

——知识点——

1-1

比例线段的复习

比例的基本性质

1、比例的基本性质： $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \longleftrightarrow ad = bc$ 。

2、反比性质： $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \longleftrightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ 。

3、更比性质： $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \longleftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ 。

4、比例问题中关于 k 的使用：

(1) 对比例问题，常用的处理方法是将“一份”看成 k (当 $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$ ，设 $a = k$ ， $b = 2k$)；

(2) 对于比例连等式，常用处理方法是设“公比”为 k (当 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ，设公比 $k = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$)。

5、合比性质：

(1) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \longleftrightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ (合比性质)；

(2) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \longleftrightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ (分比性质)。

6、等比性质：

如果 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \dots = \frac{m}{n}$ ($b+d+\dots+n \neq 0$)，那么 $\frac{a+c+\dots+m}{b+d+\dots+n} = \frac{a}{b}$ 。

注意点：使用等比性质的前提是各式各分母的和不等于零 ($b+d+\dots+n \neq 0$)。

——笔记区——

——过关例题——

1、下列四条线段能成比例线段的是（ ）。

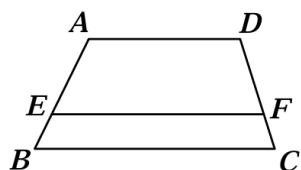
A. 1, 1, 2, 3 B. 1, 2, 3, 4 C. 2, 2, 3, 3 D. 2, 3, 4, 5

2、已知 $\frac{a+3}{2} = \frac{b+4}{3} = \frac{c+8}{4}$ ，且 $a+b+c=60$ ，求 a 、 b 、 c 的值。

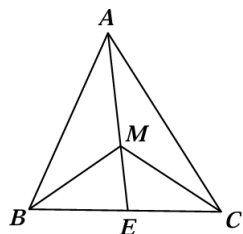
3、已知 $\frac{a-b}{x} = \frac{b-c}{y} = \frac{c-a}{z} \neq 0$ ，求 $x+y+z$ 的值。

4、如图已知四边形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 分别在 AB 、 CD 上， $\frac{AB}{AE} = \frac{DC}{DF}$ 。

求证：(1) $\frac{AB}{EB} = \frac{DC}{FC}$ ；(2) $\frac{AB+DC}{EB+FC} = \frac{AB-DC}{EB-FC}$ 。（ $EB-FC \neq 0$ ）



5、如图已知 $\frac{AB}{BE} = \frac{AM}{ME} = \frac{AC}{CE}$ 。求证： $\frac{AB+BC+CA}{BC} = \frac{AE}{ME}$ 。



6、已知 $k = \frac{a+b-c}{c} = \frac{a-b+c}{b} = \frac{b+c-a}{a}$ ，则 k 的值为_____。

7、已知： $\frac{x^2}{y+z} + \frac{z^2}{x+y} + \frac{y^2}{x+z} = 0$ ， $\frac{x}{y+z} + \frac{z}{x+y} + \frac{y}{x+z} = k$ ，求 k 的值。

——知识点——

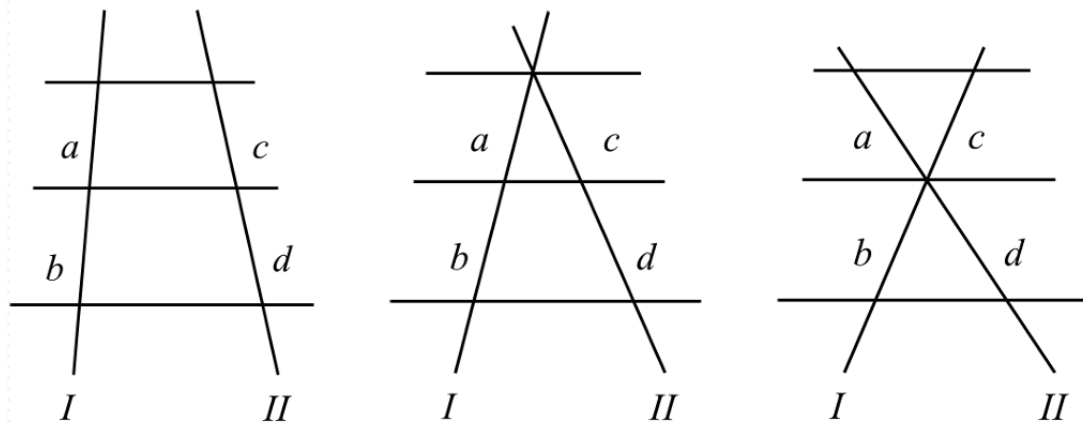
1-2

平行线分线段成比例

知识点 1 平行线分线段成比例定理

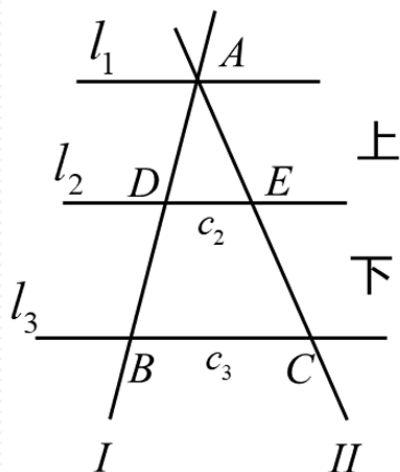
两条直线被三条平行的直线所截，截得的对应线段成比例。

两条直线被三条平行的直线所截，如果在一条直线上截得的线段相等，那么在另一条直线上截得的线段也相等。



$$\frac{I_{\text{上}}}{I_{\text{下}}} = \frac{II_{\text{上}}}{II_{\text{下}}}; \quad \frac{I_{\text{上}}}{I_{\text{全}}} = \frac{II_{\text{上}}}{II_{\text{全}}}; \quad \frac{I_{\text{下}}}{I_{\text{全}}} = \frac{II_{\text{下}}}{II_{\text{全}}}$$

知识点 2 平行线上的比例线段关系

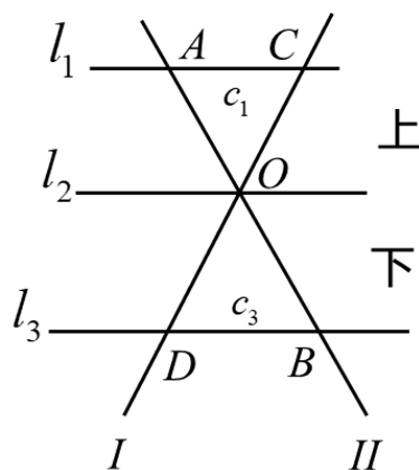


A 型

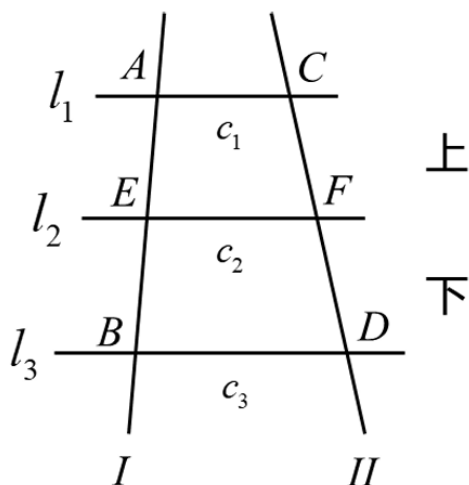
（平行线 l_1, l_2, l_3 上的线段分别为 c_1, c_2, c_3 ）

结论：①对于 A 型： $\frac{I_{\text{上}}}{I_{\text{全}}} = \frac{II_{\text{上}}}{II_{\text{全}}} = \frac{c_2}{c_3}$ ； $\frac{I_{\text{上}}}{I_{\text{下}}} = \frac{II_{\text{上}}}{II_{\text{下}}}$ ；

②对于 X 型： $\frac{I_{\text{上}}}{I_{\text{下}}} = \frac{II_{\text{上}}}{II_{\text{下}}} = \frac{c_1}{c_3}$ 。



X 型



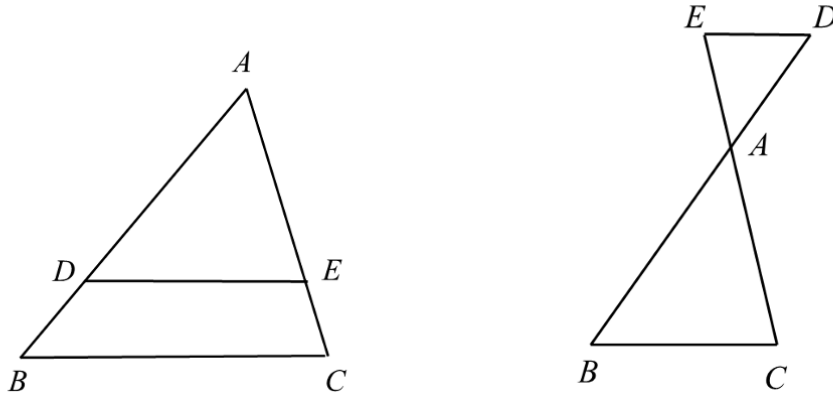
H 型

（平行线 l_1, l_2, l_3 上的线段分别为 c_1, c_2, c_3 ）

结论：③对于 H 型： $\frac{I_{\text{上}}}{I_{\text{下}}} = \frac{II_{\text{上}}}{II_{\text{下}}}$ ； $\frac{I_{\text{上}}}{I_{\text{全}}} = \frac{II_{\text{上}}}{II_{\text{全}}} = \frac{c_2 - c_1}{c_3 - c_1}$ 。

知识点3 三角形一边的平行线判定定理及推论

如果一条直线截三角形的两边或两边的延长线（这两边的延长线在第三边的同侧）所得的对应线段成比例，那么这条直线平行于三角形的第三边。

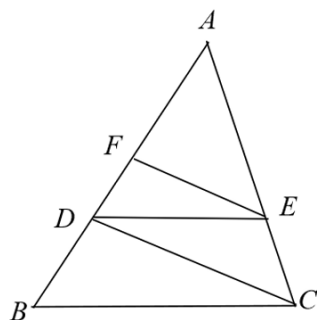


——笔记区——

——过关例题——

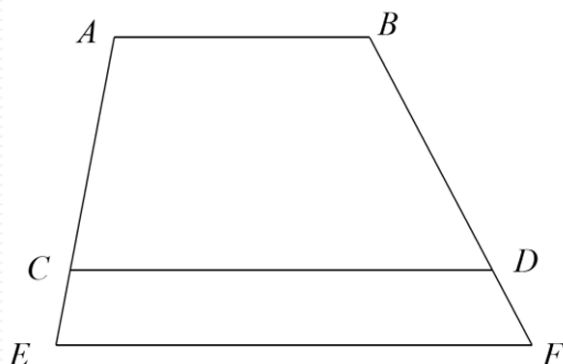
1、如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上， $DE \parallel BC$ ， $EF \parallel CD$

交 AB 于 F ，那么下列比例式中正确的是（ ）。

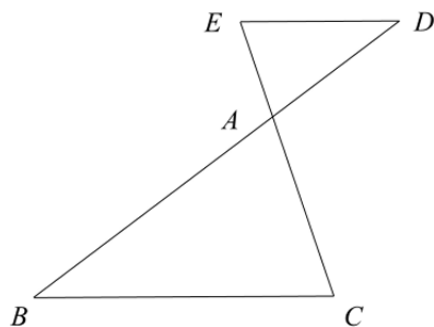


- A. $\frac{AF}{DF} = \frac{DE}{BC}$ B. $\frac{DF}{DB} = \frac{AF}{DF}$ C. $\frac{EF}{CD} = \frac{DE}{BC}$ D. $\frac{AF}{BD} = \frac{AD}{AB}$

2、如图，在梯形 $AEFB$ 中， $AB \parallel EF$ ， $AB = 6$ ， $EF = 10$ ，点 C 、 D 分别在边 AE 、 BF 上且 $CD \parallel AB$ ，如果 $AC = 3CE$ ，那么 $CD =$ _____。



3、如图，点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的两边 BA 、 CA 的延长线上，下列条件能判定 $ED \parallel BC$ 的是（ ）。



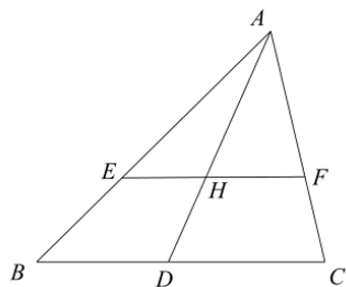
A. $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$

B. $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$

C. $AD \cdot AB = DE \cdot BC$

D. $AD \cdot AC = AB \cdot AE$

4、如图，已知点 E 、 F 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 上的点，且 $EF \parallel BC$ ，点 D 是 BC 边上的点， AD 与 EF 交于点 H ，则下列结论中，错误的是（ ）。



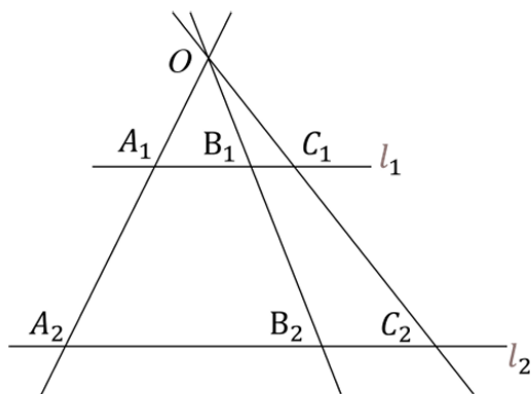
- A. $\frac{AE}{AB} = \frac{AH}{AD}$ B. $\frac{AE}{AB} = \frac{EH}{HF}$ C. $\frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC}$ D. $\frac{AE}{AB} = \frac{HF}{CD}$

5、如图（1）， $l_1 \parallel l_2$ ，它们被三条相交于一点的直线所截。

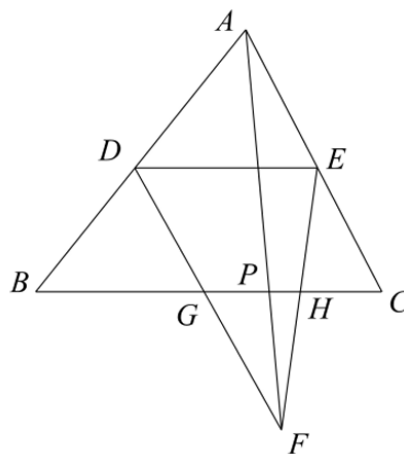
（1）求证：截得的线段成比例，即 $\frac{A_1B_1}{B_1C_1} = \frac{A_2B_2}{B_2C_2}$ ；

（2）上一问的结论可称为线束定理。请用线束定理证明以下题目：

如图（2）， $DE \parallel BC$ ， P 是 BC 上一点， F 是 AP 延长线上一点， FD 、 FE 分别交 BC 于 G 、 H ，求证： $\frac{PG}{PB} = \frac{PH}{PC}$ 。



图（1）



图（2）

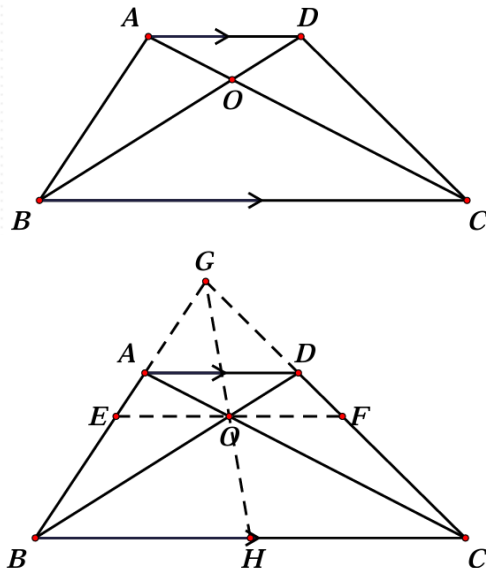
——知识点——

1-3

A 与 X 混合模型

A 与 X 混合模型

在四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 交于点 O 。



1、四边形的对边 $AD \parallel BC$ 。

2、过点 O 作 $EF \parallel BC$ ， $EO = FO$ 。

3、 BA 、 CD 延长线交于点 G ，联结 GO 并延长交 BC 于点 H ， $BH = CH$ 。

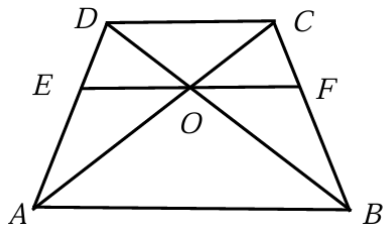
结论：三条结论中满足任意一条，另外两条也成立。

这个结论又称为 A 与 X 型的混合模型结论。

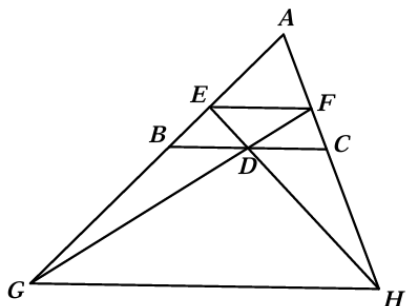
——笔记区——

——过关例题——

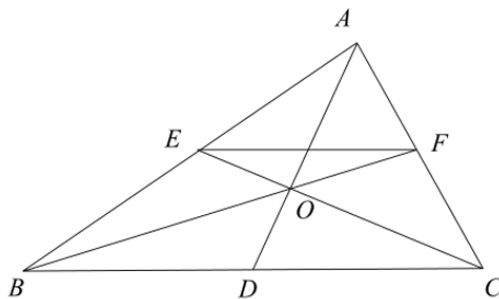
- 1、如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AB=b$ ， $CD=a$ ，对角线 AC 和 BD 交于 O ，过 O 作 $EF \parallel AB$ ，分别交 AD 、 BC 于点 E 、 F ，则 EF 的长为_____。



- 2、如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 E 、 F 分别在边 AB 、 AC 上，且 $EF \parallel BC$ ， D 为 BC 的中点， ED 、 FD 分别交 AC 、 AB 的延长线于 H 、 G ，连接 HG 。求证： $EF \parallel GH$ 。



- 3、如图，点 O 是 $\triangle ABC$ 的中线 AD 上任意一点， BO 、 CO 的延长线分别交 AB 、 AC 于点 E 、 F ，连结 EF ，求证： $EF \parallel BC$ 。



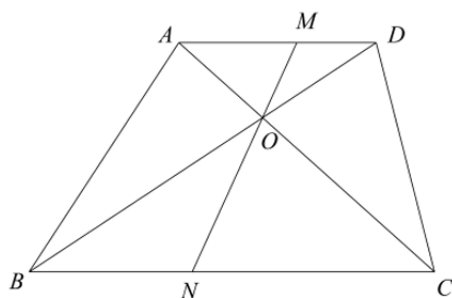
4、某班级的“数学学习小组心得分享课”上，小智跟同学们分享了关于梯形的两个正确的研究结论：

①如图 1，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，过对角线交点的直线与两底分别交于点

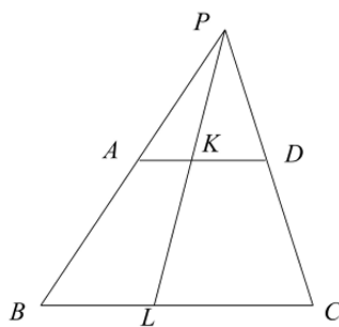
M 、 N ，则 $\frac{AM}{DM} = \frac{CN}{BN}$ ；

②如图 2，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，过两腰延长线交点 P 的直线与两底分别

交于点 K 、 L ，则 $\frac{AK}{DK} = \frac{BL}{CL}$ 。



图（1）



图（2）

接着小明也跟同学们分享了关于梯形的一个推断：过梯形对角线交点且平行于底边的直线被梯形两腰所截，截得的线段被梯形对角线的交点平分。

（1）经讨论，大家都认为小明所给出的推断是正确的。请你结合图示（见答题卷）写出已知、求证，并给出你的证明；

（2）小组还出了一个作图题考同学们：只用直尺将图 3 中两条平行的线段 AB 、 CD 同时平分。请保留作图过程痕迹，并说明你作图方法的正确性（可以直接运用小智和小明得到的正确结论）。

（注意：请务必在试卷的图示中完成作图草稿，在答题卷上直接用 2B 铅笔或水笔完成作图，不要涂改。）

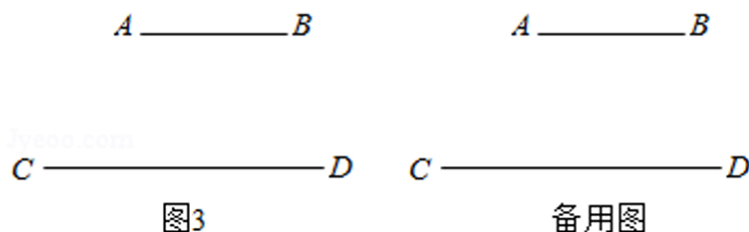


图3

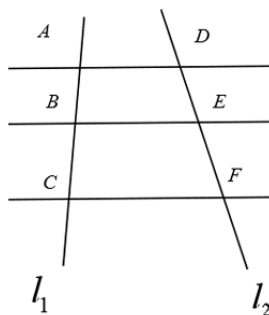
备用图

——过关练习——

1、设线段 x 、 y 、 z 满足
$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} = \frac{z+x}{3} = \frac{y+z}{4} \\ x+y+z=18 \end{cases}$$
，求 x 、 y 、 z 的值。

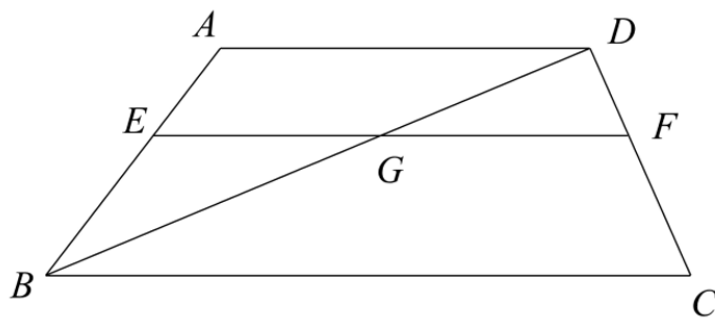
2、若 $\frac{a}{b+c+d} = \frac{b}{a+c+d} = \frac{c}{a+b+d} = \frac{d}{a+b+c} = k$ ，求 k 的值。

3、如图，已知 $AD \parallel BE \parallel CF$ ，它们依次交直线 l_1 、 l_2 于点 A 、 B 、 C 和点 D 、 E 、 F 。如果 $\frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}$ ， $DF = 15$ ，那么线段 DE 的长是_____。

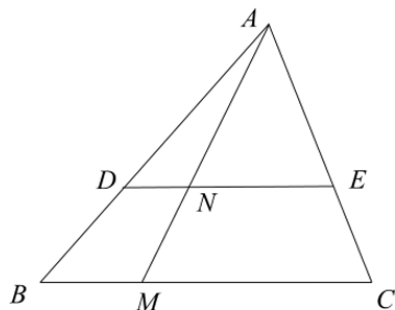


4、如图，在梯形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 分别在边 AB 、 CD 上， $AD \parallel EF \parallel BC$ ， EF 与 BD 交于点 G ， $AD = 5$ ， $BC = 10$ ， $\frac{AE}{EB} = \frac{2}{3}$ 。

求 EF 的长。

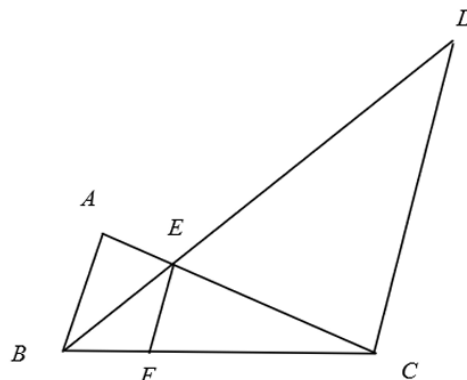


- 5、如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在 AB 和 AC 边上且 $DE \parallel BC$ ，点 M 为 BC 边上一点（不与点 B 、 C 重合），联结 AM 交 DE 于点 N ，下列比例式一定成立的是（ ）。



- A. $\frac{AD}{AN} = \frac{AN}{AE}$ B. $\frac{DN}{NE} = \frac{BM}{CM}$ C. $\frac{DN}{BM} = \frac{AE}{EC}$ D. $\frac{DN}{MC} = \frac{NE}{BM}$

- 6、如图， $AB \parallel EF \parallel CD$ ，已知 $AB=20$ ， $CD=80$ ，则 EF 的值是_____。



- 7、已知，如图，四边形 $ABCD$ ，两组对边延长后交于 E 、 F ，对角线 $BD \parallel EF$ ， AC 的延长线交 EF 于 G 。求证： $EG=FG$ 。

