

2024 学年第二学期九年级检测数学试卷

参考答案及评分标准

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)

1. B ; 2. C ; 3. D; 4. A; 5. C; 6. D.

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. $9a^2$; 8. $(x+4)(x-4)$; 9. 4; 10. $m > -\frac{1}{4}$;

11. $\frac{3}{2}$; 12. $\frac{1}{13}$; 13. $\frac{1}{2}\vec{a} + 2\vec{b}$; 14. 15;

15. $2n+2$; 16. 720; 17. $\frac{8\sqrt{2}}{3}$; 18. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$.

三、解答题：(本大题共 7 题，满分 78 分)

19. 解：原式 = $4 - 2\sqrt{3} + \sqrt{3} - 3 + \sqrt{3} - 1$ (8 分)
 $= 0$ (2 分)

20. 解：由①得 $x > -2$ (3 分)

由②得 $x \leq 5$ (3 分)

所以原不等式组的解集为 $-2 < x \leq 5$ (2 分)

作图正确 (2 分)

21. 证明：(1) 过点 O 作 $OH \perp BC$ ，垂足为点 H .

$\because O$ 是 AB 的中点， $\therefore \frac{BO}{BA} = \frac{1}{2}$.

$\because OH \perp BC$ ， $\therefore \angle OHB = \angle OHE = 90^\circ$.

$\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $\therefore \angle ACB = \angle OHB$.

$\therefore OH \parallel AC$ (1 分)

$\therefore \frac{OH}{AC} = \frac{BO}{BA} = \frac{1}{2}$ (1 分)

$\because AC = 8$ ， $\therefore OH = 4$.

在 $Rt\triangle OHE$ 中， $\angle OHE = 90^\circ$ ， $OE = 5$ ， $OH = 4$ ， $\therefore EH = 3$ (1 分)

$\because OH$ 过圆心， $OH \perp BC$ ， $\therefore EF = 2EH = 6$ (2 分)

(2) $\because OH \parallel AC$ ， $\frac{BO}{BA} = \frac{1}{2}$ ， $\therefore \frac{BH}{BC} = \frac{1}{2}$. $BH = CH = \frac{1}{2}BC = 8$.

$\because EH = 3$ ， $\therefore CE = 5$ (1 分)

$\because OE=5, \therefore CE=OE.$ (1分)

$\therefore \angle COE = \angle ECO.$ (1分)

在 $Rt\triangle OCH$ 中, $\angle OHE=90^\circ, OH=4, CH=8, \therefore OC=4\sqrt{5}.$

在 $Rt\triangle OCH$ 中, $\angle OHE=90^\circ, OH=4, OC=4\sqrt{5}, \therefore \sin \angle ECO = \frac{\sqrt{5}}{5}.$ (1分)

$\therefore \sin \angle COE = \frac{\sqrt{5}}{5}.$ (1分)

22.解: 延长 CD 交 AB 于 E (1分)

$\because i=1:2.4, \therefore \tan \angle CAB = \frac{1}{2.4} = \frac{5}{12}$ (2分)

$\therefore \frac{CE}{AC} = \frac{5}{12}$ (1分)

$\because AC=7.2, \therefore CE=3$ (1分)

$\because CD=0.4, \therefore DE=2.6$ (1分)

过点 D 作 $DH \perp AB$ 于 $H, \therefore \angle EDH = \angle CAB,$ (1分)

$\therefore \tan \angle CAB = \frac{5}{12}, \therefore \cos \angle EDH = \cos \angle CAB = \frac{12}{13}$ (1分)

$DH = DE \times \cos \angle EDH = 2.6 \times \frac{12}{13} = 2.4$ (1分)

答: 该车库入口的限高数值为 2.4 米. (1分)

23. (1) 证明: $\because \angle DAE = \angle BAC \quad \therefore \angle BAD = \angle CAE$ (1分)

$\because AB=AC \quad AD=AE$

$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE$ (2分)

$\therefore \angle B = \angle ACE$ (1分)

$\because AB=AC \quad \therefore \angle B = \angle ACB$ (1分)

$\therefore \angle ACB = \angle ACE$

即 CA 平分 $\angle DCE$ (1分)

(2) 证明: $\because AB^2 = BD \cdot BC \quad \therefore \frac{AB}{BC} = \frac{BD}{AB}$

$\because \angle B = \angle B$

$\therefore \triangle BAD \sim \triangle BCA$ (2分)

$\therefore \angle BAD = \angle BCA$ (1分)

$\because \angle B = \angle ACB \quad \therefore \angle B = \angle BAD \quad \therefore BD = AD$

$\because AD = AE \quad \therefore AE = BD$ (1分)

又 $\because \angle BAD = \angle CAE \quad \therefore \angle CAE = \angle BCA$ (1分)

$\therefore AE \parallel BD$

\therefore 四边形 $ABDE$ 是平行四边形 (1分)

24. 解: (1) \because 对称轴为直线 $x=3$, $\therefore -\frac{m}{2 \times (-1)}=3$, $m=6$ (2 分)

\because 抛物线 $y=-x^2+mx+n$ 经过点 $A(5, 0)$,

$\therefore 0=-5^2+6 \times 5+n$, 解得 $n=-5$ (1 分)

\therefore 抛物线的表达式为 $y=-x^2+6x-5$ (1 分)

(2) $\because y=-x^2+6x-5=-(x-3)^2+4$

$\therefore B(3, 4)$ (1 分)

$\because S_{\triangle BOE}=3$, $\therefore S_{\triangle BOE}=\frac{1}{2}BE \cdot OC=3$, $\frac{1}{2}BE \cdot 3=3$, 解得 $BE=2$.

$\therefore E(3, 2)$ (1 分)

\because 直线 $y=kx+b$ 经过点 $A(5, 0)$, $E(3, 2)$,

$\therefore \begin{cases} 5k+b=0, \\ 3k+b=2. \end{cases}$ (1 分)

解得 $\begin{cases} k=-1, \\ b=5. \end{cases}$, $\therefore y=-x+5$ (1 分)

(3) $\because OD \parallel BE$, $BD=EO$.

\therefore 四边形 $OEBD$ 为平行四边形或等腰梯形.

(i) 当 $BD \parallel OE$ 时, 四边形 $OEBD$ 为平行四边形, $OD=BE$.

$\therefore E(3, 2)$, $B(3, 4)$.

$\therefore OD=BE=2$.

$\because A(5, 0)$, $\therefore OA=5$.

\therefore 在 $\text{Rt}\triangle AOD$ 中, $\angle AOD=90^\circ$, 得 $\cot \angle DAO=\frac{OA}{OD}=\frac{5}{2}$ (2 分)

(ii) 当四边形 $OEBD$ 为等腰梯形时,
计算 $OD=6$ (过程略)

\therefore 在 $\text{Rt}\triangle AOD$ 中, $\angle AOD=90^\circ$, 得 $\cot \angle DAO=\frac{OA}{OD}=\frac{5}{6}$ (2 分)

25. (1) 证明: 联结 OE ,

$\because OP \parallel AB$, $\therefore \angle DOP=\angle A$, $\angle POE=\angle OEA$, (1 分)

$\because OA=OE$, $\therefore \angle A=\angle OEA$, (1 分)

$\therefore \angle DOP=\angle POE$, (1 分)

∴ $DP = EP$ (1分)

(2) 作 $OM \perp AB$, $FN \perp PQ$, 垂足分别为 M 、 N ,

∵ $OQ \parallel AB$, $OM \perp AB$, $FN \perp PQ$, ∴ $OM = FN$,

∵ 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 10$, $\sin \angle BAC = \frac{3}{5}$, ∴ $BC = 6$, $AC = 8$,

在 $\triangle AMO$ 中, $\angle AMO = 90^\circ$, ∴ $OM = OA \cdot \sin \angle BAC = \frac{3}{5}x$, ∴ $FN = \frac{3}{5}x$, (1分)

∵ $OQ \parallel AB$, ∴ $\frac{OQ}{AB} = \frac{CO}{CA}$, ∴ $\frac{OQ}{10} = \frac{8-x}{8}$, ∴ $OQ = 10 - \frac{5}{4}x$,

∴ $PQ = OQ - OP = 10 - \frac{5}{4}x - x = 10 - \frac{9}{4}x$, (1分)

$y = \frac{1}{2} \left(10 - \frac{9}{4}x \right) \cdot \frac{3}{5}x$, 即 $y = -\frac{27}{40}x^2 + 3x$ ($0 < x \leq 4$) (2分)

(3) 如果 $FQ = PQ$,

∴ $\angle QPF = \angle QFP = \angle OPD = \angle ODP$,

∴ $QF \parallel AC$, ∴ 四边形 $AFQO$ 是平行四边形, ∴ $AF = QO$, (1分)

∴ $\angle ADF = \angle OPD = \angle AFD$, ∴ $AF = AD = 2x$, ∴ $OQ = 2x$, (1分)

∴ $2x = 10 - \frac{5}{4}x$, ∴ $x = \frac{40}{13}$ (1分)

如果 $FQ = FP$, 作 $OM \perp AB$, $FN \perp PQ$, 垂足分别为 M 、 N , 显然四边形 $OMFN$ 是矩形,

在 $\triangle AMO$ 中, $\angle AMO = 90^\circ$, $OM = \frac{3}{5}x$, $AM = \frac{4}{5}x$, $MF = ON = 2x - \frac{4}{5}x = \frac{6}{5}x$,

$PN = \frac{1}{5}x$, $PQ = \frac{2}{5}x$, $OQ = \frac{7}{5}x$, (1分)

∴ $\frac{7}{5}x = 10 - \frac{5}{4}x$, 解得: $x = \frac{200}{53}$ (1分)

综上所述, 如果 $\triangle FPQ$ 是以 FQ 为腰的等腰三角形, AO 的长为 $\frac{40}{13}$, $\frac{200}{53}$. (1分)