$ 的边 CE 上的高相同，

$$\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\triangle BCE},$$

故结论①正确，不符合题意；

② $\because \angle BAC = 90^\circ$ ， AD 是 $\triangle ABC$ 的高，

$$\therefore \angle BAC = \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACF + \angle AFG = 90^\circ, \quad \angle DCF + \angle CGD = 90^\circ,$$

$\because CF$ 是 $\triangle ABC$ 角平分线，

$$\therefore \angle ACF = \angle DCF,$$

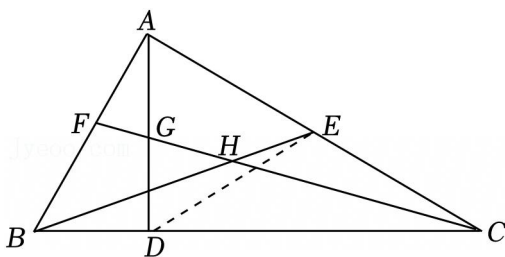
$$\therefore \angle AFG = \angle CGD,$$

$$\text{又} \because \angle CGD = \angle AGF,$$

$$\therefore \angle AFG = \angle AGF,$$

故结论②正确，不符合题意；

③ 假设 $\angle EBC = \angle HCB$ ，连接 DE ，如图所示：



$\because CF$ 是 $\triangle ABC$ 角平分线，

$$\therefore \text{设} \angle HCE = \angle HCB = \alpha,$$

$$\text{则} \angle ACB = 2\alpha, \quad \angle EBC = \angle HCB = \alpha,$$

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中， DE 是斜边 AC 上的中线，

$$\therefore DE = CE = AE = \frac{1}{2}AC,$$

$$\therefore \angle EDC = \angle ACB = 2\alpha,$$

$$\therefore \angle EDC = \angle EBC + \angle BED = \alpha + \angle BED,$$

$$\therefore \alpha + \angle BED = 2\alpha,$$

$$\therefore \angle BED = \alpha = \angle EBC,$$

$$\therefore BD = DE,$$

根据已知条件无法判定 $BD = DE$ ，

$\therefore$ 假设 $\angle EBC = \angle HCB$ 是错误的，

故结论②是错误的，符合题意；

④ $\because CF$ 是 $\triangle ABC$ 角平分线，

$$\therefore \angle ACB = 2\angle ACF,$$

$\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的高,

$$\therefore \angle CAD = 90^\circ - \angle ACB = 90^\circ - 2\angle ACF,$$

$$\because \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FAG = \angle BAC - \angle CAD = 90^\circ - (90^\circ - 2\angle ACF) = 2\angle ACF,$$

故结论④正确, 不符合题意.

故选: C.

【点评】 本题主要考查了三角形的角平分线、高和中线的定义, 三角形的内角和定理, 三角形的外角定理, 直角三角形的性质, 理解三角形的角平分线、高和中线的定义, 梳理掌握直角三角形的性质, 灵活运用三角形的内角和定理, 三角形的外角性质找出相关角之间的关系是解决问题的关键.

二. 填空题 (共 13 小题)

7. 用不等式表示 “ a 的 3 倍与 16 的差是一个非负数” $3a - 16 \geq 0$.

【分析】 理解: 差是一个非负数, 即差应大于或等于 0.

【解答】 解: 根据题意, 得 $3a - 16 \geq 0$.

【点评】 读懂题意, 抓住关键词语, 弄清运算的先后顺序, 不等关系, 才能把文字语言的不等关系转化为用数学符号表示的不等式.

8. 不等式 $3x + 6 \geq 0$ 的负整数解是 $-2, -1$.

【分析】 首先利用不等式的基本性质解不等式, 再从不等式的解集中找出适合条件的负整数即可.

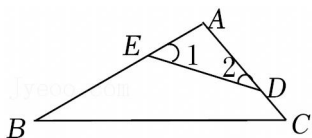
【解答】 解: 不等式的解集是 $x \geq -2$,

故不等式 $3x + 6 \geq 0$ 的负整数解为 $-2, -1$.

故答案为: $-2, -1$.

【点评】 本题考查了一元一次不等式的整数解, 正确解不等式, 求出解集是解答本题的关键, 解不等式应根据不等式的基本性质.

9. 如图, 点 E, D 分别在 AB, AC 上. 若 $\angle B = 35^\circ$, $\angle C = 45^\circ$, 则 $\angle 1 + \angle 2 =$ 80° .



【分析】 先根据三角形内角和定理求出 $\angle A = 100^\circ$, 然后在 $\triangle ADE$ 中利用三角形的内角和定理即可求出 $\angle 1 + \angle 2$ 的度数.

【解答】 解: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 35^\circ$, $\angle C = 45^\circ$,

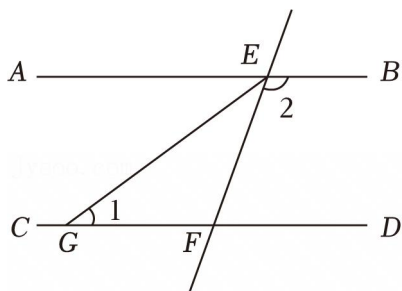
$$\therefore \angle A = 180^\circ - (\angle B + \angle C) = 100^\circ,$$

在 $\triangle ADE$ 中, $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ - \angle A = 80^\circ$.

故答案为: 80° .

【点评】此题主要考查了三角形内角和定理，熟练掌握三角形内角和定理是解决问题的关键.

10. 如图, $AB \parallel CD$, 直线 EF 分别交 AB 、 CD 于点 E 、 F , EG 平分 $\angle AEF$, $\angle 1 = 38^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 104° .



【分析】根据 $AB \parallel CD$ 可得 $\angle AEG = \angle 1 = 38^\circ$, 由 EG 平分 $\angle AEF$ 可得 $\angle AEF = 2\angle AEG = 76^\circ$, 最后根据“邻补角的定义”即可求解.

【解答】解: $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle 1 = \angle AEG = 38^\circ,$$

又 $\because EG$ 平分 $\angle AEF$,

$$\therefore \angle AEF = 2\angle AEG = 2 \times 38^\circ = 76^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle AEF = 180^\circ - 76^\circ = 104^\circ,$$

故答案为: 104° .

【点评】本题主要考查了平行线的性质和角平分线的定义, 解题的关键是掌握邻补角的定义和角平分线的定义.

11. 已知点 P 是线段 AB 上一点, 过点 P 作射线 PC , 如果 $\angle APC$ 比 $\angle BPC$ 大 52° , 那么 $\angle APC$ 的度数是 116 度.

【分析】根据题意, 可得 $\angle APC + \angle BPC = 180^\circ$, 再根据 $\angle APC$ 比 $\angle BPC$ 大 52° , 列出算式即可解答.

【解答】解: 根据题意可知:

$$\angle APC + \angle BPC = 180^\circ,$$

$$\angle BPC = \angle APC - 52^\circ$$

$$\therefore \angle APC + (\angle APC - 52^\circ) = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle APC = 116^\circ.$$

故答案为: 116.

【点评】本题考查了角的计算, 熟练掌握两角之和等于 180 度是解题关键.

12. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = \angle B = 30^\circ$, D 是边 AB 的中点, 那么 $\angle ACD =$ 60 度.

【分析】根据等腰三角形三线合一的性质可得 $AD \perp BC$, 然后利用直角三角形两锐角互余的性质解答.

【解答】解: $\because \angle A = \angle B = 30^\circ$,

$$\therefore CA = CB,$$

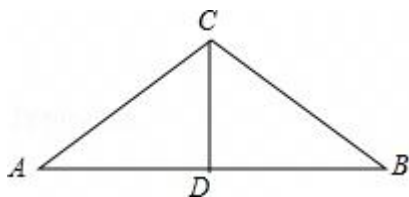
$\because D$ 是边 AB 的中点,

$$\therefore \angle ACD = \frac{1}{2} \angle ACB,$$

$$\because \angle ACB = 180^\circ - \angle A - \angle B = 120^\circ,$$

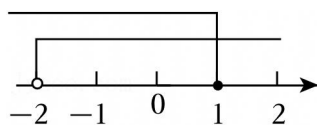
$$\therefore \angle ACD = 60^\circ.$$

故答案为：60.



【点评】本题主要考查了等腰三角形三线合一的性质，直角三角形两锐角互余的性质，是基础题，熟记性质是解题的关键.

13. 如图，关于 x 的不等式组在数轴上所表示的解集是： $-2 < x \leq 1$.



【分析】根据图像特点向左是小于，向右是大于，即可得答案.

【解答】解：由数轴可知 $x > -2$ ， $x \leq 1$ ，

$\therefore$ 不等式的解集是： $-2 < x \leq 1$ ，

故答案为： $-2 < x \leq 1$.

【点评】本题考查了一元一次不等式的解法，做题的关键是掌握空心和实心的区别.

14. 若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} 3x-a > 4 \\ 2x-1 < 3 \end{cases}$ 有解，则 a 的取值范围是 $a < 2$.

【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据不等式组有解，利用口诀：大小小大中间找可得关于 a 的不等式，解之即可.

【解答】解： $\begin{cases} 3x-a > 4 \text{ ①} \\ 2x-1 < 3 \text{ ②} \end{cases}$ ，

由不等式①得： $x > \frac{a+4}{3}$ ，

由不等式②得： $x < 2$ ，

$\because$ 关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} 3x-a > 4 \\ 2x-1 < 3 \end{cases}$ 有解，

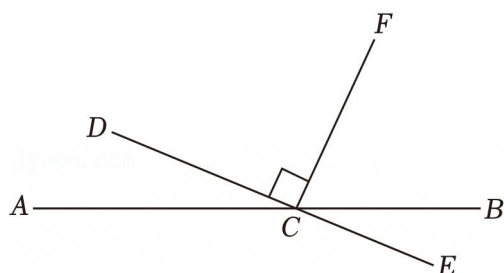
$$\therefore \frac{a+4}{3} < 2,$$

解得 $a < 2$ ，

故答案为： $a < 2$.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键。

15. 如图，直线 AB 与直线 DE 相交于点 C ， $CF \perp DE$ ， $\angle ACD = 25^\circ$ ，那么 $\angle BCF$ 的度数是 65 度。



【分析】根据对顶角相等得 $\angle BCE = 25^\circ$ ，然后再根据 $CF \perp DE$ ，即可求出 $\angle BCF$ 的度数。

【解答】解： $\because \angle ACD = 25^\circ$ ，

$$\therefore \angle BCE = \angle ACD = 25^\circ,$$

$$\because CF \perp DE,$$

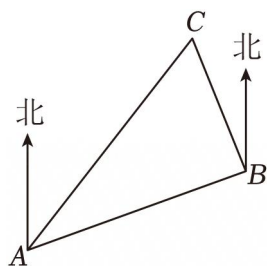
$$\therefore \angle ECF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCF = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ.$$

故答案为：65.

【点评】本题考查了垂线和对顶角的性质，解决本题的关键是垂线的性质。

16. 如图，已知船 C 在观测站 A 的北偏东 36° 方向上，且在观测站 B 的北偏西 15° 方向上，那么 $\angle ACB$ 的度数是 51° 。



【分析】根据方向角的定义，利用三角形的内角和求解，即可求解。

【解答】解： $\because \angle C = 180^\circ - (\angle CAB + \angle CBA)$ ，

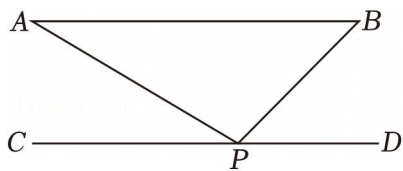
$$\text{又} \because 36^\circ + 15^\circ = 180^\circ - (\angle CAB + \angle CBA),$$

$$\therefore \angle ACB = 36^\circ + 15^\circ = 51^\circ.$$

故答案为： 51° 。

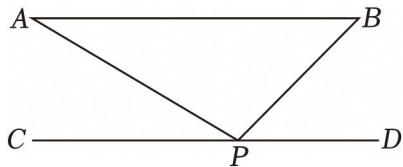
【点评】本题主要考查了方向角，解题的关键是熟记三角形内角和定理。

17. 如图，已知 $AB \parallel CD$ ，点 P 是直线 CD 上的点， $\angle APB = 102^\circ$ ， $\angle BPD = 45^\circ$ ，那么 $\angle A$ 的度数是 33 度。



【分析】根据补角性质可得 $\angle APC = 180^\circ - 102^\circ - 45^\circ = 33^\circ$ ，再根据两直线平行，内错角相等得出 $\angle A$ 的度数即可。

【解答】解：如图所示：



$\because \angle APC + \angle APB + \angle BPD = 180^\circ$ ，且 $\angle APB = 102^\circ$ ， $\angle BPD = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle APC = 180^\circ - 102^\circ - 45^\circ = 33^\circ$ ，

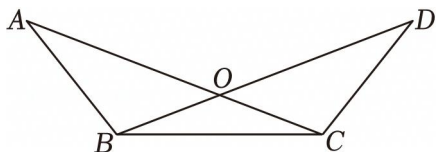
又 $\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle A = \angle APC = 33^\circ$ 。

故答案为：33。

【点评】此题主要考查了平行线的性质，关键是掌握两直线平行，内错角相等。

18. 如图，已知 $\angle OCB = \angle OBC$ ，如果要说明 $\triangle AOB \cong \triangle DOC$ ，那么还需要添加一个条件，这个条件可以是 $\angle A = \angle D$ 或 $\angle ABO = \angle DCO$ 或 $AO = DO$ 。



【分析】根据 $\angle OCB = \angle OBC$ ，可得出 $OB = OC$ ， $\angle AOB = \angle DOC$ ，根据 AAS，ASA，SAS 即可证明。

【解答】解：①添加 $\angle A = \angle D$ ；

$\because \angle ACB = \angle DBC$ ，

$\therefore BO = CO$ ，

在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle DOC$ 中，

$$\begin{cases} \angle A = \angle D \\ \angle AOB = \angle DOC, \\ BO = CO \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle DOC$ (AAS)；

②添加 $\angle ABO = \angle DCO$ ；

在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle DOC$ 中，

$$\begin{cases} \angle ABO = \angle DCO \\ OB = OC \\ \angle AOB = \angle DOC \end{cases},$$

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle DOC$ (ASA);

③添加 $AO = DO$,

在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle DOC$ 中,

$$\begin{cases} AO = DO \\ \angle AOB = \angle DOC, \\ OB = OC \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle DOC$ (SAS).

故答案为: $\angle A = \angle D$ 或 $\angle ABO = \angle DCO$ 或 $AO = DO$.

【点评】 本题主要考查了全等三角形的判定, 关键是掌握判定两个三角形全等的一般方法有: SSS、SAS、ASA、AAS、HL.

19. 若不等式组 $\begin{cases} x \geq -3 \\ x < a \end{cases}$ 的解集中的整数和为 -5, 则整数 a 的值为 -1 或 2.

【分析】 根据题意得: 不等式组的解集为 $-3 \leq x < a$, 根据解集中的整数和为 -5, 得到解集中的整数为 -3, -2, 从而得到整数 a 的值为 -1.

【解答】 解: 根据题意得: 不等式组的解集为 $-3 \leq x < a$,

$\therefore$ 解集中的整数和为 -5,

$\therefore$ 解集中的整数为 -3, -2 或 -3, -2, -1, 0, 1,

$\therefore$ 整数 a 的值为 -1 或 2.

故答案为: -1 或 2.

【点评】 本题考查了不等式的解集, 根据解集中的整数和为 -5, 得到解集中的整数为 -3, -2 或 -3, -2, -1, 0, 1 是解题的关键.

三. 解答题 (共 7 小题)

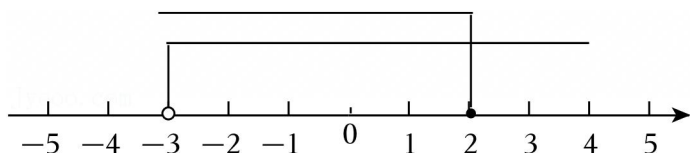
20. 解不等式组: $\begin{cases} 4x > 2x - 6 \\ \frac{x-1}{3} \leq \frac{x+1}{9} \end{cases}$, 并把解集在数轴上表示出来. 并写出解集内最小的整数.

【分析】 分别求出不等式组中两不等式的解集, 找出两解集的公共部分确定出不等式组的解集, 表示在数轴上即可.

【解答】 解: 解不等式 $4x > 2x - 6$, 得 $x > -3$,

解 $\frac{x-1}{3} \leq \frac{x+1}{9}$, 得 $x \leq 2$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-3 < x \leq 2$.



【点评】此题考查了解一元一次不等式组以及在数轴上表示不等式的解集，熟练掌握不等式组的解法是解本题的关键.

21. 作图并写出结论：如图，直线 AB 与直线 CD 相交于 C ，根据下列语句画图.

- (1) 过点 P 作 $PQ \parallel CD$ ，交 AB 于点 Q .
- (2) 过点 P 作 $PR \perp CD$ ，垂足为 R .
- (3) 若 $\angle DCB = 135^\circ$ ，则 $\angle PQC$ 是多少度？请说明理由.

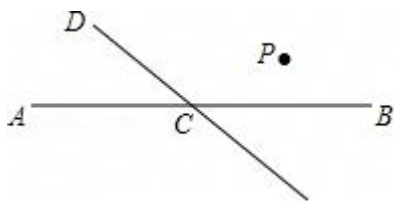
解：因为 $PQ \parallel CD$ （已作）

所以 $\angle DCB + \angle PQC = 180^\circ$

（两直线平行，同旁内角互补）

因为 $\angle DCB = 135^\circ$

所以 $\angle PQC = 45^\circ$.



【分析】(1) 平移 DR 使它过点 P ，此时交 AB 于 Q ，则 $PQ \parallel CD$ ；

(2) 过点 P 作 CD 的垂线，垂足为 R ；

(3) 根据平行线的性质得 $\angle DCB + \angle PQC = 180^\circ$ ，然后利用互补计算 $\angle PQC$ 的度数.

【解答】解：(1) 如图， PQ 为所画；

(2) 如图， PR 为所画；

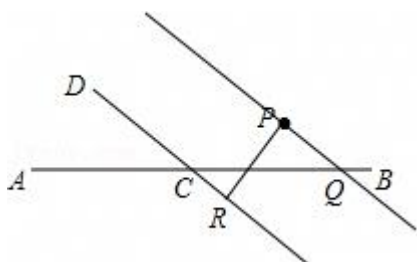
(3) 因为 $PQ \parallel CD$ （已作），

所以 $\angle DCB + \angle PQC = 180^\circ$ ，（两直线平行，同旁内角互补），

因为 $\angle DCB = 135^\circ$ ，

所以 $\angle PQC = 45^\circ$.

故答案为 两直线平行，同旁内角互补， 45° .



【点评】本题考查了基本作图：作一条线段等于已知线段；作一个角等于已知角；作已知线段的垂直平分线；作已知角的角平分线；过一点作已知直线的垂线。

22. 如图，点 D 是等边 $\triangle ABC$ 中边 AC 上的任意一点，且 $\triangle BDE$ 也是等边三角形，那么 AE 与 BC 平行吗？请说明理由。

解：因为 $\triangle ABC$ 是等边三角形（已知），

所以 $BC=BA$ （等边三角形各边相等），

$\angle C=\angle CAB=\angle ABC=60^\circ$ （等边三角形每个内角都是 60° ）；

因为 $\triangle BDE$ 是等边三角形（已知），

所以 $EB=DB$ （等边三角形各边相等），

$\angle EBD=60^\circ$ （等边三角形每个内角都是 60° ）；

所以 $\angle ABC=\angle EBD$ （等量代换），

所以 $\angle ABC-\angle ABD=\angle EBD-\angle ABD$ （等量减等量），

即 $\angle DBC=\angle EBA$ ；

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CBD$ 中，

$$\begin{cases} BA=BC \text{ (已证)}, \\ \angle (\quad) = \angle (\quad) \text{ (已证)}, \\ EB=DB \text{ (已证)}, \end{cases}$$

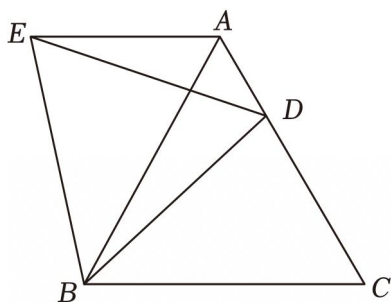
所以 $\triangle ABE \cong \triangle CBD$ （SAS）。

所以 $\angle EAB=\angle C=60^\circ$ （全等三角形的对应角相等），

所以 $\angle EAB+\angle BAC=60^\circ+60^\circ=120^\circ$ ，

所以 $\angle EAC+\angle C=120^\circ+60^\circ=180^\circ$ ，

所以 $AE \parallel BC$ （同旁内角互补，两直线平行）。



【分析】先根据等边三角形的性质可得 $BC=BA$ ， $\angle C=\angle CAB=\angle ABC=60^\circ$ ， $EB=DB$ ， $\angle EBD=60^\circ$ ，从而可得 $\angle ABC=\angle EBD$ ，然后利用等式的性质可得 $\angle DBC=\angle EBA$ ，从而利用 SAS 可证 $\triangle ABE \cong \triangle CBD$ ，最后利用全等三角形的性质可得 $\angle EAB=\angle C=60^\circ$ ，从而可得 $\angle EAB+\angle BAC=120^\circ$ ，进而可得 $\angle EAC+\angle C=180^\circ$ ，再利用同旁内角互补，两直线平行可得 $AE \parallel BC$ ，即可解答。

【解答】解：因为 $\triangle ABC$ 是等边三角形（已知），

所以 $BC=BA$ (等边三角形各边相等),

$\angle C=\angle CAB=\angle ABC=60^\circ$ (等边三角形每个内角都是 60°);

因为 $\triangle BDE$ 是等边三角形 (已知),

所以 $EB=DB$ (等边三角形各边相等),

$\angle EBD=60^\circ$ (等边三角形每个内角都是 60°);

所以 $\angle ABC=\angle EBD$ (等量代换),

所以 $\angle ABC-\angle ABD=\angle EBD-\angle ABD$ (等量减等量),

即 $\angle DBC=\angle EBA$;

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CBD$ 中,

$$\begin{cases} BA=BC \text{ (已证)} \\ \angle DBC=\angle EBA \text{ (已证)}, \\ EB=DB \text{ (已证)} \end{cases}$$

所以 $\triangle ABE \cong \triangle CBD$ (SAS).

所以 $\angle EAB=\angle C=60^\circ$ (全等三角形的对应角相等),

所以 $\angle EAB+\angle BAC=60^\circ+60^\circ=120^\circ$,

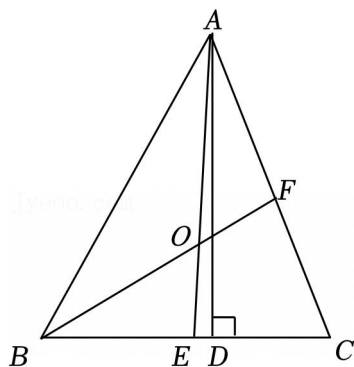
所以 $\angle EAC+\angle C=120^\circ+60^\circ=180^\circ$,

所以 $AE \parallel BC$ (同旁内角互补, 两直线平行),

故答案为: 等边三角形各边相等; 等边三角形每个内角都是 60° ; 等量代换; ABD ; ABD ; DBC , EBA ; SAS;
C; 全等三角形的对应角相等; 同旁内角互补, 两直线平行.

【点评】 本题考查了全等三角形的判定与性质, 等边三角形的性质, 熟练掌握等边三角形的性质, 以及全等三角形的判定与性质是解题的关键.

23. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AE 、 BF 是角平分线, 它们相交于点 O , AD 是高, $\angle BAC=50^\circ$, $\angle C=70^\circ$, 求 $\angle CAD$ 、 $\angle BOE$ 的度数.



【分析】 由三角形的高可得 $\angle ADC=90^\circ$, 即得 $\angle CAD=90^\circ-\angle C=20^\circ$, 由三角形内角和定理可得 $\angle ABC=60^\circ$, 再根据三角形的角平分线可得 $\angle BAE+\angle ABF=\frac{1}{2}\angle BAC+\frac{1}{2}\angle ABC=55^\circ$, 最后根据三角形外角性质即可求解.

【解答】解：由条件可知 $AD \perp BC$ ，

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ,$$

$$\because \angle BAC = 50^\circ, \angle C = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - 50^\circ - 70^\circ = 60^\circ,$$

由角平分线可知 $\angle BAE = \frac{1}{2} \angle BAC$, $\angle ABF = \frac{1}{2} \angle ABC$,

$$\therefore \angle BOE = \angle BAE + \angle ABF = 55^\circ.$$

【点评】本题考查了三角形的高和角平分线，三角形内角和定理及外角性质，掌握以上知识点是解题的关键。

24. 问题：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $CA = CB$ ， AD 平分 $\angle BAC$ ， $BE \perp AD$ 于点 E ，说明 $AD = 2BE$ 的理由。

分析：要说明“一条线段等于另一条线段的两倍”，我们容易想到“线段的中点”和“等腰三角形的三线合一”两个基本图形。

如图1，若点 C 是线段 AB 的中点，则 $AB = 2AC = 2BC$ 。

如图2，在 $\triangle ABC$ 中，若 $AB = AC$ ， $AD \perp BC$ 于点 D ，则 $BC = 2BD = 2CD$ 。

要求：请根据上述分析完成上述问题的解答。

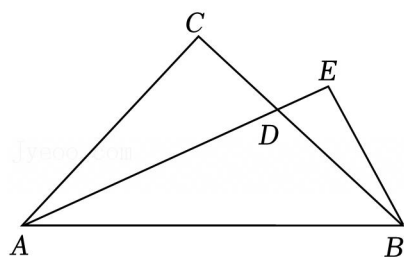


图1

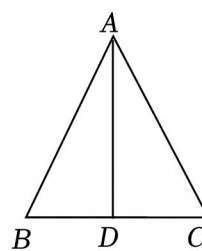
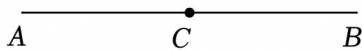
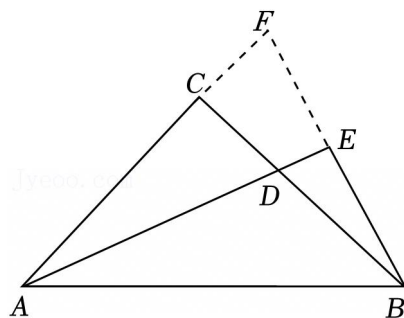


图2

【分析】延长 AC 与 BE 交于点 F ，根据平角定义可得 $\angle ACB = \angle BCF = 90^\circ$ ，再根据垂直定义可得 $\angle AEB = \angle AEF = 90^\circ$ ，从而可得 $\angle F + \angle FAE = 90^\circ$ ，然后利用同角的余角相等可得 $\angle F = \angle ADC$ ，从而利用 ASA 可证 $\triangle ACD \cong \triangle BCF$ ，进而可得 $AD = BF$ ，再根据角平分线的定义可得 $\angle CAD = \angle DAB$ ，最后根据 ASA 可证 $\triangle AEF \cong \triangle AEB$ ，从而利用全等三角形的性质可得 $EF = BE = \frac{1}{2}BF$ ，再利用等量代换即可解答。

【解答】解：延长 AC 与 BE 交于点 F ，



$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCF = 180^\circ - \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle BCF = 90^\circ,$$

$$\because BF \perp AE,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle AEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle F + \angle FAE = 90^\circ,$$

$$\because \angle FAE + \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle F = \angle ADC,$$

$$\because AC = BC,$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCF \text{ (ASA)},$$

$$\therefore AD = BF,$$

$$\because AD \text{ 平分 } \angle CAB,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle DAB,$$

$$\because AE = AE,$$

$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle AEB \text{ (ASA)},$$

$$\therefore EF = BE = \frac{1}{2}BF,$$

$$\therefore BF = 2BE,$$

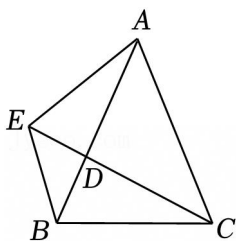
$$\therefore AD = 2BE.$$

【点评】本题考查了全等三角形的判定与性质，角平分线的性质，等腰直角三角形，根据题目的已知条件并结合图形添加适当的辅助线是解题的关键。

25. 如图，已知等腰 $\triangle ABC$ ， $AB = AC$ ， D 是边 AB 上一点（不与点 A 、 B 重合）， E 是线段 CD 延长线上一点， $\angle BEC = \angle BAC$ 。

(1) 说明 $\angle EBA = \angle DCA$ 的理由；

(2) 小华在研究这个问题时，提出了一个新的猜想：点 D 在运动的过程中（不与点 A 、 B 重合）， $\angle AEC$ 与 $\angle ABC$ 是否会相等？小丽思考片刻后，提出了自己的想法：可以在线段 CE 上取一点 H ，使得 $CH = BE$ ，联结 AH ，然后通过学过的知识就能得到 $\angle AEC$ 与 $\angle ABC$ 相等。你能否根据小丽同学的想法，说明 $\angle AEC = \angle ABC$ 的理由。



【分析】(1) 由三角形的内角和定理得 $\angle BEC + \angle BDE + \angle EBA = 180^\circ$ ， $\angle BAC + \angle ADC + \angle DCA = 180^\circ$ ，则 $\angle BEC +$

$\angle BDE + \angle EBA = \angle BAC + \angle ADC + \angle DCA$ ，再根据 $\angle BEC = \angle BAC$ ， $\angle BDE = \angle ADC$ 即可得出结论；

(2) 在线段 CE 上取一点 H ，使得 $CH = BE$ ，连接 AH ，根据 $AB = AC$ 及三角形内角和定理得 $\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}$

$(180^\circ - \angle BAC)$ ，再依据“SAS”判定 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACH$ 全等得 $AE = AH$ ， $\angle BAE = \angle CAH$ ，进而得 $\angle EAH = \angle$

BAC ，然后根据 $AE = AH$ 及三角形内角和定理得 $\angle AEC = \angle AHD = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle EAH) = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle BAC)$ ，

由此即可得出结论。

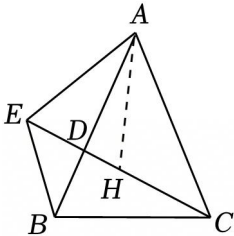
【解答】(1) 证明： $\because \angle BEC + \angle BDE + \angle EBA = 180^\circ$ ， $\angle BAC + \angle ADC + \angle DCA = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle BEC + \angle BDE + \angle EBA = \angle BAC + \angle ADC + \angle DCA$ ，

又 $\because \angle BEC = \angle BAC$ ， $\angle BDE = \angle ADC$ ，

$\therefore \angle EBA = \angle DCA$ ；

(2) 解：在线段 CE 上取一点 H ，使得 $CH = BE$ ，连接 AH ，如图所示：



$\because AB = AC$ ，

$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle BAC)$ ，

由(1)可知： $\angle EBA = \angle DCA$ ，

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACH$ 中，

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle EBA = \angle DCA, \\ CH = BE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACH$ (SAS)，

$\therefore AE = AH$ ， $\angle BAE = \angle CAH$ ，

$\therefore \angle BAE + \angle DAH = \angle CAH + \angle DAH$ ，

即 $\angle EAH = \angle BAC$ ，

$\because AE = AH$ ，

$\therefore \angle AEC = \angle AHD = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle EAH) = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle BAC)$ ，

$\therefore \angle AEC = \angle ABC$ 。

【点评】此题主要考查了等腰三角形的性质，熟练掌握等腰三角形的性质，三角形的内角和定理，全等三角形的判定和性质是解决问题的关键。

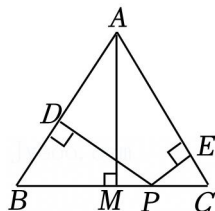
26. 数学中常常利用面积相等来证明其他的线段相等，这种方法被称为“面积法”。已知等边 $\triangle ABC$ ，点 P 是平面

上任意一点，设点 P 到 $\triangle ABC$ 边 AB 、 AC 边的距离分别为 PD 、 PE ， $\triangle ABC$ 的 BC 边上的高为 AM 。回答以下问题：

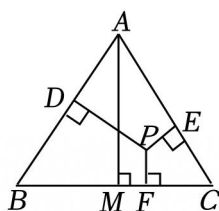
(1) 如图 (1)，若点 P 在三角形的 BC 边上， PD 、 PE 、 AM 存在怎样的数量关系？请给出证明过程；

(2) 如图 (2)，当点 P 在 $\triangle ABC$ 内，已知 $AM=10$ ，求 $PD+PE+PF$ 的值；

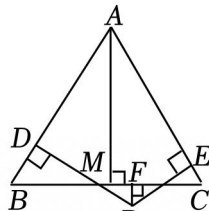
(3) 如图 (3)，当点 P 在 $\triangle ABC$ 外，请直接写出 AM 与 PD 、 PF 、 PE 的数量关系，不用证明。



(1)



(2)



(3)

明。

【分析】 设 $AB=m$ ，则 $AB=AC=BC=m$ ，

(1) 连结 PA ，则 $S_{\triangle APB} = \frac{1}{2}m \cdot PD$ ， $S_{\triangle APC} = \frac{1}{2}m \cdot PE$ ， $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}m \cdot AM$ ，因为 $S_{\triangle APB} + S_{\triangle APC} = S_{\triangle ABC}$ ，所以 $\frac{1}{2}m \cdot PD + \frac{1}{2}m \cdot PE = \frac{1}{2}m \cdot AM$ ，即可证明 $PD+PE=AM$ ；

(2) 连结 PA 、 PB 、 PC ，则 $S_{\triangle APB} = \frac{1}{2}m \cdot PD$ ， $S_{\triangle APC} = \frac{1}{2}m \cdot PE$ ， $S_{\triangle BPC} = \frac{1}{2}m \cdot PF$ ， $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}m \cdot AM$ ，因为 $S_{\triangle APB} + S_{\triangle APC} + S_{\triangle BPC} = S_{\triangle ABC}$ ，所以 $\frac{1}{2}m \cdot PD + \frac{1}{2}m \cdot PE + \frac{1}{2}m \cdot PF = \frac{1}{2}m \cdot AM$ ，则 $PD+PE+PF=AM=10$ ；

(3) 连结 PA 、 PB 、 PC ，则 $S_{\triangle APB} = \frac{1}{2}m \cdot PD$ ， $S_{\triangle APC} = \frac{1}{2}m \cdot PE$ ， $S_{\triangle BPC} = \frac{1}{2}m \cdot PF$ ， $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}m \cdot AM$ ，因为 $S_{\triangle APB} + S_{\triangle APC} - S_{\triangle BPC} = S_{\triangle ABC}$ ，所以 $\frac{1}{2}m \cdot PD + \frac{1}{2}m \cdot PE - \frac{1}{2}m \cdot PF = \frac{1}{2}m \cdot AM$ ，则 $PD+PE - PF=AM$ 。

【解答】 解：设 $AB=m$ ，

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore AB=AC=BC=m$ ，

(1) $PD+PE=AM$ ，

证明：如图 (1)，连结 PA ，

$\because PD \perp AB$ 于点 D ， $PE \perp AC$ 于点 E ， $AM \perp BC$ 于点 M ，

$$\therefore S_{\triangle APB} = \frac{1}{2}m \cdot PD, S_{\triangle APC} = \frac{1}{2}m \cdot PE, S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}m \cdot AM,$$

$\because S_{\triangle APB} + S_{\triangle APC} = S_{\triangle ABC}$ ，

$$\therefore \frac{1}{2}m \cdot PD + \frac{1}{2}m \cdot PE = \frac{1}{2}m \cdot AM,$$

$\therefore PD+PE=AM$ 。

(2) 如图 (2)，连结 PA 、 PB 、 PC ，

$\because PD \perp AB$ 于点 D ， $PE \perp AC$ 于点 E ， $PF \perp BC$ 于点 F ， $AM \perp BC$ 于点 M ，

$$\therefore S_{\triangle APB} = \frac{1}{2}m \cdot PD, S_{\triangle APC} = \frac{1}{2}m \cdot PE, S_{\triangle BPC} = \frac{1}{2}m \cdot PF, S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}m \cdot AM,$$

$$\because S_{\triangle APB} + S_{\triangle APC} + S_{\triangle BPC} = S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore \frac{1}{2}m \cdot PD + \frac{1}{2}m \cdot PE + \frac{1}{2}m \cdot PF = \frac{1}{2}m \cdot AM,$$

$$\therefore PD + PE + PF = AM,$$

$$\because AM = 10,$$

$$\therefore PD + PE + PF = 10,$$

$$\therefore PD + PE + PF \text{ 的值为 } 10.$$

$$(3) PD + PE - PF = AM,$$

理由：如图（3），连结 PA 、 PB 、 PC ，

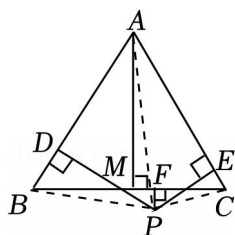
$$\because PD \perp AB \text{ 于点 } D, PE \perp AC \text{ 于点 } E, PF \perp BC \text{ 于点 } F, AM \perp BC \text{ 于点 } M,$$

$$\therefore S_{\triangle APB} = \frac{1}{2}m \cdot PD, S_{\triangle APC} = \frac{1}{2}m \cdot PE, S_{\triangle BPC} = \frac{1}{2}m \cdot PF, S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}m \cdot AM,$$

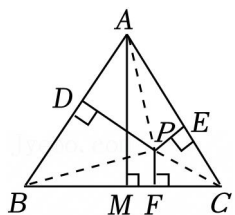
$$\because S_{\triangle APB} + S_{\triangle APC} - S_{\triangle BPC} = S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore \frac{1}{2}m \cdot PD + \frac{1}{2}m \cdot PE - \frac{1}{2}m \cdot PF = \frac{1}{2}m \cdot AM,$$

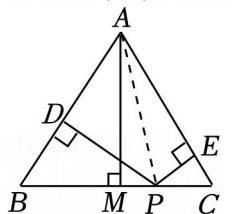
$$\therefore PD + PE - PF = AM.$$



(3)



(2)



(1)

【点评】此题重点考查等边三角形的性质、三角形的面积公式、根据面积等式证明其他线段之间的相等关系、数形结合与分类讨论数学思想的运用等知识与方法，正确地作出所需要的辅助线并且列出相应的面积等式是解题的关键。